

# 分层海洋中典型内波流场及其对小尺度杆件的作用<sup>\*</sup>

程友良<sup>1,2</sup> 李家春<sup>1</sup>

(1. 中国科学院力学研究所工程科学部, 北京 100080;  
2. 华北电力大学动力工程系, 河北保定 071003)

**摘要** 本文讨论了两层流体在两水平固壁间及在自由面和固壁间的流动以及这种流动与小直径杆件的作用。针对三种不同的海况, 分析求解和模拟了具体的结果。所得结果有典型内波流场的分析解、频散关系式、流场分析以及对小直径圆柱的作用。分析了相对密度比、深度比、波幅、波长因素对最大总作用力和总力矩的影响。在深度比接近 1 时, 把分层上下两段分别所受最大总作用力和总力矩与整段杆件所受最大总作用力和总力矩进行了比较。得到了若干有价值的结论。

**关键词** 分层海洋, 诱导流场, 内波, 小尺度杆件, Morison 公式, 作用力和力矩

## 1 引言

分层海洋中广泛存在着内波。海洋内波在整个海洋动力学的研究中占有十分重要的地位, 是物理海洋学的一个重要分支。随着近代科学技术的发展, 特别是观测技术的进步, 人们普遍认识到, 海洋内波与海洋工程、船舶航行、海洋遥感与海洋高技术等学科和工程应用有着密切的联系。因此, 海洋内波的研究一直为各国政府及海洋学家所关注<sup>[1,2,3]</sup>。

在内波活动频繁的海区, 石油钻井平台设计必须考虑它能经受内波产生的冲击力。以往的工作重点在波形及其传播规律的研究, 对内波流场研究相对比较薄弱。在工程设计中, 大多数的海洋结构物的设计仅考虑表面波的作用力, 很少考虑到内波、甚至孤立子内波的作用。最近虽有作者内波对圆柱形桩柱的作用力和力矩的初步估算, 但我们认为仍远不能满足工程设计的需求<sup>[4,5,6]</sup>。鉴于内波流场是对结构物作用的关键要素, 因此, 我们开展了典型内波流场分析及其与小尺度杆件作用力的计算研究。

我们取两固壁间两层流体中典型内波流场进行分析, 自由面与固壁间的讨论也已类似地进行。限于篇幅, 本文从略。在下一节是问题的数学描述; 内波流场的分析解及与小尺度杆件作用力的一般结果在第三节给出; 第四节是具体的海况分析; 最后是结论与展望。

\* 中海油与中科院技术合作项目, 知识创新方向性项目和国家自然科学基金(10272044)资助项目

## 2 问题的数学描述

讨论两层不可溶混流体在两水平固壁间的理想不可压缩无旋流动。所考虑的界面波如图1所示,它处于静力学稳定状态,即 $\rho_1/\rho_2 < 1$ , $\rho_1$ 和 $\rho_2$ 为上层和下层流体的密度,并假定无穷远处流体是静止的。引进上、下层流体的速度势 $\varphi_1, \varphi_2$ ,设界面的方程为 $z = \zeta(x, y, t)$ ,则在图1所示的直角坐标系下基本方程的定解问题为

$$\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial z^2} = 0, \quad -h_1 < z < 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial z^2} = 0, \quad -(h_1 + h_2) < z < -h_1 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial z} = 0, \quad z = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial z} = 0, \quad z = -(h_1 + h_2) \quad (4)$$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial z} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial z}, \quad z = -h_1 \quad (5)$$

$$\rho_1 \left( \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} + g \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} \right) = \rho_1 \left( \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2} + g \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} \right), \quad z = -h_1 \quad (6)$$

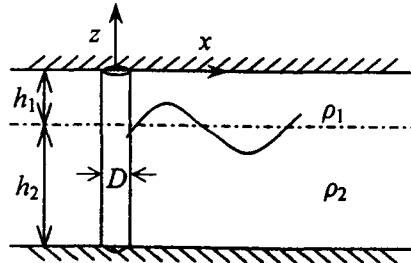


图1 两固壁间的两层流体

### 3 内波流场的分析解及与小尺度杆件的作用力

用待定系数法可求出定解问题(1)—(6)的分析解

$$\varphi_1 = A_1 \cosh(kz) e^{i(kz-\omega t)}, \quad \varphi_2 = A_2 \cosh[k(z+h_1+h_2)] e^{i(kz-\omega t)} \quad (7)$$

