

接管高应变区缺陷的安全评定概率方法研究

丁克勤*

(北京航空航天大学固体力学所)

柳春图**

(中国科学院力学研究所)

【摘要】 随着计算机技术飞速发展, Monte Carlo 法在压力容器可靠性分析中得到广泛应用。但对于小概率情形, 利用直接抽样的 Monte Carlo 法进行失效概率计算, 费用较高。为此, 笔者提出了几种新的失效概率近似计算方法, 并以压力容器接管为例, 对其断裂失效概率进行了计算, 同时还和直接抽样的 Monte Carlo 法的计算数值进行了比较。结果表明, 新的失效概率近似计算方法具有精度高、节省机时的优点。

【关键词】 概率断裂力学 Monte Carlo 法 断裂失效概率 接管

1 引言

随着世界各国对能源需要量的急剧上升, 核电已成为极为重要的能源工业。核电站的反应堆容器是一个承受高温、高压、放射性辐照的特殊高压容器, 整个链式反应都在反应堆压力容器的活性区中进行, 一旦容器破裂, 不仅会毁坏整个反应堆装置, 而且核裂变物质会释放出来污染周围环境, 给居民的生命安全造成威胁。因此, 开展压力容器的安全可靠性问题研究, 具有极其重要的意义。

随着计算机技术飞速发展, 统计模拟法在近代工程结构中得到广泛应用。由于核压力容器的可靠性高、失效概率低, 尤以重要性抽样法或分层抽样法的统计模拟法应用最为广泛。例如, 美国橡树岭国家试验研究院研制的 OCA - P、美国西屋公司研制的 PFM, 德国 Karlsruhe 核研究中心研制的 PARIS 程序, 以及 VISA - I VISA - II PRAISE、CEPFM 等程序都采用这两种抽样方法。由于计算模型日益复杂, 随机变量多达上百个, 致使进行一次模拟计算历时数小时之久, 故在工程应用中受限制, 模拟次数为 (50~ 100) 次。因此, 抽样次数少而覆盖面适当的拉丁超立方抽样法 (以下简称拉丁抽样法) 受到重视。但该方法精度较差, 而分层抽样法能减少计算方差并提高精度。因此, 笔者提出分层抽样——重要性抽样复合法、分层抽样——拉丁抽样复合法, 这是两种新的断裂失效概率近似计算方法, 并以压力容器接管作为算例, 对接管的逐年断裂失效概率进行计算, 同时还将计算结果与直接抽样的 Monte Carlo 法进行了比较。

2 抽样方法简介

2.1 重要性抽样法^[1]

重要性抽样法, 是一种降低方差的抽样方法。其基本思想是以 i 个重要性函数 $g_i(1)$ 代替

* 博士

** 教授

原来的 i 个随机变量的概率密度函数, 进行模拟抽样时, 改为从重要性概率密度函数中抽出。由于重要性函数的样本值对失效概率值的贡献大, 使进行 N 次模拟循环计算中失效事件增多, 因此, 可适当地减少模拟次数, 从而提高抽样效率。设随机变量 x_1, x_2, \dots, x_m 的概率密度函数分别为 $f_1(x_1), f_2(x_2), \dots, f_m(x_m)$, 重要性密度函数分别为 $(g_1(x_1), g_2(x_2), \dots, g_m(x_m))$, 则结构失效概率 p_f 的计算式为

$$P_f = \int_{\Omega} I[G(x_1, x_2, \dots, x_m)] \frac{\prod_{i=1}^m f_i(x_i)}{\prod_{i=1}^m g_i(x_i)} \prod_{i=1}^m g_i(x_i) dx_i \quad (1)$$

式中, $I[G(x_1, x_2, \dots, x_m)]$ 为指示函数, Ω 为失效域, P_f 的模拟均值由下式估算:

$$\hat{P}_f^* = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n I[G(x_{1j}^*, x_{2j}^*, \dots, x_{mj}^*)] \prod_{i=1}^m \frac{f_i(x_{ij}^*)}{g_i(x_{ij}^*)} \quad (2)$$

式中, x_{ij}^* ($i, j = 1, 2, \dots, m$) 为来自重要性抽样密度函数 $g_i(\bullet)$ 的第 j 个随机数。

重要性函数的选定是重要性抽样法成功的关键, 目前, 多采用将原概率密度函数沿危险方向平移一个最佳量后作为重要性函数。文献^[2]利用优化思想提出了确定最佳平移量的一种方法, 便于工程应用。

