

三维尾迹型流动中的大尺度旋涡位错形成^{*}

凌国灿 熊忠民

(中国科学院力学研究所非线性力学国家实验室,北京 100080)

摘要 应用紧致有限差分——Fourier 谱方法求解三维不可压 Navier-Stokes 方程组,数值研究尾迹型流动的三维演化和旋涡位错. 计算中在来流剖面中引入局部展向非均匀性. 数值结果表明流动的不稳定性发展导致三维旋涡涡街流场. 局部非均匀性引起涡街间(沿展向)在频率、相位及强度上的差异. 在非均匀区中产生并形成大尺度链状旋涡位错结构. 用数值模拟详细描述了旋涡位错的形成与特征.

关键词 旋涡位错 非均匀尾迹型流动 直接数值模拟

圆柱尾迹转捩研究因有重要的理论与实际意义而受到极大关注,Williamson 对前期工作已有很好的评述^[1]. 实验研究表明,在 Reynolds 数(Re)从 180 到 260 范围内,尾迹三维转捩的基本特征是在近尾迹出现波长分别为 3~4 倍柱径($Re=180$)和 1 倍柱径($Re=230$)的小尺度流向涡结构,称为模式 A 和模式 B,它们对应了 Strouhal 数与 Re 数关系曲线上的两次间断. 圆柱绕流的二维周期流动的三维线性稳定性的理论分析和数值模拟分析^[2~4]证明上述两个 Re 数是尾迹流动出现长波不稳定和短波不稳定的临界值. 因此两种模式流态的出现是三维线性不稳定性发展的结果. 在有限扰动影响下圆柱尾迹的三维转捩还可能出现别的诸如“涡黏附模式”(vortex adhesion model)^[5]等,近来 Henderson^[6],Persillon 和 Braza^[7],Ling^[8]以及 Karniadakis 和 Triantafyllou^[9]等对圆柱尾迹三维不稳定性非线性发展与湍流转捩作了一系列深入的数值研究,刻画了流动模态转捩与竞争,流动物理量的时-空演化以及向湍流过渡的可能出现的不同的动力学途径.

除了上述,Williamson^[10]的实验研究进一步发现尾迹转捩还包含出现有一系大尺度、不同类型、形态复杂的图斑状旋涡结构,称之为“旋涡位错”. 旋涡位错是在展向具有不同脱落频率单元(cell)间形成并在下游发展演化. 旋涡位错在圆柱尾迹的自然转捩中也可以看到,但有随机性. 这些结构的出现对应了尾迹中速度的不规则、间隙特性,与 Roshko^[11],Bloor^[12]早期发现的尾迹转捩特征一致. 指出了旋涡位错是尾迹向湍流转捩的一种新的物理机制. 许多由柱体直径变化或来流剪切或柱体端部条件变化等流动条件展向不均匀性引起的尾迹三维性研究表明,旋涡位错是这类钝体尾迹的一个基本特征. 这些流动有共同的特征,即 Strouhal 频率沿展向都发生变化,而这种变化又紧密地与三维旋涡动力学行为关联着,尾迹流动终究会通过旋涡撕裂等形成一种复杂的旋涡位错重联结构来调节 Strouhal 频率的这种变化. 文献[13~18]对

2001-04-16 收稿

^{*}国家重点基础研究项目(批准号:G199903281)、国家攀登 A 预选项目和中国科学院力学研究所创新项目资助

上述尾迹三维性的实质作出了重要探讨,提供了相关实验研究的详细结果,但目前对其动力学过程和机制的认识和刻画还很不够.旋涡位错或类似现象还可在其他重要流动中发现,如剪切层的时空发展^[19],Taylor 涡系, Kármán 涡街流动^[20],甚至 Rayleigh-Bernard 流动^[21]等.边界层流动中湍流斑及其扩展与 Williamson 报道的旋涡位错图像与展向攀移十分相似^[10].因此旋涡位错是一类有普遍意义的关于流动转捩机制的非线性现象.

国际上关于旋涡位错的研究绝大部分是实验观测.流动显示给出了多种不同类型的旋涡位错形态和发展图像,测量了尾迹中的频率变化和压力脉动.但对旋涡位错的形成和三维特征,动力学机制和过程,实验流动显示难以提供详细信息,缺乏深入的研究.一些理论研究用 Van der Pol 振子方程^[22],Ginzburg-Landau 方程^[23,24]以及 GL 方程与实验测量结合^[25]的方法再现了圆柱尾迹中旋涡的 cell 结构,旋涡相位位错图案,刻画了其动力学演化过程,取得了重要结果.但这一类从模型方程出发的图案动力学研究结果还不能完全代表真实的实际流动情况.至今为止国际上还没有关于旋涡位错的数值研究发表.从流动的基本动力学(N-S)方程出发,用精细数值解深入研究典型尾迹流动中的旋涡位错的形成机制、结构特征和模式、演化规律和动力学以及流动发生转捩的特征是十分重要的.在本文中作者将首先着重于对旋涡位错的形成与特征进行数值研究.为了避免和减少对直径不同的圆柱旋涡脱落复杂现象的大规模数值计算,我们研究一种在展向具有局部非均匀性的尾迹型流动的非线性发展和空间非均匀发展.这种尾迹型流动是取自圆柱尾迹流动的流向速度时均剖面而其动量亏损在展向有局部不均匀性.根据“计算的可简化性”(concept of computational reducibility^[26]),只要得知圆柱尾迹不稳定位置上的流向速度时均剖面,流动的发展将可再现柱后的 Kármán 涡街,因此我们可以预计所研究的尾迹型流动将演化为沿展向不同特征的涡街流动,从而进一步开展对旋涡位错的深入研究.对实际柱体尾迹中的旋涡位错研究和分析将在后续工作中介绍.