其中,  $\omega$  是时间频率,  $A_1$  是由初始条件决定的待定系数,  $A_2$ 、 $\omega$  可确定为

$$A_2 = \frac{\sinh(kh_1)}{\sinh(kh_2)} A_1, \quad \omega^2 = gk \frac{\sigma}{(1-\sigma)\cosh(kh_1) + \cosh(kh_2)} \quad (8)$$

其中,  $\sigma = (\rho_2 - \rho_1)/\rho_2$  为相对密度比,  $\omega$  取正值。由此可求出上、下层流体的速度场(取实部)和界面位移。

假设有一小尺度圆柱杆件在  $x = 0$  处与  $z$  轴平行放置, 圆柱上下底面分别与上下壁面接触(如图 1 所示), 则可用 Morison 公式<sup>[7,8]</sup>求出圆柱上因内波而受到的单位长压力分布

$$\begin{cases} f_1 = \frac{1}{2} \rho_1 C_D D u_1 |u_1| + \rho_1 C_M \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial u_1}{\partial t} (x=0) & -h_1 + \zeta < z < 0 \\ f_2 = \frac{1}{2} \rho_2 C_D D u_2 |u_2| + \rho_2 C_M \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial u_2}{\partial t} (x=0) & -(h_2 + h_1) < z < -h_1 + \zeta \end{cases} \quad (9)$$

圆柱所受到的总作用力和力矩分别为

$$F = \int_{-(h_1+h_2)}^{-h_1+\zeta} f_2 dz + \int_{h_1+\zeta}^0 f_1 dz \quad (10)$$

$$M = \int_{-(h_1+h_2)}^{-h_1+\zeta} f_2 \cdot (z+h_1+h_2) dz - \int_{h_1+\zeta}^0 f_1 \cdot (z+h_1+h_2) dz \quad (11)$$

由(10)、(11)还可求出最大总作用力  $F_{max}$  和最大总力矩  $M_{max}$ 。由 Sarpykyia(1981)<sup>[9]</sup> 的结果, 阻力系数取 1.2, 惯性力系数为 2.0。

### 4 海况分析

选择如下三种海况:  $h_1 = 60$  m,  $h_2 = 412$  m,  $r = 0.14563$ ,  $\sigma = 0.003$ ,  $A = 46.4$  m,  $\lambda = 3000$  m;  $h_1 = 150$  m,  $h_2 = 500$  m,  $r = 0.3$ ,  $\sigma = 0.003$ ,  $A = 100$  m,  $\lambda = 3000$  m;  $h_1 = 325$  m,  $h_2 = 325$  m,  $r = 1$ ,  $\sigma = 0.003$ ,  $A = 100$  m,  $\lambda = 3000$  m。其中,  $h_1$  表示上层流体的深度,  $h_2$  代

表下层流体的深度,  $r = h_1/h_2$  是深度比,  $\sigma$  是在上文中已定义的相对密度比,  $\lambda$  是波长,  $A$  是内波波幅。为节省篇幅,本文只给出海况 1 的部分结果。

海况 1 ( $h_1 = 60 \text{ m}$ ,  $h_2 = 412 \text{ m}$ ,  $r = 0.14563$ ,  $\sigma = 0.003$ ,  $A = 46.4 \text{ m}$ ,  $\lambda = 3000 \text{ m}$ )

