

三维 Euler 方程的分区和并行计算

兰黔章¹, 吕晓斌²

(1. 上海交通大学, 上海 200030; 2. 中国科学院力学研究所, 北京 100080)

摘要: 三维全机绕流区域分解成多块子区域, 多块区域之间采用迎风型通量守恒内边界耦合条件, 分区计算总体区域, 形成总体耦合流场的分区数值解。利用 PVM 并行环境, 采用纯结点并行计算编程方式和“先进先出”的同步控制等待机制, 对三维复杂流动跨音速流场相应分区实现了多区域并行计算。分析了影响并行效率的主要因素, 将并行计算结果与串行计算结果和实验结果作了比较, 讨论了多种区域分解数目的并行计算效率。在负载平衡程度较好时, 可得到较高的并行效率。

关键词: 计算空气动力学; 区域分解方法; 并行处理; Euler 方程

中图分类号: V211.3

Three Dimensional Multi-block and Parallel Computing Methods of Euler Equations

LAN Qian-zhang¹, LU Xiao-bin²

(1. Dept. of Power Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030, China;

2. Inst. of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract: Multi-block computing method was studied for the three-dimensional transonic inviscous flow. A new conservative multi-block upwind interface boundary condition was presented for patched zones. A multi-block Euler solver was developed for a three-dimensional vehicle configuration. Parallel computing method was utilized on a cluster of workstations with PVM environment to accelerate the computing speed. The “first-in first-out” communication method was introduced to control and to synchronize the parallel computing program with pure node. The relevant factors were then studied with efficiency. Numerical solutions of multi-block and parallel computing are compared with experimental data. Adjusting good parallel load balance will raise the parallel efficiency.

Key words: computational fluid dynamics; domain decomposition method; parallel processing; Euler equations

绕复杂外形流场的数值计算方法, 主要涉及到偏微分方程组的求解。如果把复杂几何区域分解成若干块子区域, 各块子区域分别求解, 则可以共同完成复杂区域总体流场的数值求解。所以分区方法是一个有效地分析处理复杂区域流场的数值方法^[1], 而且分区算法的拓扑结构正好与并行计算机的结构形式相对应, 能够自然利用并行计算机的并行处理能力以加快流场计算的速度。因而分区方法和并行计算之间存在一种自然的桥梁^[2]。分区计算与单域计算的重要差异在于存在着相邻子域内分界面, 在子区域分界面通过适当的耦合条件进行信息交换, 可以实现相邻子区域解的光滑过渡。

本文在分区连续对接网格上, 结合可微性 Van Leer/Hanel 矢通量分裂方法, 研究发展了一种迎风型通量守恒的内边界耦合条件^[3], 实现了相邻子区域数值解光滑过渡。在分区计算的基础上, 利用 PVM 并行环境, 作了全机三维流动分区并行计算。

收稿日期: 2000-12-11

作者简介: 兰黔章(1966-), 男, 贵州人, 副教授, 博士。

1 基本方程和数值方法

在三维直角坐标系 $O(x, y, z)$ 中积分形式的可压缩 Euler 方程组为:

$$\frac{d}{dt} \int_V Q dV + \oint_S (E\vec{i} + F\vec{j} + G\vec{k}) \cdot \vec{n} dS = 0 \quad (1)$$

其中 Q 为守恒向量, E, F, G 分别为 x, y, z 坐标方向的无粘对流量向量。

将方程(1)在空间贴体曲线网格单元 $\Delta V_{i,j,k}$ 上离散, 可得半离散化方程:

$$dQ_{i,j,k} \Delta V_{i,j,k} = -dt (\tilde{E}_{i+1/2,j,k} S_{i+1/2,j,k} - \tilde{E}_{i-1/2,j,k} S_{i-1/2,j,k} + \tilde{F}_{i,j+1/2,k} S_{i,j+1/2,k} - \tilde{F}_{i,j-1/2,k} S_{i,j-1/2,k} + \tilde{G}_{i,j,k+1/2} S_{i,j,k+1/2} - \tilde{G}_{i,j,k-1/2} S_{i,j,k-1/2}) \quad (2)$$

式中

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{i+1/2,j,k} &= (n_x E + n_y F + n_z G)_{i+1/2,j,k} \\ \tilde{F}_{i,j+1/2,k} &= (n_x E + n_y F + n_z G)_{i,j+1/2,k} \\ \tilde{G}_{i,j,k+1/2} &= (n_x E + n_y F + n_z G)_{i,j,k+1/2} \end{aligned} \quad (3)$$