1 紧致有限差分-Fourier 谱方法

旋涡位错是发生在三维开放型流动中的大尺度流动结构,应对它们作时间-空间模式的数值模拟.这意味着数值计算应在充分大的计算域中进行以模拟大尺度结构在下游的演化,同时赋以正确的入口与出口边界条件.为此我们提出了紧致有限差分与 Fourier 谱方法相结合的高精度高分辨率数值方法以求解不可压缩三维 Navier-Stokes 方程组.该方法的详细论述可参见作者前期发表的文章(文献[27,28]).下面给予简洁的介绍.

假设流动在展向具有周期性边界条件,所有流动变量($u = \{u, v, w\}$, p 等)若以 ϕ 表示,可展开为有限项 Fourier 级数:

$$\phi(x, y, z, t) = \sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} \phi_m(x, y, t) \cdot e^{-im \cdot z}, \quad m = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2} - 1, \quad (1)$$

其中 N 为截断指数, \cdot 为展向波数.由原始的三维不可压质量连续方程与 Navier-Stokes 方程可得第 m 阶各阶 Fourier 分量方程,N-S 方程组动量方程的无量纲形式为

$$\frac{\partial u_m}{\partial t} + F_m[(u \cdot \nabla) u] = -\frac{1}{Re} \nabla^2 u_m, \quad m = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2} - 1, \quad (2)$$

公式中长度、速度、压力与时间变量都已分别以流动的特征长度 d , 来流特征速度 U_0 , 特征动压

头 $\frac{1}{2} \rho U_0^2$ (ρ 为来流密度) 及特征时间 $T_0 = d / U_0$ 无量纲化. 而 $\left\{ \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, -im \right\}, \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2}, \frac{\partial^2}{\partial y^2}, -m^2 \right\}$, $F_m[(u \cdot v)u]$ 为 N-S 方程中非线性对流项的 Fourier 转换, $Re = U_0 d / \nu$, ν 为运动黏性系数. 对方程组 (2) 的时间离散, 本文用下述三阶显式隐式时间分裂方法^[27~29]:

$$\frac{u_m^{J_i-1} - \sum_{q=0}^{J_i-1} q u_m^{n-q}}{t} = - \sum_{q=0}^{J_e-1} q F_m[(u^{n-q} \cdot v) u^{n-q}], \quad (3a)$$

$$\frac{u_m - u_m^n}{t} = - \nu m^2 p_m^{n+1}, \quad (3b)$$

$$\frac{\rho u_m^{n+1} - \rho u_m^n}{t} = \frac{1}{Re} \rho m^2 u_m^{n+1}, \quad (3c)$$

其中 u_m, v_m 分别是速度的中间计算值, J_i, J_e 为对应计算格式精度的参数, q, q' 和 ρ 为权重系数. 对于三阶格式精度, 这些参数值分别是^[29]

$$J_e = 3, J_i = 3, \rho = 3, q = -\frac{3}{2}, q' = \frac{1}{3}, \rho' = -3, q'' = 1, \rho'' = \frac{11}{6}.$$

对上述方程组的空间离散, 方程 (3a) 右端的非线性项 (F_m) 本文用伪谱方法计算, 在物理空间计算此对流项时用五阶迎风紧致格式^[27,28]. 考虑黏性项的速度方程 (3c) 以及压力方程 (3b) 都可表达为 Helmholtz 型方程, 其一般式可写为

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - b\phi = f. \quad (4)$$

非齐次项 f 包括 Fourier 系数 u_m 对 x 或 y 的导数, 本文是参考文献[30], 用六阶中心紧致差分格式计算. 为了与计算 F_m 及 f 的高精度的近似格式相匹配, 并满足数值稳定性与收敛性的要求, 对 Helmholtz 方程的离散计算也必须采用高阶隐式差分算法, 为此本文提出下述九点四阶紧致格式^[27,28]:

$$\begin{aligned} & \frac{10(\phi_1 + \phi_3) - 2(\phi_2 + \phi_4) + (\phi_5 + \phi_6 + \phi_7 + \phi_8) - 20\phi_0}{(x)^2} \\ & + \frac{10(\phi_2 + \phi_4) - 2(\phi_1 + \phi_3) + (\phi_5 + \phi_6 + \phi_7 + \phi_8) - 20\phi_0}{(y)^2} \\ & - (8\phi_0 + \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4) b \\ & = (8f_0 + f_1 + f_2 + f_3 + f_4). \end{aligned}$$

上述杂交组合方法不仅能提供高精度高波数分辨率, 而且可灵活地处理复杂的边界条件.

