

[文章编号] 1001-246X-(2000)04-0341-06

可压缩轴对称射流流场近区的数值模拟

刘明宇, 马延文, 傅德薰

(LNM, 中国科学院力学研究所, 北京 100080)

[摘 要] 采用高精度差分方法对二维轴对称可压缩射流流场进行了数值模拟,研究了大尺度涡结构的形成和发展过程及其在射流发展过程中的作用,计算结果显示了射流失稳后首先出现 Kelvin-Helmholtz 非稳定特征,之后向下游发展的过程中,非线性效应的增长导致涡的配对和对并;指出射流场中压力波动的分布是大尺度涡结构分布的直接结果。

[关键词] 射流;大尺度涡结构;迎风紧致格式;对称紧致格式;涡配对;涡对并

[中图分类号] O35 [文献标识码] A

0 引言

轴对称射流是一种典型的自由剪切流动。长期以来,许多学者通过实验分析和数值计算对其进行了大量的研究。六十年代在剪切层中发现大尺度的相干结构^[1,2],极大地激发了人们对各类剪切流动的研究兴趣。射流近区,即 10 倍于射流出口直径范围内的区域,也成为人们关注的焦点。但是同平面混合层相比,射流的数值研究相对比较少,主要是因为射流发展的早期阶段通常被认为和平面混合层具有相似的性质,平面混合层则被认为是更具有普遍意义的范例;另外,一些算法如有限差分和谱方法在柱坐标上实现起来较为困难也是影响因素之一。实验和数值研究已经指出^[3],在射流剪切层中,当剪切层的厚度达到一定程度,形成大涡核的涡环时,圆形射流的曲率对剪切流动将产生相当大的影响。

射流失稳的机理研究有着广泛的实际应用背景,如噪音产生、混合、燃烧稳定性等都与射流的不稳定机制和大尺度结构的运动密切相关。射流噪音的试验表明^[4],射流在 4~5 倍出口直径范围内的区域,产生的噪音能量最大,然后急剧下降。这一阶段的射流正是处于涡形成和涡发展时期,准确地了解这一阶段射流流场的性质,是认识射流噪音产生机理的基础。

本文的目的之一就是利用数值计算方法研究射流转捩初始阶段的流场特性。考虑到所研究的物理问题是非定常、具有多尺度结构的复杂流场,文中采用高精度的差分方法,以五阶精度的迎风紧致格式逼近 N-S 方程的对流项,以六阶精度的对称紧致格式逼近粘性项,时间的导数项采用三阶的 R-K 方法逼近^[5]。另一方面,本文将考察轴对称假设对数值计算结果的影响。

[收稿日期] 1999-09-24; [修订日期] 1999-09-24

[作者简介] 刘明宇(1967~),男,河南泌阳,讲师,博士,主要从事计算流体力学方面的研究

1 数值方法

1.1 控制方程

二维轴对称可压缩射流的控制方程采用柱坐标下的 Navier-Stokes 方程

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial f_1}{\partial x} + \frac{\partial f_2}{\partial r} + \frac{S}{r} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial V_1}{\partial x} + \frac{\partial V_2}{\partial r} + \frac{E}{r} \right) \quad (1)$$

其中, x 表示流向, r 表示径向。 $U = [u, v, e]^T$, $f_1 = [u, u^2 + p, uv, u(e+p)]^T$, $f_2 = [v, v, uv^2 + p, v(e+p)]^T$, $S = [v, puv, v^2, v(e+p)]^T$, $V_1 = [0, \tau_{xx}, \tau_{xr}, q_x]^T$, $V_2 = [0, \tau_{rx}, \tau_{rr}, q_r]^T$, $E = [0, \tau_{rx}, \tau_{rr}, q_r]^T$, $e = [C_v T + (u^2 + v^2)/2]$. 式中 $\tau_{xx}, \tau_{xr}, \tau_{rx}$ 为剪切应力, q_x, q_r 为对应于 x 和 r 方向上的热通量, ρ, u, v, T, p 和 e 分别表示流体的密度、轴向速度、径向速度、温度、压力和单位质量流体的能量, 这些量均为无量纲量。无量纲化时, 速度的参考值是射流和环境流的平均速度 u , 参考马赫数为平均马赫数 M , 长度参考值为射流的出口半径 $L = D/2$, 对时间无量纲化时 $t = L / u$. 无量纲化以后, 有下列关系式成立, $p = \frac{T}{M^2}$, $C_v = \frac{1}{(\gamma - 1) M^2}$, γ 是比热比。雷诺数的定义为 $Re = \frac{u L}{\mu}$.