其中 S 为控制体单元的边界面积, \vec{n} 为边界面的外法线单位矢量。本文数值计算格式采用 Van Leer 提出的 MUSCL 方法^[4] 和 Van Leer/Hanel 矢通量分裂格式^[5,6]。为实现解的保单调 TVD 特性和高阶精度, 本文采用连续变化的 Van Albada 限制器^[7]。

2 内边界耦合条件

2.1 通量守恒内边界耦合条件

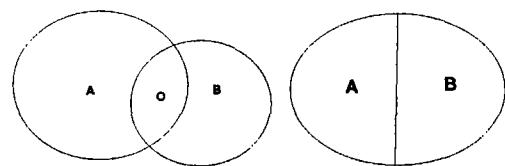
区域分区方式为重叠和对接两类(见图1)。本文在连续对接的分区网格上, 将法向通量按 Van Leer/Hanel 矢通量格式^[5,6] 分裂后, 各子区域流出内边界沿正法线方向传播的通量 $F^+(Q^-)$ 由各子区域独立迎风插值计算; 流入内边界沿负法线方向传播的通量 $F^-(Q^+)$ 通过在内边界面的信息交换, 从相邻区域的 $F^+(Q^-)$ 传递过来。

容易证明, 上述内边界耦合条件在法线方向的特征速度在两相邻区域是统一的, 利用 Van Leer/Hanel 矢通量格式时, 在内分界面满足通量守恒关系^[3,8]。

2.2 相邻区域信息通信

求解区域分裂成若干块子区域, 本文在每块子区域将邻近内边界单元分为三类:

(1) 子区域“内部单元”, 各块子区域该单元能够独立进行计算(如图2所示);



(a) 重叠网格 (a) Overlapped grid
(b) 对接网格 (b) Patched grid

图1
Fig.1

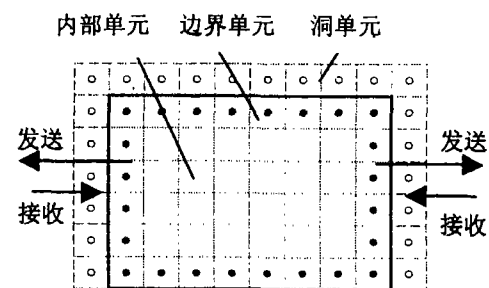


图2 内边界、边界单元和区域通信
Fig.2 Internal boundary cells and communication between zones

(2) 将靠近内边界的网格单元称为“边界单元”, 这些网格单元的边界面通量需要跨边界由两个相邻的子区域计算;

(3) 在内边界之外虚设一层边界外侧网格单元, 称为“洞单元”, 这些单元上的物理量必须从相邻子区

域传递得到。

每个时间步积分之前,相邻子区域互相交换信息(图2)。各子区之间只在其内边界周线上通信。

3 并行计算方法

本文在4台微机工作站联网组成的机群网络分布式并行机环境上,对机身—机翼—立尾—平尾全机外型作了三维 Euler 方程全机流动并行计算。

3.1 并行计算模式

本文使每个子区域对应一个子任务,每个子任务对应一个处理器结点,采用纯结点并行计算模式^[9]进行分区并行计算,因而是粗粒度区域并行计算模式。

通常在每个迭代步加入同步控制语句使各个子任务的信息通信实现同步,为了减少通信时间,本文采用了“先进先出”的同步等待控制语句^[3],以减少空转等待时间。各个子区域都达到收敛精度或达到给定迭代次数后,所有进程终止计算。