来流速度剖面取为

$$U(y, z) = 1.0 - a(z) (2.0 - \cosh(by))^2 e^{-(cy)^2}, \quad (5)$$

这是一个圆柱近尾迹流向速度时均剖面. 参数 $a = 1.1 + 0.4e^{-z^2}$, $b = 1.1$, $c = 1.2$ 是参考直接数值模拟解^[9]和实验测量^[31]获得. $a(z)$ 表示对二维圆柱尾迹附加的一个局部的三维扰

动. 在 $z = 0$ 的展向中心处速度亏损最大, 离开中心处速度亏损的非均匀性呈指数型衰减到零, 来流接近于二维特性. 它可以比拟在圆柱上有一个小环形成的柱径局部非均匀性的影响. 图 1 给出 $z = 0$ 及 16 两个展向位置上的时均流向速度剖面.

对于压力边界条件, 从方程 (2) 和 (3) 可得下述半离散表达式:

$$\frac{\partial p_m^{n+1}}{\partial n} = n \left\{ -\frac{\partial u_m}{\partial t} + \frac{1}{Re} \left[2u_m^{n+1} - \sum_{q=0}^{J_e-1} q F_m [(u^{n-q} \cdot) u^{n-q}] \right] \right\}$$

$$= n \left\{ -\frac{\partial u_m}{\partial t} - \frac{1}{Re} F_m [\times^n] - \sum_{q=0}^{J_e-1} q F_m [(u^{n-q} \cdot) u^{n-q}] \right\}, \quad (6)$$

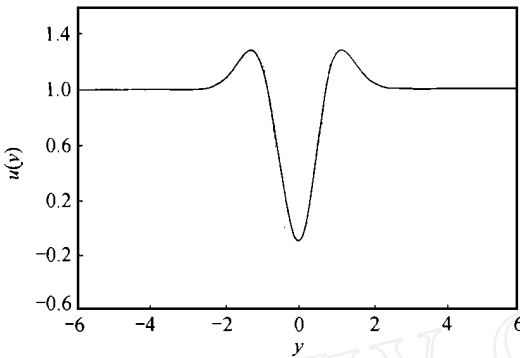


图 1 尾迹型来流速度剖面
——展向两端位置上的来流速度分布;展向中心位置速度分布

其中 $2u_m^{n+1} - \sum_{q=0}^{J_e-1} q F_m [(u^{n-q} \cdot) u^{n-q}]$, \times^n , $\times u$, $D \cdot u$. 在每个计算时间步, 令 $D^{n+1} = 0$, 并用 \times^n 近似代替 \times^{n+1} , 在边界上无散度条件可以得到很好满足.

对于有限计算域, 对不可压缩开放型流动转捩计算如何正确地给定出流边界条件目前还研究得不够充分. 一般来说, 应使出流边界条件十分接近于不存在边界时的自由空间中的流动情况, 否则在边界上所施加的扰动波将向上游传播, 影响内区流动计算的精度. 近来 Jin 等^[32]提出了一种类似于经典波动方程的无反射型出流条件. 它具有对流非线性和黏性耗散的机制且能与内区的 N-S 方程解匹配. 经过初步计算我们发现, 这类

无反射型出流条件的性能对于具有涡波相互干扰的开放型外部流动的模式是合适的. 因此本文将将其推广到三维情况, 提出下述在物理空间流动应满足的无反射型出流条件:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right). \quad (7)$$

我们也注意到在本文结果完成的时候, 文献[33]也给出了相似的边界条件. 求解 Fourier 谱分量的边界条件应为

$$\frac{\partial u_m}{\partial t} + F_m \left[u \frac{\partial u}{\partial x} \right] = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u_m}{\partial y^2} - m^2 u_m \right). \quad (8)$$

计算中方程 (8) 应与内区 N-S 方程联立求解.

本文计算中 Re 取为 200. 在流向 x , 纵向 y 及展向 z 的计算域分别为 60, 30, 30. Fourier 级数的截断指数 $N = 32$. 在 x - y 平面内的网格点数为 122×62 .

2 数值结果

本文数值结果将首先介绍 (5) 式表达的尾迹型流动的时空演化及由展向局部非均匀性引起的流动三维性的总体特征. 然后, 详细描述旋涡位错及其在中心区一个很狭的区域内形成的大尺度链状旋涡重联结构.