2.2 分层抽样法^[1]

分层抽样法, 也是一种降低方差的抽样方法。其基本思想是把积分域分成若干个小区域, 在每个小的积分域上按其重要性, 选取不等的抽样数, 进行局部的均匀抽样, 代替在整个积分域上的均匀抽样。对于断裂失效概率计算, 一般将具有主导作用的一个随机变量, 例如, 起始裂纹尺寸为 α_0 的样本空间内分割成 m 个空间, 按照各个区间对断裂失效概率贡献大小, 确定抽样次数。

首先在 α_0 的样本空间内分成 i 个区间后, 由 α_0 的概率密度函数计算 α_0 的随机抽样值从属于第 i 区的概率 p_i , 再采用直接抽样的 Monte Carlo 法, 计算 α_0 值从属第 i 区的裂纹导致断裂的概率 N_i^f/N_i (N_i 是从 α_0 样本空间的第 i 区的随机抽样, N_i^f 是 N_i 个样本中发生断裂事件的样本数)。这样, α_0 从属于第 i 区内的裂纹导致断裂的概率为:

$$p_f^i = p_i \times N_i^f/N_i \quad (3)$$

总的断裂概率为:

$$p_{f\text{总}} = \sum_{i=1}^m p_i \times N_i^f/N_i \quad (4)$$

理论分析认为, 为了减少计算估计值方差, 应从每个子区间抽样的样点数正比于该区间的标准差与子区间长度的乘积。分层抽样法的关键是区间的划分。区间划分得好或不好, 不仅影响到计算量的大小, 还影响计算精度。文献^[1]对分层规律进行了研究, 并用于失效概率计算, 取得了较好的效果。

2.3 拉丁抽样法^[3]

与直接抽样的 Monte Carlo 法不同, 拉丁抽样法属于一种受约束的抽样法。按照直接抽样的 Monte Carlo 法, 首先从 $[0, 1]$ 区间上产生随机数, 然后利用反变换法从随机变量的分布函数产生随机变量的样本值, 进行失效概率计算。然而, 拉丁抽样法与此不同, 若决定模拟循环次, 拉丁抽样法则首先将 $[0, 1]$ 区间等分成 N 个互不重叠的子区间, 然后在每个子区间内分别进行独立的等概率抽样。为了保证抽取的随机数属于各子区间, 则第 i 个子区间内的随机数应



V_i 满足下列等式:

$$U_i = \frac{U}{N} + \frac{i-1}{N} \quad (5)$$

式中, $i = 1, 2, \dots, N$; U 为 $[0, 1]$ 区间内均匀分布的随机数; U_i 为从属于第 i 个子区间的随机数。

由于存在下列关系式:

$$\frac{i-1}{N} < U_i < \frac{i}{N} \quad (6)$$

因而, 每一个子区间仅能产生一个随机数, 然后采用反变换法, 由 N 个子区间产生的 N 个随机数得到 N 个某一概率密度函数的随机数抽样值。最后对随机变量的随机抽样值进行组对, 也就是对各随机变量的随机抽样值所属区间的序号进行随机排列。

设 k 个随机变量 x_1, x_2, \dots , 以 x_k 进行 N 次模拟循环为例, 由 x_1 的 N 个子区间内, 随机抽样的 N 个抽样值与 x_2 的类似抽取的 N 个抽样值进行组对, 组成 x_1x_2 的 N 个组对。类似地抽样值 x_1x_2 的 N 个组对再与 x_3 的 N 个抽样值进行组对为 $x_1x_2x_3$, 如此类推, 直至组成 N 组 x_1x_2, \dots, x_k 为止。

拉丁抽样法的估计值稳定, 但该方法并不能降低计算结果的方差。因此, 为了提高精度, 文献^[4]提出了拉丁抽样法与能降低方差的对偶变量抽样法和条件期望值法相结合计算失效概率。但是, 这些方法对接管高应变区的失效概率计算, 效果并不理想。

2.4 分层抽样——重要性抽样复合法

为了提高接管高应变区失效概率计算精度和效率, 本文提出的分层抽样——重要性抽样复合法, 即首先将初始裂纹长度 a_0 按不同的分层规律进行分层 (按文献^[5]办法: 按等比级数分层; 或平均分层), 随后再在每一个子区间进行重要性抽样。当然, 其它未分层的随机变量仍进行重要性抽样。