3.2 额外开销影响因素及并行计算效率分析

并行计算除了需要额外增加并行通信时间外,还额外增加下列时间开销:(1)新建并行进程的时间;(2)启动与终止并行任务进程的时间;(3)并行任务之间同步等待的空转时间;(4)额外新增程序的运转时间。一般将并行通信时间与上述额外时间项一起算作额外开销时间。设一个并行系统有P个处理器,将并行计算时间 T_p 可分为并行有效计算时间 T_{calc} 与并行通信额外开销时间 T_{comm} 两部分:

$$T_p = T_{calc} + T_{comm} \quad (4)$$

并行通信开销比为并行通信时间与有效计算时间之比^[10]:

$$F_o = T_{comm} / T_{calc} \quad (5)$$

考虑负载平衡因素在内,串行计算所用时间约为总的并行计算所用的计算时间:

$$T_s \approx \sum (T_i)_{calc} = BPT_{calc} \quad (6)$$

式中B为负载平衡比,它是并行计算平均时间与并行计算的墙上占用时间之比,即

$$B = \frac{T_{avg}}{T_p} = \frac{\sum T_i}{PT_p} \quad (7)$$

将串行计算时间与并行计算时间之比定义为并行加速比:

$$S = \frac{T_s}{T_p} \approx \frac{BPT_{calc}}{T_{calc} + T_{comm}} = \frac{BP}{1 + T_{comm}/T_{calc}} = \frac{BP}{1 + F_o} \quad (8)$$

并行计算效率定义为 $E = S/P$,由加速比公式(8)代入可得:

$$E = \frac{B}{1 + F_o} \quad (9)$$

并行计算效率E仅与负载平衡比B和并行通信开销比 F_o 成比例。由上式可知,如果系统并行处理器数不变,增加问题规模则额外开销比 F_o 减小,或增大负载平衡比B,并行效率一般会提高^[11]。另一方面,在系统规模扩大时,处理器数P增加,系统额外开销时间会随之增加;如果使问题规模相应地适当增大,可望在系统规模扩大时,使额外开销比 F_o 变化很小,并行效率可基本保持不变。

4 结果与分析

4.1 并行算法验证

本文对全机跨音速流场并行计算的结果与串行计算结

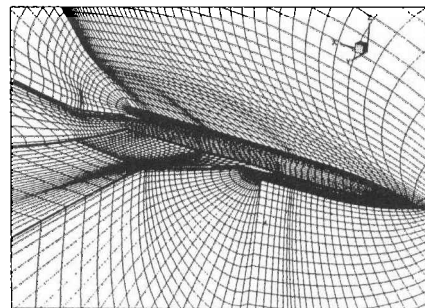


图3 空间网格示意图

Fig.3 3D space multiblock grid

果作了比较,以验证并行计算程序的正确性。半模总空间网格单元数为 $80 \times 55 \times 36$,图 3 显示了空间分区网格。图 4 为 $Ma = 0.9, \alpha = 4.5^\circ$ 时机翼上不同展向位置并行计算与串行计算的压力分布曲线的比较,分区串行与并行计算结果一致。

4.2 并行效率

本文的并行计算程序具有可扩展性,以下对几种系统规模情况比较了并行计算效率和并行加速比。

(1) 三块区域

全流场划分为三个计算区域,采用三个 CPU 作并行计算,各块网格数之比为 $1 : 1.5 : 2.5$,由于三块区域网格数不均等,负载平衡比为 $B = 66.6\%$,此时并行加速比为 2,实际并行计算效率为 62% 。

如果用两个 CPU 进行并行计算,并行系统负载平衡程度比较高,接近 $B = 100\%$,并行计算效率可达到 94% ,并行加速比为 1.9(图 5)。

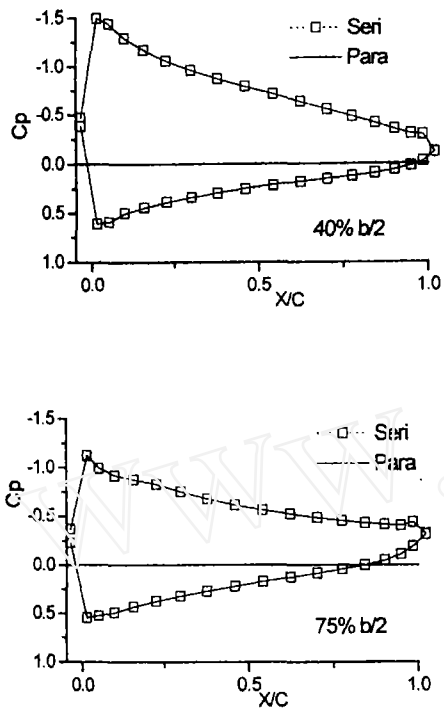
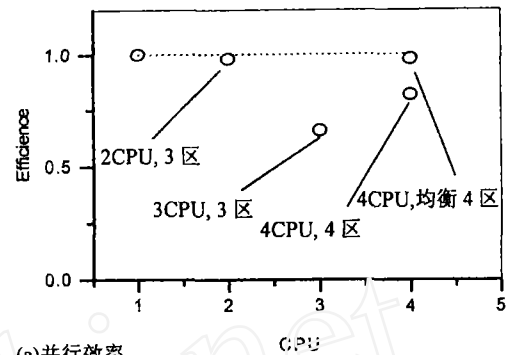
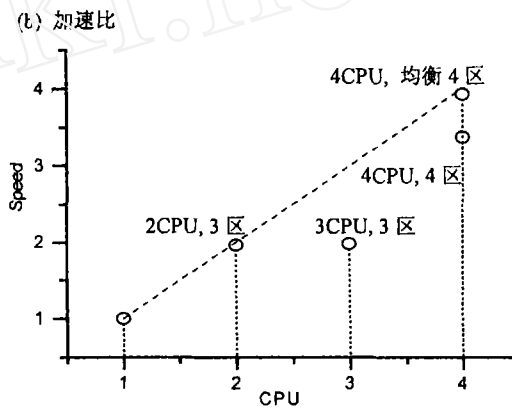