本文数值结果证实了三维尾迹型来流流动的不稳定性. 图 2 给出了 $t = 89, 74$ 两个不同展向位置上的展向涡量等值线图. 可以看出流动空间演化的 3 个阶段: 即在上游, 流动中出现不稳定性波动, 而后旋涡卷起, 在下游处形成规则的 Kármán 涡街. 在展向边缘, 即 $z = 16$ 处, 涡街的波长近似为 5 倍特征长度, 与通常圆柱后的涡街相似. 然而在展向中心, $z = 0$ 处, 涡街的波长与宽度比远远小于正常 Kármán 涡街, 似乎只是一排具有相反符号而相继排列的涡列. 这一特征意味着跨过展向中心区存在有一种特殊的三维旋涡结构. 注意到这两个位置上

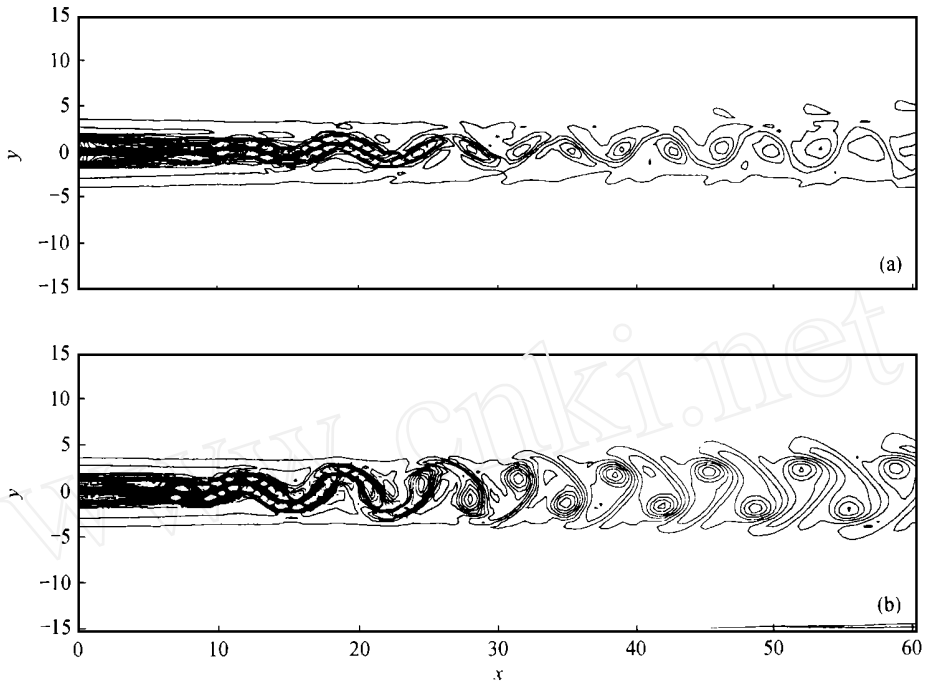


图 2 $x-y$ 平面上展向等涡量图

(a) $z = 0$; (b) $z = 16$

的旋涡卷起并不同时发生, 涡街也并不在相同的空间下游位置上形成. 因此涡街的旋涡运动沿展向存在着相位差异. 对相应上述两个展向位置上的速度分量 $v(t)$ 的时间序列作谱分析, 得到两个独立频率. 在展向中心 $z = 0$ 处频率为 $f_c = 0.1346$, 而在展向两边, $f_b = 0.1538$. 这两个独立频率对应了图 2(a), (b) 所示的两个涡街. 在中心处的频率低于展向边缘处, 这与一般实验结果, 如文献 [34] 的结果正好相反. 在实验中由于柱体端部的安装, 受端部边壁的影响, 那里旋涡脱落的频率总是低于柱体展向中心处的值, 而在本文计算中不存在端部影响. 此外, 由于两个独立频率的相互作用, 谱分析给出了两者的耦合和频 $f_c + f_b$. 图 3(a), (b) 给出不同流向位置上的脉动流向速度 u_{rms} 剖面. 比较这两个展向位置上的 u_{rms} 分布可以看到, 在上游, 在纵向位置 (y) 的中心区域, 尤其是图中很黑的区域, 脉动能量急速增长, 它表明了流动不稳定性的非线性发展, 将导致涡街的形成. 图 3(a), (b) 两个 u_{rms} 的分布特征与图 2(a), (b) 两个涡街相对应. 同时, 从脉动能分布的不同也看出了两个涡街间的明显差别, 表明在展向中心区有特殊的旋涡结构形成. 上述诸种结果表明尾迹型来流的时空发展导致一个三维旋涡涡街流场, 来流展向局部非均匀性使旋涡的相位与频率沿着展向改变, 尤其在展向中心一个