1.2 计算方法

将 N-S 方程中的流通矢量进行分裂^[6]

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial f_1^+}{\partial x} + \frac{\partial f_1^-}{\partial x} + \frac{\partial f_2^+}{\partial r} + \frac{\partial f_2^-}{\partial r} + \frac{S}{r} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial V_1}{\partial x} + \frac{\partial V_2}{\partial r} + \frac{E}{r} \right) \quad (2)$$

$$f_k = f_k^+ + f_k^-, \quad k = 1, 2$$

这里 $f_k^\pm = A_k^\pm U$, $A_k^\pm = S_k^{-1} S_k^\pm$, 其中 A_k 是对应于流通矢量 f_k 的 Jacobin 矩阵, S_k^\pm 是由对角元素 s_{ik}^\pm 组成的对角矩阵。

$$s_{ik}^\pm = \frac{-ik \pm \left(\frac{2}{k} + \frac{2}{ik} \right)^{1/2}}{2} \quad (3)$$

s_{ik} 是矩阵 A_k 的特征值。 $s_{1k} = s_{2k} = u_k$, $s_{3k} = u_k - c$, $s_{4k} = u_k + c$, 其中 $u_1 = u$, $u_2 = v$, c 为声速。

采用五阶精度迎风紧致格式^[5]逼近 N-S 方程中的对流项, 以 $F_{1,i}^\mu / \Delta x = (df_{1,i}^\pm / dx)_i$ 为例, 其差分格式如下

$$\frac{3}{5} F_{1,i}^\pm + \frac{2}{5} F_{1,i\pm 1}^\pm = \frac{\mu}{\Delta x} \left(-f_{1,i\pm 2}^\pm + 11f_{1,i\pm 1}^\pm + 47f_{1,i}^\pm + 3f_{1,i\pm 1}^\pm \right) / 60 \quad (4)$$

其中 $\mu f_i = \mu (f_{i\pm 1} - f_i)$.

N-S 方程中所有的二阶导数都可以看作是两次一阶导数

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(k \frac{\partial g}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} G, \quad G = k \frac{\partial g}{\partial x_j} \quad (5)$$

采用六阶精度对称紧致格式对粘性项进行差分逼近, 那么 $F_i(g) / \Delta x = \partial g / \partial x$ 有下式

$$\frac{1}{5} F_{i+1}(g) + \frac{3}{5} F_i(g) + \frac{1}{5} F_{i-1}(g) = \frac{14}{15} \frac{\partial}{\partial x} g_i + \frac{1}{30} \frac{\partial}{\partial x} (g_{i+1} + g_{i-1}) \quad (6)$$

其中, $u_x^0 = \frac{1}{2} (u_x^+ + u_x^-)$.

对于 $F_i(G)/x = \partial G/\partial x$ 重复使用公式(6)则可得到关于 g 的二阶导数。

1.3 网格变换

在数值计算中,为了提高剪切层附近的分辨率,在半径 r 方向采用下述坐标变换

$$r(\eta) = \frac{\tanh(\eta)}{\tanh(\eta_0)} \left\{ 1 + \left[1 - \frac{\eta_0}{Y Y_0} \right] \frac{\tanh[\eta - (\eta_0 - 1)j]}{\tanh[\eta_0 - (\eta_0 - 1)j]} \right\} \quad (7)$$

上式中, r 表示物理平面的坐标, η 表示计算平面的坐标, $Y Y_0$ 表示物理平面的区域尺度, η_0 、 j 是控制网格密集程度参数。本文中采用的计算区域和计算网格如图 1 所示,计算区域在轴向和径向的长度分别为 59.3 和 9.2,网格点数为 600×160 。