图 4 三区并行与串行计算压力分布比较 $Ma = 0.9, \alpha = 4.5^\circ$
Fig.4 Comparison of pressure distribution of parallel and serial computation results at $Ma = 0.9, \alpha = 4.5^\circ$



(a) 并行效率



(b) 加速比

图 5 并行效率和加速比
Fig.5 Parallel efficiency and speed-up

(2) 四块区域

如果全流场划分为四个计算区域,各块区域网格数之比为 $1 : 1.5 : 1.2 : 1.3$,负载平衡比提高为 $B = 83.3\%$ 。实际计算的并行效率为 82% ,加速比为 3.3(图 5)。

三块和四块分区并行计算的压力分布结果是一致的,由于篇幅所限,这里不再对此进行比较。

(3) 负载均衡四块区域并行的效率

由前述并行计算效率分析可知,负载平衡比是影响并行效率的重要因素。为了达到较高的并行效率,本文又专门调整了各子区的网格单元数,使各块网格数之比为 $1 : 1 : 1 : 1$,此时负载平衡比为 $B = 100\%$,并行计算效率可达到 94% (图 5)。此时墙上并行计算时间为 761.8 分钟,4 台处理器总有效计算时间 2851 分钟。

几种情况比较可见,合理地划分区域,实现负载平衡,对提高并行计算效率是十分重要的。

4.3 空气动力特性

图 6 为 $Ma = 0.8$ 时计算的机翼法向力系数 C_n 和俯仰力矩系数 C_m 与实验结果的比较。图中 $\alpha = 24.1^\circ$ 时计算的法向力系数 C_n 高于实验值,其余各迎角计算的法向力系数与实验结果符合较好。

4.4 流场分析

图7为 $Ma = 0.8$, $\alpha = 15.8^\circ$ 时,全机计算的机翼表面不同展向位置的物面压力分布,以及与实验测量的翼身组合体的机翼表面压力分布结果^[12]的比较。由于攻角 α 尚不是十分大,且 Euler 方程较好地捕捉到前缘分离涡这一流动的主要特征,因而本文计算的压力分布尽管与实验有一定的偏差,但采用 Euler 方程进行数值模拟,偏差是较小的。从空气动力特性比较曲线(见图6)也反映了这一点。

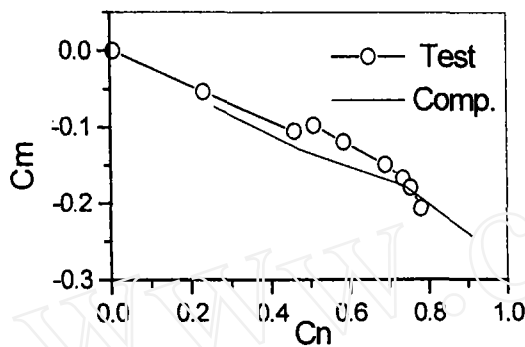
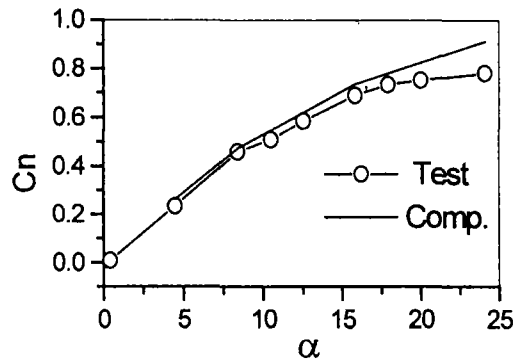