2.5 分层抽样——拉丁抽样复合法

为了提高拉丁抽样法的计算精度, 笔者将拉丁抽样法和降低方差的分层抽样法相耦合计算失效概率。其基本思想是首先将初始裂纹长度 a_0 按某一规律分层, 然后再在每一个子区间进行拉丁抽样。当然其它未分层的随机变量仍进行拉丁抽样。本文与前人的拉丁抽样不同之处在于: 不是从均匀分布的 $[0, 1]$ 中抽样, 而是从各随机变量分布函数的实际抽样范围内抽样。

3 算 例

笔者选用文献^[6]中容器接管的实例, 计算其拐角裂纹导致断裂的概率。

容器材料为 16MnR, 接管与容器的内径分别为 147mm 和 500mm, 接管与容器的壁厚均为 14mm, 故二者轴线的平分角线方向的壁厚为 20mm。弹性模量 $E = 20.58 \times 10^4 \text{ MPa}$ 。一年内波动循环压力次数不超过 252 次。工作压力范围为 (0~9)MPa。按 Decock 公式计算得到拐角部位压力集中系数 $K_t = 2.14$ 。

为了计算接管经历 N 次波动应力后裂纹的当量表面裂纹深度 a , 采用屈服应力 $\sigma_y < 540 \text{ MPa}$ 的国产压力容器用钢的 Paris 公式数据, 即:

$$da/dN = C (k)^m \quad (7)$$

式中, $m = 3.26$; $k = 2.14$ $\sigma \sqrt{\pi \alpha_0}$; σ 为波动应力幅值; C 为随机变量, C 的均值为 2.334×10^{-4} 。

经历 N 次波动应力后

$$\alpha = \left[\frac{\alpha_0^{0.63}}{1 - 7.56C (\sigma)^{3.26} \pi^{1.63} N a_0^{0.63}} \right]^{1.59} \tag{8}$$

采用 COD 断裂判据, $\delta_c < \delta$; 采用英国标准 PD6493 的 COD 设计曲线公式计算 δ 则断裂判据为:

$$\left. \begin{aligned} \delta_c &= 2\pi\alpha_0 e_y (e/e_y)^2, \text{ 当 } e/e_y \leq 0.5 \\ \delta_c &= 2\pi\alpha_0 e_y (e/e_y - 0.25), \text{ 当 } e/e_y > 0.5 \end{aligned} \right\} \tag{9}$$

式中, δ_c 为裂界裂纹张开位移, 也称断裂韧性; δ 为裂纹张开位移; e 为作用在裂纹部位的应变; e_y 为屈服应力。

将 (8) 式代入 (9) 式后, 将波动应力幅值 σ , 断裂韧性 δ_c , 初始裂纹深度 α_0 , Paris 公式中材料常数 C , 屈服应力 σ_y , 薄膜应力 σ_m ($e = \sigma_m/E$) 等视为随机变量, 其概率密度分布函数和参数见表 1, 则 (9)

表 1 随机变量的概率密度分布函数及参数

随机变量	分布函数	分布参数
初始表面裂纹深度 α_0	$\lambda e^{-\lambda x} / (e^{-\lambda x_i} - e^{-\lambda x_u})$	$\lambda = 0.65, x_i = 0$ $x_u = 20mm$
膜应力 σ_m	$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}]$	$\mu = 165.2MPa$ $\sigma = 24.78MPa$
循环应力幅值 $\Delta\sigma$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}]$	$\mu = 82.6MPa$ $\sigma = 24.78MPa$
材料参数 C	$\frac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma}} \exp[-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}]$	$\mu = 2.334 \times 10^{-14}MPa$ $\sigma = 2.334 \times 10^{-15}MPa$
临界 COD 值 δ_c	$\frac{\alpha}{\beta} (\frac{x}{\beta})^{\alpha-1} \exp[-(\frac{x}{\beta})^\alpha]$	$\alpha = 1.91$ $\beta = 0.138mm$