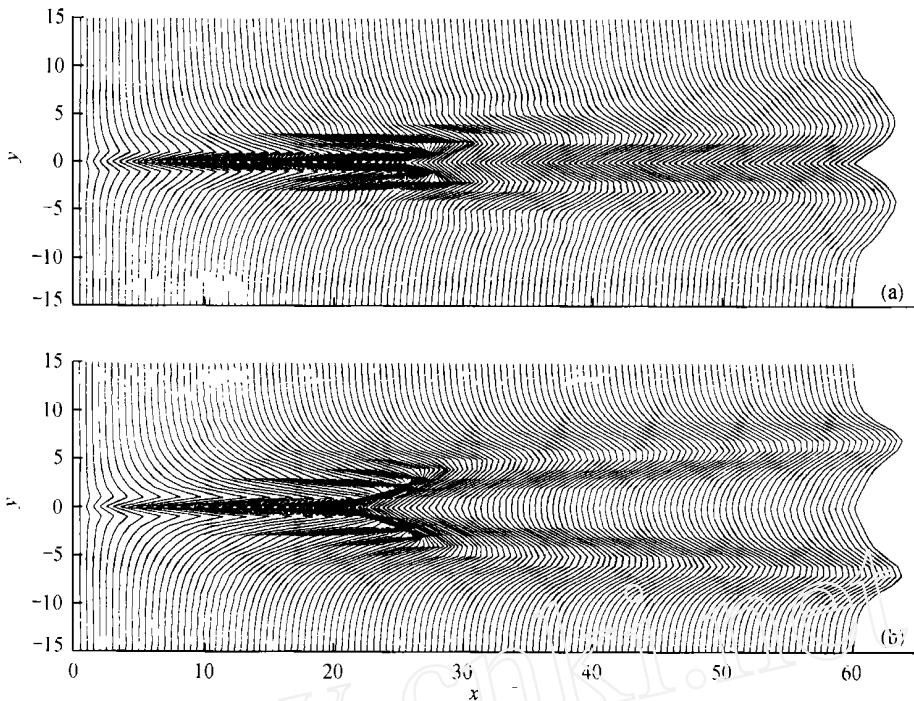


图 3 $x-y$ 平面上流向脉动速度均方根值 (u_{rms}) 剖面
(a) $z=0$; (b) $z=16$

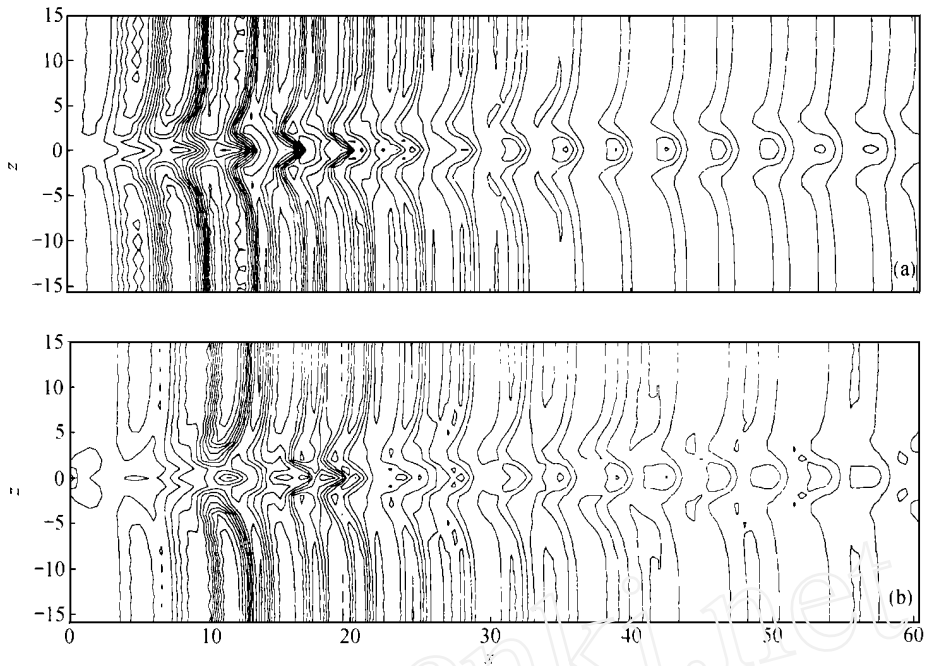
狭窄的非均匀区内。而且,我们稍后将要讨论,这一局部非均匀性会使旋涡强度在跨过中心区时发生显著变化。因此在紧挨的相邻的旋涡涡街之间产生旋涡位错。可以预见尾迹流动将会调节交界面上这种变化并形成旋涡位错重联结构。

图 4(a), (b) 给出了在 $y=0$ 及 $y=1$ 在 $x-z$ 平面上的展向涡量等值线图。在这两个图上具有相反符号的展向涡沿下游是相继交替排列着。在展向的中心区可以看到展向涡向着流向弯曲变形,并与跟随其后紧邻的涡相联接。这表明流向涡已经形成,并在展向涡之间发展形成了某种“桥”状的旋涡重联。然而在远离展向中心的区域展向涡呈现出二维涡卷的性态。