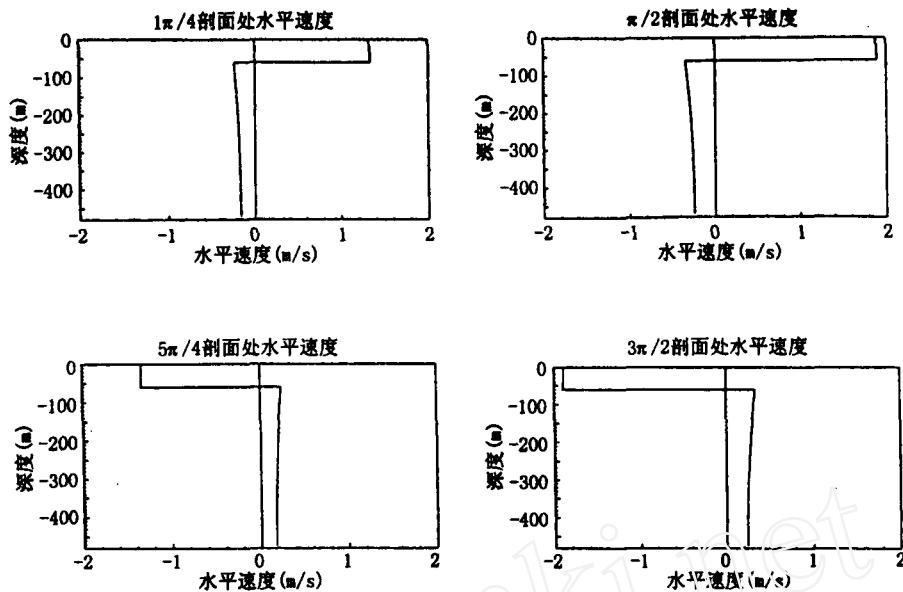


图 2 水平速度廓线

图 2 为一个周期内不同时刻的水平速度轮廓线。由图可知,分层上下水平速度方向相反,深度比小于 1 时上层的水平速度大于下层的水平速度。

图 3 是某时刻的速度矢量场

图 4 为一个周期内不同时刻的单位长作用力在直径为 5m 的小直径圆柱上的分布。由图可知,分层上下作用力方向相反,深度比小于 1 时上层的单位长作用力大于下层单位长作用力。

海况 2、3 与海况 1 的结果类似,但可以看到,随着深度比逐渐增加到 1,下层的影响强度逐渐增加到与上层相同。

为了讨论不同因素对作用力和力矩的影响,我们做了一些因素分析计算。计算结果表明,随着波长、波幅的增加,最大总力和总力矩增加;随着深度比的增加,最大总力和总力矩减小。虽然随着深度比增加到接近 1 时最大总力和总力矩减到很小的程度,但是圆柱上下两部分各自的总力和总力矩却可以是较大的量级。因此,杆件会受到低频周期性的剪切作用,并有较大的倾覆力矩。所以,在设计这种海况下的海洋工程设施时,不仅要考虑杆件所受最大总力和总力矩的影响,还要分别考虑上下两部分所受最大总力和总力矩的影响。