式构成概率论的断裂失效判据, 计算断裂概率归结为 6 维积分式。由于求精确的解析解难, 故采用不同抽样的 Monte Carlo 法作近似计算。

4 计算结果

4.1 直接抽样的 Monte Carlo 法

模拟 5 万次, 计算接管的逐年断裂失效概率, 其结果列于表 2, 以此作为精确值来比较各种抽样法的计算精度。

4.2 分层抽样——重要性抽样复合法

参照文献^[5]的分层办法, 将起始裂纹尺寸范围 [0, 20mm] 进行分层。分为 [0, 0.67], [0.67, 1], [1, 2], [2, 3], [3, 6], [6, 8], [8, 11], [11, 14], [14, 17], [17, 20] 共 10 个小区间。由于 $\alpha_0 < 1mm$ 的裂纹导致断裂的概率虽达 0.58, 但能导致断裂的概率很低 ($< 10^{-7}$); $\alpha_0 > 14mm$ 的裂纹导致断裂的概率高, 但其出现的概率很低 ($< 10^{-4}$)。因此, 在计算时, 可将 [0, 0.67], [0.67, 1], [14, 17], [17, 20] 这第 1, 2, 9, 10 区间略去不计。再根据各区间的裂纹对总失效概率贡献大小分别抽取不同的样本, 各区间采用重要性抽样, 其抽样数分别为 1000, 1000, 2000, 2000, 1500, 800。总计模拟 8300 次, 与直接抽样的 Monte Carlo 模拟 5 万次相比,

最大计算误差 1.7%, 计算时间仅为 1/5, 其结果详见表 2。

4.3 分层抽样——拉丁抽样复合法

先按 4.2 节进行分层抽样, 计算 (3~ 8) 区的裂纹导致断裂的概率时, 采用拉丁抽样法, 各区间的抽样数分别为 80, 80, 150, 150, 50, 30, 总计模拟 540 次。与直接抽样的 Monte Carlo 法模拟 5 万次相比, 最大误差为 5.61%, 计算时间为 1/10000, 其结果详见表 2。

5 结 论

1) 本文提出的分层抽样——重要性抽样复合法, 不但计算精度高, 而且减少了计算费用。分层抽样——拉丁抽样复合法的精度虽比分层抽样——重要性抽样复合法稍差, 但在计算费用上减少得更多。

2) 今后, 需改进分层办法和各区区间抽样数的分配方案, 以及进一步研究拉丁抽样法中组对问题, 以减少各随机变量抽样点所属区间序号条件相关法对计算精度的影响。

(收稿: 1998 年 7 月; 作者地址: 北京市海淀区学院路 37 号; 北京航空航天大学固体力学所; 邮编: 100083)

表 2 算例计算结果

时间 (年)	接管断裂失效概率 ($\times 10^{-3}$)		
	直接抽样 5 万次	分层抽样- 重要性抽样 复合法 8300 次	分层抽样- 拉丁抽样 复合法 540 次
5	32.1	32.56	33.6
10	32.9	33.22	33.68
15	33.9	34.49	34.48
20	34.9	35.52	35.62
25	35.8	35.87	37.81
30	37.0	37.20	38.89

参 考 文 献

- 1 丁克勤 工程结构疲劳裂纹随机扩展及可靠性分析方法研究 中国科学院力学研究所博士论文, 1997.
- 2 丁克勤 柳春图 重要性抽样法在管节点疲劳可靠性分析中的应用 力学学报, 1996, 28(3): 359~ 362
- 3 McKay M. D., Beckman R. J., Conover W. J.. A Comparison of Three Methods for Selecting Values in the Analysis of Output from a Computer Code, Technometrics 1979, 2: 239~ 245
- 4 Ayub B. M., Kwangling Lai Structural Reliability, COSSAR- 89, San Francisco, USA, 1989: 1174 ~ 1184
- 5 Marshall W.. An Assessment of the Integrity of PWR Pressure Vessels, Report of the UKAEA, 1976
- 6 Gao Zengliang, Xu Liangfeng, Zhang Kangda Fatigue Crack Growth in the Nozzle Corner of a Pressure Vessel Int J Pres Ves & Piping, 42, 1990: 1~ 13

Study on the Probability Methods of Safety Assessment of Defects of High Strain Zone of the Nozzle

Ding Keqin*

(Institute of Solid Mechanics, Beijing University of Aeronautics & Astronautics)

Liu Chun tu**

(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Science)

Abstract

With the rapid development of computer technology, Monte Carlo Method is widely applied in reliability analysis of the pressure vessel. But due to the low fracture failure probability of the pressure vessel, the cost used to calculate the fracture failure probability by direct Monte Carlo method is rather high. It is for this reason that several new methods for calculating the fracture failure probability are presented. They are exemplified by the nozzle of the pressure vessel, and compared with the Monte Carlo method with direct sampling. The results show that the new methods are more precise and less time-consuming.

Key words: Probability fracture mechanics Monte Carlo simulation

Fracture failure probability Nozzle

* Dr

** Prof