为了解三维旋涡位错结构的详细特征,图 5 给出了三维涡量等值面分布,这是在计算域内在计算时刻 $t=89.74$ 时的旋涡结构图。由图可知存在着两个明显不同的区域。在展向中心外区,涡卷近似为直管,呈现二维展向涡特征。但在中心区,出现了大尺度链状三维复杂旋涡结构。总体来看,沿流向有周期性,其波长与 Kármán 涡波长相同,沿展向呈对称分布。旋涡结构的形态特征包含有原有展向涡向着流向的明显变形和撕裂。被撕裂出来的涡丝向流向弯曲,并形成流向涡环。而且进一步与跟随其后的具有相反方向的涡卷相联接,形成一种跨涡街联接的旋涡位错重联模式。

图 6 是大尺度旋涡结构形成时旋涡撕裂过程的俯视近观。图中可清楚地看出旋涡的撕裂与重联。旋涡的这种明显的形态变化诱导产生了展向速度,该速度又将使旋涡结构沿展向扩展。

基于旋涡动力学我们可以对大尺度链状旋涡结构的形成作出机理解释。由于紧邻的涡街间旋涡存在着相位和频率上的差异,因此展向涡从展向中心向两边的连接必须是通过倾斜过

图 4 $x-z$ 平面上展向等涡线图 ($0 < |z| < 1.45$)(a) $y=0$; (b) $y=1$

渡的途径,因此出现主涡向流向的歪扭变形。此外,从来流剪切剖面可以估计出每个截面流动不稳定演化而形成的旋涡的强度。可以证明旋涡强度将沿展向变化,从中心处的最大值急剧地减到展向边缘处的一个常值。由于流动中环量守恒,在旋涡展向交界面联结处多余的环量必定要从较强的涡中分离出来并在该主涡诱导速度的作用下向流向弯曲。当主涡符号为正时,它的诱导速度使分离出来的涡丝从主涡上方绕过并弯向流动方向,形成图中所看到的在上方的流向涡环。相继的从负涡分离出来的涡丝就从该涡的下方绕过并弯向流动方向,形成图中在下方的流向涡环。为此,沿流动方向看来形成了起伏波浪式的链式旋涡重联结构。这些结果与直径非均匀柱所形成的尾迹相比有一些相同的特征,即涡线必定是连续不间断的,原来是平行柱轴的展向涡,或多或少地向流动方向弯曲变形。这些特征首先是由 Gerrard 指出而后在 Lewis 和 Gharib 及 Williamson 等人的实验研究中得到进一步的验证。现在本文由数值模拟给出了详细结果及其形成的动力学过程。但在本文的数值研究中旋涡流动是由尾迹型流动的不稳定性发展形成的,旋涡位错是在 Kármán 涡街这样一种非线性波动中产生的。因此旋涡位错的具体特征及形成的动力学过程与柱体尾迹中的情形有所不同。本文计算还证实了旋涡位错形成过程中会诱导产生沿(柱)轴向的展向速度。在靠近涡核处有较大的轴向速度,这些结果在性态上与文献[10]所报道的圆柱尾迹中旋涡位错产生的现象是一致的。展向速度将导致旋涡结构的展向扩展,引起旋涡结构几何形态的变化。为节省本文篇幅相关内容不再在此详述。

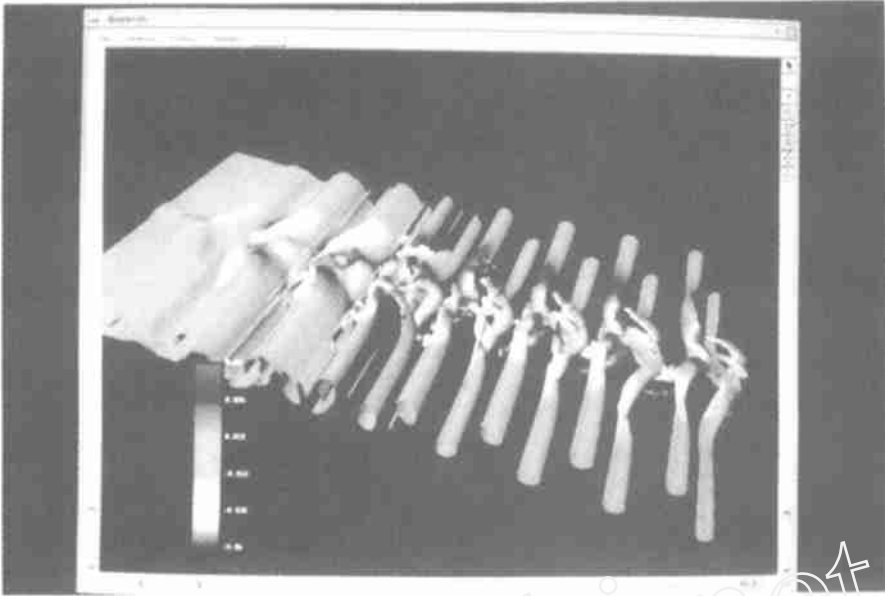


图 5 三维等涡面图 ($\Gamma/\Gamma_0 = 0.15$) 及展向中心区域的大尺度链状旋涡位错在旋涡位错结构内,可以看到原来的展向涡发生向流向的显著变形与歪扭并形成倾斜涡卷;展向涡的撕裂、向流向的弯曲并形成流向涡环;流向涡环与紧邻的展向涡连接,形成跨涡街重联。在展向外缘处,旋涡显出二维涡卷的特征。图上中心区较亮的地方定性表示该处有较大的展向速度,它是由旋涡位错诱导产生的