## 5 结论与展望

本文讨论了有内波存在时两层流体在两水平固壁间以及在自由面和固壁间的理想不可压

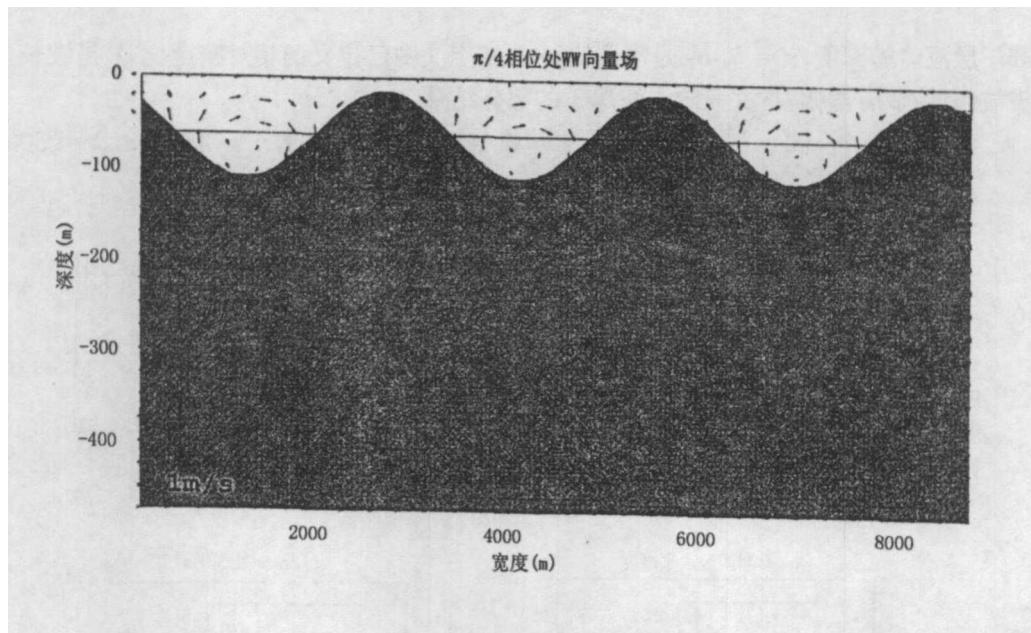


图 3 速度矢量场

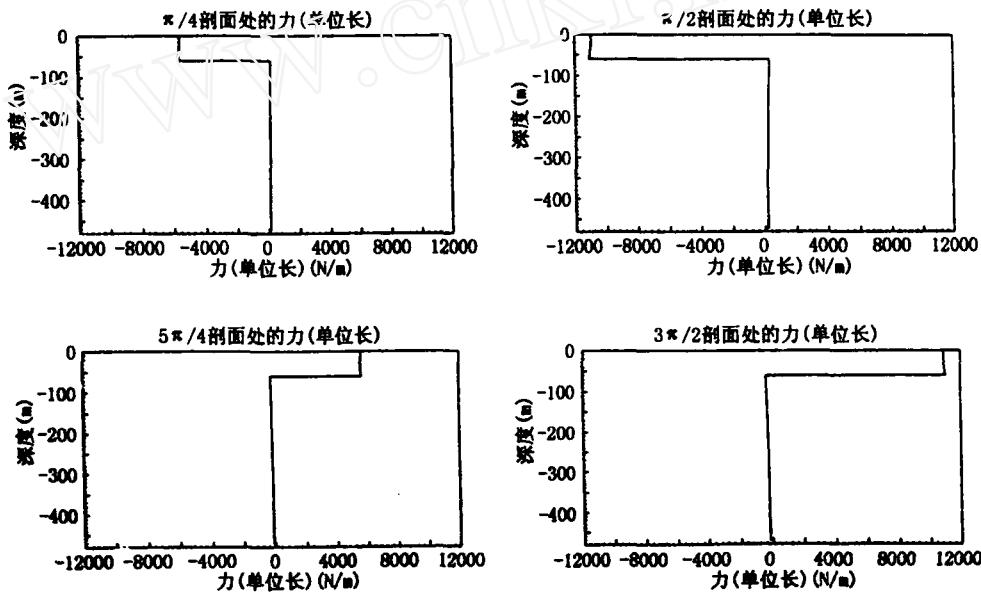


图 4 单位长度作用力分布

缩的无旋流动以及这种流动与小直径杆件的作用。在得到一般结论后,针对三种不同的海况分析、求解和模拟了具体的结果。具体结论如下:

(1) 内波流场中,在界面上下存在着方向相反的流体运动,这可能导致对结构的破坏作用。由于内波波长大,在每层内速度场几乎均匀。

(2) 在强温跃层处的强内波中,结构物可以受到与表面波大致相同量级的作用力和力矩。作用力随波幅、波长和密度差的增加而增加,随着深度比的增加而减小。在深度比接近1时,尽管总力表面看来较小,这是因在界面上、下部分的作用力抵消所致,作用在上下部分各自的作用力仍可能较大。

## 参 考 文 献

- 1 庞德,皮卡德. 动力海洋学导论. 北京:海洋出版社,1990.
- 2 李家春. 水波动力学研究的若干问题. 现代流体力学进展,北京:科学出版社,1991,86-94.
- 3 杜涛,吴巍等. 海洋内波的产生与分布. 海洋科学,2001, 25(4): 25-28.
- 4 李家春. 分层流中的瞬变波. 力学学报,1983,11(6):611-622.
- 5 蔡树群,龙小敏等. 孤立子内波对小直径圆柱形桩柱的作用力初探. 水动力学研究与进展(A) 2002,17(4).
- 6 程友良. 两层流体中二维非线性界面波的演化方程. 力学学报,2003,35(2):213-217.
- 7 望月重小林浩. 海洋建筑物的设计与实例.(日)北京:海洋出版社, 1983.
- 8 Chakrabarti, Subrata K. Fluid structure interaction in offshore engineering. Computational Mechanics Publications, 1994.

## The induced flow fields by internal wave and its action on small piles in the stratified ocean

CHENG You-liang<sup>1,2</sup> LI Jia-chun<sup>1</sup>

(1. DES, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China;

2. Dept. of Power Engineering, North China Electric Power University,  
Baoding 071003, China)

**Abstract:** In the present paper, the induced flow fields by interfacial wave and its action on small-diameter cylindrical piles in two-layer fluids bounded by two horizontal rigid walls or one horizontal rigid wall and one free surface are investigated. Some results, such as dispersion relation, flow field and hydrodynamic forces on the piles are yielded both by theoretical analysis and numerical calculation, thus leading to some useful conclusions. Moreover, the effects of density and depth ratio, amplitude and wavelength on maximal total force and total moment are analyzed. Finally, we have identified the cause for smaller total force due to the cancellation of components on the upper and lower parts as depth ratio tends to 1.

**Key words:** stratified ocean, induced flow field, internal wave, pile, Morison formula, force and moment