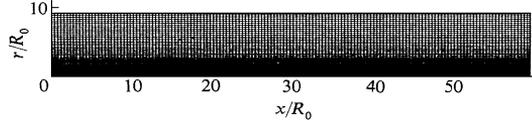


图 1 计算区域及计算网格

Fig. 1 Computational domain and grids

2 结果和分析

2.1 初始条件和边界条件

数值模拟的物理流动是亚声速射流 ($Ma = 0.6$) 射入 $Ma = 0.2$ 的同向流动的环境介质中,并在同一温度下进行混合。计算的初始条件如下: $u = 1 - \tanh[20(r - 1)j]$, (其中 $j = 0.5$), $v = 0$, $\theta = 1$, $T = 1$, 雷诺数为 174 000. 初始轴向速度分布如图 2 所示。入口边界给定来流条件,上边界和出口边界上采用无反射边界条件,在射流的对称轴上即 $r = 0$ 处,根据流动的物理特征, u 、 θ 、 T 采用对称条件, v 采用反对称条件。

2.2 计算结果和讨论

图 3 给出了 $t = 75.5$ 时刻轴对称射流瞬时流场的涡量、速度和压力的等值线分布结果,显示了射流失稳后的发展过程。考虑到流场的对称性和非对称性,图 3 只给出了一半流场(下同)。同时由于计算中采用的对称假设与远区流场的物理情况不相符(见下面分析),文中只采用流场近区的计算结果($x/R_0 < 21$)。在射流发展的早期阶段,即射流刚从喷口喷出,由于射流和环境流之间的速度差而形成了一个剪切层。剪切层失稳后,最初以 Kelvin-Helmholtz 波特征为主导,射流体内大量的小扰动以指数的形式增长^[7],导致大尺度旋涡的产生(事实上旋涡开始出现的位置基本是固定的,都在 $x/R_0 \approx 6$ 处)。之后,随着射流向下游发展,非线性效应增长导致涡的配对和相邻两涡的对并(图 4),形成射流剪切流动转捩的决定性因素^[8]。图 4 显示了旋涡在射流流场中的发展过程,从中可以得到大尺度涡结构的对流速度大约为 1.05,与射流和环境流的平均速度接近。对流速度基本保持恒定,与涡的大小及位置无关,只有相邻的涡出现对并时,后面的涡要加速去“碰撞”前面的涡,对流速度才会有所变化。通过计算得到的对

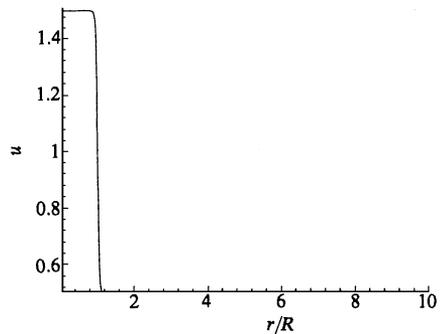


图 2 初始轴向速度分布

Fig. 2 Initial axial velocity distribution

流速度与 Dimotakis^[10]和 Papamoschou^[11]的实验结果非常吻合。

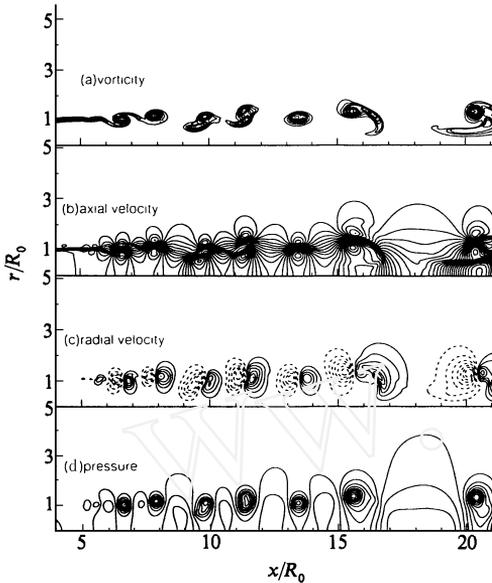


图 3 $t = 75.5$ 时刻流场瞬时等值线(虚线表示负值)

(a) 涡量 (b) 轴向速度 (c) 径向速度 (d) 压力

Fig. 3 Instantaneous contour plots at

$t = 75.5$ (dashed line denotes negative value)

从图 3 (d) 可以看出每一个涡结构都对应一个低压区,压力在空间的这种分布是瞬时大尺度相干结构存在的直接结果。为清楚了解压力分布和流场结构之间的关系,把图 3 的局部加以放大(见图 5),从流场散度的等值线分布(图 5 (b))可以看出,涡结构对应区域的散度为负,说明该区域是一个膨胀区,密度下降(图 5