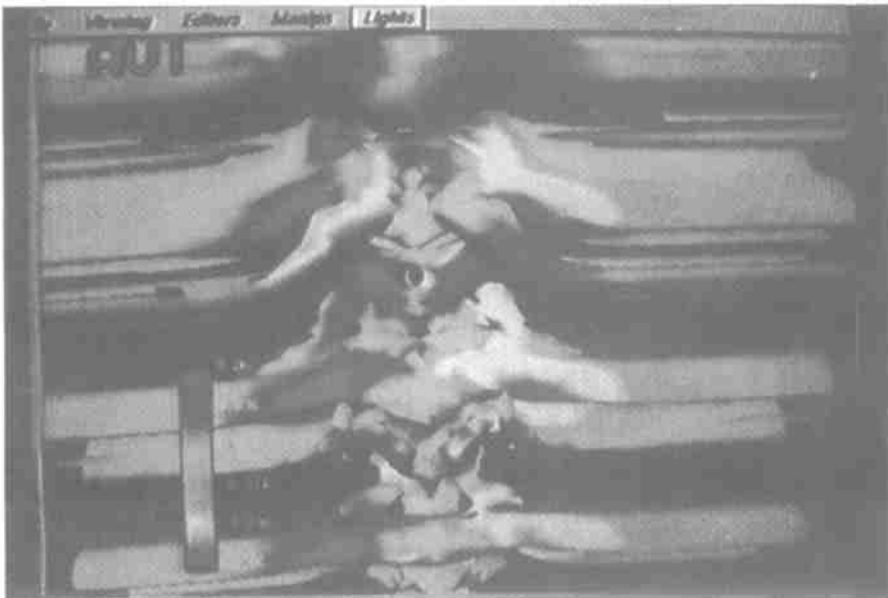


图 6 大尺度旋涡位错形成过程中的旋涡撕裂局部近视图
流动由上而下 ($\Gamma/\Gamma_0 = 0.15$)。涡上较亮的部分与图 5 所述相同

3 结论

本文用三维不可压缩 Navier-Stokes 方程组的直接数值模拟,揭示了具有局部展向非均匀性的尾迹型流动中形成的大尺度链状旋涡位错。数值结果证实了尾迹型剖面流动的不稳定性。不稳定性的非线性发展与空间非均匀变化导致一个三维旋涡涡街流场。尾迹型来流流动中在展向狭小区域内所引入的局部非均匀性使旋涡涡街沿展向在频率、相位及强度上发生变化,发生旋涡位错。给出了在所计算的时间空间范围内在跨过展向中心的非均匀区内形成大尺度链状旋涡重联结构。该结构沿流向呈现周期性,在展向对称。本文对大尺度链状旋涡重联结构的特征,如展向涡的变形与撕裂,撕裂涡的弯曲与流向涡环的形成等作了详细的描述与刻画。对形成的动力学机理作了讨论。对尾迹旋涡位错这一方面问题,尚有许多数值研究和理论分析工作需做,这是我们后续的研究课题。

致谢 本课题计算在中国科学院计算机网络信息中心进行。作者对审稿人的有益建议表示感谢。

参 考 文 献

- 1 Williamson C H K. Vortex dynamics in the cylinder wake. *Annu Rev of Fluid Mech*, 1996, 28: 477 ~ 539
- 2 Noack B R, Eckelmann H. A global stability analysis of the steady and periodic cylinder wake. *J Fluid Mech*, 1994, 270: 297 ~ 330
- 3 Barkley D, Henderson R D. Three-dimensional Floquet stability analysis of the wake of a circular cylinder. *J Fluid Mech*, 1996, 322: 215 ~ 241
- 4 凌国灿,常 勇. 圆柱绕流三维不稳定性的低维 Galeykin 法分析. *力学学报*, 1999, 31(6): 652 ~ 660
- 5 Zhang H Q, Fey U, Noack B R, et al. On the transition of cylinder wake. *Phys Fluids A*, 1995, 7(4): 779 ~ 794
- 6 Henderson R D. Nonlinear dynamics and pattern formation in turbulent wake transition. *J Fluid Mech*, 1997, 352: 65 ~ 112
- 7 Persillon H, Braza M. Physical analysis of the transition to turbulence in the wake of a circular cylinder by three-dimensional Navier-Stokes simulation. *J Fluid Mech*, 1998, 365: 23 ~ 88
- 8 Ling G C, Yu C W, Xiong Z M. The nonlinear features of the wake transition behind a circular cylinder. In: *Proceedings of the Third China-Japan Workshop on Turbulent Flows*, Beijing, China, 31 Oct ~ 4 Nov, 1998
- 9 Karniadakis G E, Triantafyllou G S. Three-dimensional dynamics and transition to turbulence in the wake of bluff objects. *J Fluid Mech*, 1992, 238: 1 ~ 30
- 10 Williamson C H K. The natural and forced formation of 'spot-like' vortex dislocations' in the transition of a wake. *J Fluid Mech*, 1992, 243: 393 ~ 441
- 11 Roshko A. On the development of turbulent wakes from vortex streets. *NACA Rep*, 1954, 119
- 12 Bloor M S. The transition to turbulence in the wake of a circular cylinder. *J Fluid Mech*, 1964, 19: 290 ~ 304
- 13 Lewis C, Gharib M. An exploration of the wake three-dimensionality caused by a local discontinuity in cylinder diameter. *Phys Fluids A*, 1992, 4: 104 ~ 117
- 14 Eisenlohr H, Eckelmann H. Vortex splitting and its consequences in the vortex street wake of cylinders at low Reynolds number. *Phys Fluids A*, 1989, 1: 189 ~ 192
- 15 Gerrard J H. The three-dimensional structure of the wake of a circular cylinder. *J Fluid Mech*, 1966, 25: 143 ~ 164
- 16 Gaster M. Vortex shedding from circular cylinder at low Reynolds number. *J Fluid Mech*, 1971, 46: 749 ~ 756
- 17 Bearman P W. Challenging problems in bluff body wakes. In: *Proc IUTAM Symposium on Bluff-Body Wakes, Dynamics and Instabilities*, Göttingen Sept, 1992. 19