图6 机翼的法向力系数与俯仰力矩系数 $Ma = 0.8$

Fig.6 Normal lift and pitching moment coefficient, $Ma = 0.8$

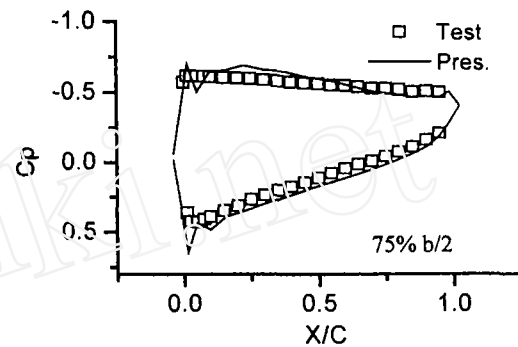
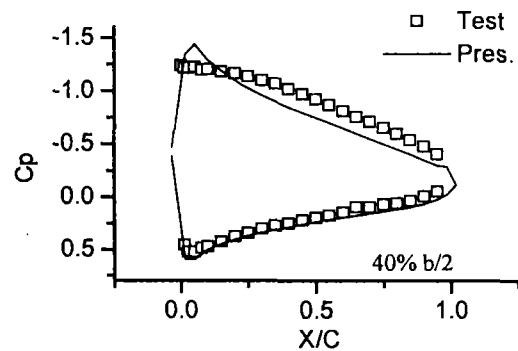


图7 $Ma = 0.8$, $\alpha = 15.8^\circ$ 压力分布计算与实验比较
Fig.7 Comparison of pressure distribution of computation and Experimental results at $Ma = 0.8$, $\alpha = 15.8^\circ$

5 结论

本文研究了全机三维 Euler 方程分区和并行计算方法,对全机外流场进行了分区并行数值模拟。采用迎风型通量守恒耦合条件,在分区内分界面处可精确满足物理守恒条件。计算结果在攻角不是特别大时,采用 Euler 方程计算获得了与实验结果符合较好的物面载荷分布。在机群分布式并行计算机上,在负载平衡程度较好时,可得到较高的并行效率。

参考文献:

- [1] Cheshire G, Henshaw W D. Composite overlapping meshes for the solution of partial differential equations. J Comp Phys, 1990,90:1-64
- [2] Keyes D. Domain decomposition: A bridge between nature and parallel computers. ICASE Report 92-44, 1992
- [3] 吕晓斌. 欧拉方程的分区和并行计算[学位论文]. 北京:北京航空航天大学,2000
- [4] Van Leer B. Towards the ultimate conservative difference scheme V: A second order equal to Godunov's method. J Comp Phys, 1979, 32:101-136
- [5] Van Leer B. Flux-vector splitting for the Euler equations. Lecture Notes in Physics, 1982, 170:507-512
- [6] Hänel D, Schwane R, Seider G. On the accuracy of upwind schemes for the solution of the Navier-Stokes equations. 8th AIAA CFD conference, AIAA-87-1105, 1987
- [7] Van Albada G D, Van Leer B, Roberts W W Jr. A comparative study of computational methods in cosmic gas dynamics. Astronomy and Astrophysics, 1982, 108(76)

- [8] Wang Z J. A fully conservative interface algorithm for overlapped grids. *J Comp Phys*, 1995, 122: 96 - 106
- [9] 孙家昶, 张林波, 迟学斌, 汪道柳. 网络并行计算与分布式编程环境. 北京: 科学出版社, 1996
- [10] Roose D, Driessche R. Parallel computers and parallel algorithms for CFD: An introduction. AGARD/NATO Report R-807, 1995
- [11] 王承尧, 王正华, 杨晓辉. 计算流体力学及其并行算法. 长沙: 国防科技大学出版社, 2000
- [12] Runckel J F, Lee E E Jr. Investigation at transonic speeds of the loading over a 45° swept-back wing having an aspect ratio of 3, a taper of 0.2 and NACA 65A004 airfoil sections. NASA TN D-712, 1961

www.cnki.net