(c)),压力要降低;而涡结构之间区域的散度为正,说明该区域是压缩区,密度增大,压力要升高。Ran 和 Katz 在研究圆射流压力波动的试验中,测量到在涡对并的地方瞬时压力甚至会降低 80 %^[9]。从相对速度的矢量图中也可以看到(图 5 (d)),涡结构之间存在相对滞点,流体从滞点流向下一个旋涡,环绕旋涡流动时,处于膨胀和加速的状态,压力下降,之后减速向下游发展进入下一个滞点,此时流体受到压缩,压力升高。

图 6 和图 7 分别是轴向平均速度在不同流向位置的分布及其等值线,可以看出等速核在流动过程中逐渐减小,在 $x/R_0 = 16$ 时消失,这一阶段的计算结果符合实际的物理现象;但是 $x/R_0 = 16$ 的下游区域,等速核重新出现,其平均速度分布形状沿流向保持不变,这种现象与实际情况相去甚远。实际上,在射流的下游发展区(流场远区),螺旋模态对射流的不稳定发展的影响越来越大,流场的三维特性越来越明显,采用对称假设所得到的计算结果不适用于流场远区的分析。

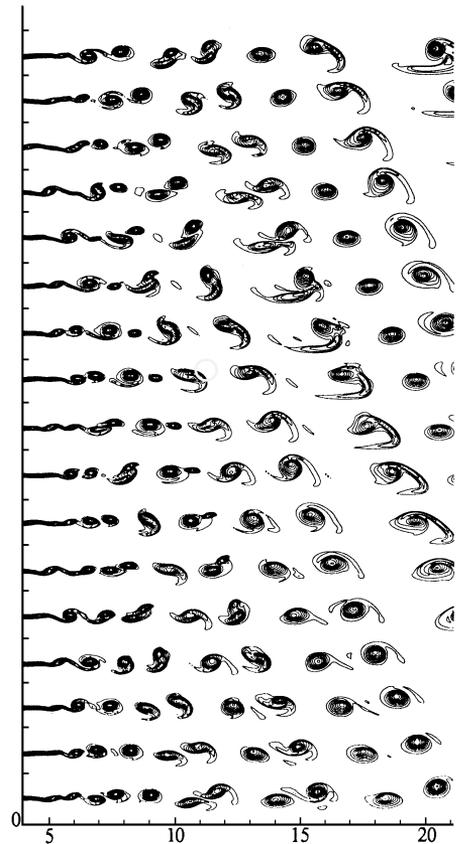


图 4 涡结构发展的时间顺序

(第一个为 $t = 75.5$ 时刻,时间间隔为 0.8)