- 18 ABE So, Maekawa H. Study of vortex dislocations in the wake of a flat plate with finite thickness. *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers B*, 2000, 66(649): 2343 ~ 2349
- 19 Browand F K, Troutt T R. The turbulent mixing layer: geometry of large vortices. *J Fluid Mech*, 1985, 158: 489 ~ 520
- 20 Ling G C, Xiong Z M. The three dimensional flow features of interaction between two vortex streets. In: *Proceedings of the Eighth International Offshore and Polar Engineering Conference*. Montréal, Canada, May 24 ~ 29, 1998. 388 ~ 392
- 21 Pocheau A, Croquette V, Gal P L. Turbulence in a cylindrical container of Argon near threshold of convection. *Phys Rev Lett*, 1985, 55: 1094 ~ 1097
- 22 Noack B R, Ohle F, Eckelmann H. On the cell formation in vortex streets. *J Fluid Mech*, 1991, 227: 293 ~ 308
- 23 Albaricó R, Provansal M. Quasi-periodic cylinder wakes and the Ginzburg-Landau model. *J Fluid Mech*, 1995, 291: 191 ~ 222
- 24 Park D S, Redekopp L G. Selection principles for spatio-temporal patterns in wake flows. In: *Proc IUTAM Symp on Bluff-body Wake, Dynamics and Instability*, Göttingen, Sept, 1992. 7 ~ 11
- 25 Monkewitz P A, Williamson C H K, Miller G D. Phase dynamics of Kármán vortices in cylinder wakes. *Phys Fluids A*, 1996, 8: 91 ~ 96
- 26 Triantafyllou G S, Karniadakis G E. Computational reducibility of unsteady viscous flows. *Phys Fluids A*, 1990, 2: 653 ~ 656
- 27 Xiong Z M, Ling G C. Compact finite difference-Fourier spectral method for three dimensional incompressible Navier-Stokes equation. *Acta Mechanica Sinica*, 1996, 12(4): 296 ~ 306
- 28 Xiong Z M, Ling G C. Compact finite difference-Fourier spectral method for the three dimensional incompressible Navier-Stokes equations and application to vortex dislocation. In: Kutler P, ed. *Plenary Lecture, Fifteenth International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics*, Monterey, CA, USA June 24 ~ 28, 1990. *Lecture Notes in Physics*, Vol 490. 1990. 645 ~ 652
- 29 Karniadakis G E, Israeli S A, Orszag S A. High-order splitting methods for the incompressible Navier-Stokes equations. *J Comput Phys*, 1994, 97: 414 ~ 443
- 30 Lele S K. Compact finite difference schemes with spectral-like resolution. *J Comput Phys*, 1992, 103: 16 ~ 42
- 31 Nishioka M, Sato H. Measurements of velocity distributions in the wake of a circular cylinder at low Reynolds numbers. *J Fluid Mech*, 1974, 65: 97 ~ 112
- 32 Jin G, Braza M. A nonreflecting outlet boundary condition for incompressible unsteady Navier-Stokes calculation. *J Comput Phys*, 1993, 107: 239 ~ 253
- 33 Persillon H, Braza M, Jin G. Prediction of transition features in the flow past a circular cylinder in three-dimension. In: *Proceedings of the Fifth International Offshore and Polar Engineering Conference*. Hague, Netherlands, June 11 ~ 16, 1995. 597
- 34 Gerich D, Eckelmann H. Influence of end plates and free ends on the shedding frequency of circular cylinders. *J Fluids Mech*, 1982, 122: 109 ~ 122