Fig. 4 The time sequence of vorticity

with the first at $t = 75.5$ and $t = 0.8$

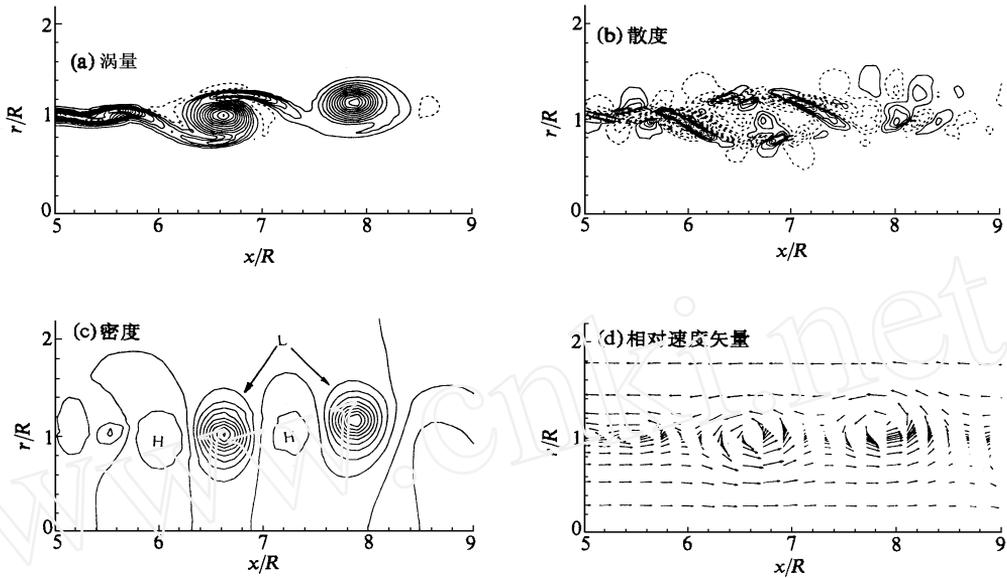


图 5 $t = 75.5$ 时刻流场计算结果

Fig. 5 Computation results at $t = 75.5$

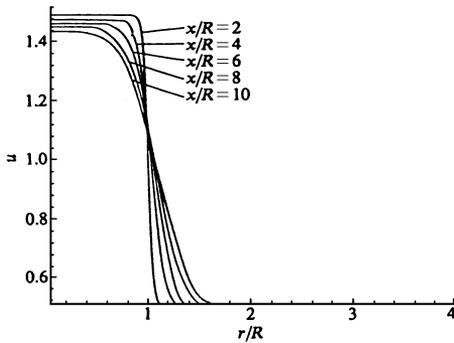


图 6 不同轴向位置的平均轴向速度

Fig. 6 Mean axial velocity at different position

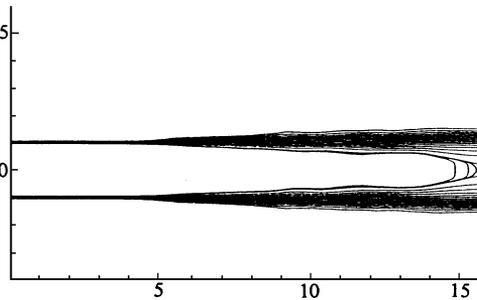


图 7 平均轴向速度等值线

Fig. 7 Contours of mean axial velocity

3 结论

本文采用高精度的差分格式对二维轴对称射流进行了数值模拟,模拟结果显示了射流流场的微观结构和湍流射流的初始转捩过程,证实大尺度涡结构(相干结构)的产生及其相互作用在射流的转捩过程中起着决定性的作用;分析指出在轴对称假设下进行的射流数值计算只适用于射流近区的分析。

[参 考 文 献]

[1] Brown GL and Roshko A. On density effects and large structure in turbulent mixing layers [J]. *J Fluid Mech*, 1974, **64**:775 ~ 816.

- [2] Crow S C and Champagne F H. Orderly structure in jet turbulence [J]. *J Fluid Mech*, 1971, **77**:397 ~ 413.
- [3] Grinstein F F , Hussian F & Oran E S . Momentum flux increases and coherent structure in a subsonic axisymmetric free jet [R]. Naval Research Laboratory Memo Rep , 6279 ,1988.
- [4] Laurence J C. Intensity , scale and spectra of turbulence in mixing region of free subsonic jet [R]. NACA Rep , No. 1292 ,1956.
- [5] 傅德薰 ,马延文. 平面混合流拟序结构的直接数值模拟 [J]. 中国科学 A 辑 ,1996 ,**26**(7) :657 ~ 664.
- [6] Steger j L and Warming R F. Flux vector splitting of the inviscid gasdynamic equations with application to finite-difference methods [J]. *J Compt Phys*, 1981 ,**40**:263 ~ 293.
- [7] Michallke A. A Survey of Jet Instability Theory [M]. Prog Aerospace Sci. 1984.
- [8] Fernando F Grinstein. Vorticity in Jets [M]. Kluwer Academic Publishers. 1995.
- [9] Ran B and Katz J. Pressure Fluctuations and Their Effect on Cavitation Incpention within Water Jets [J]. *J Fluid Mech*, 1994 ,**262**: 223 ~ 263.
- [10] Dimotakis P E. Entrainment into a fully developed two-dimensional shear layer [C]. AIAA Paper 84 ~ 0368.
- [11] Papachmoschou D and Roshko A. Observations of supersonic free shear layers [C]. AIAA paper 86 ~ 0162.

NUMERICAL SIMULATION OF THE NEAR REGION OF COMPRESSIBLE AXISYMMETRIC JET

LIU Ming-yu , MA Yar-wen , FU De-xun

(LNM , Institute of Mechanics , Chinese Academy of Sciences , Beijing 100080 , P R China)

[**Abstract**] The flow fields of 2-D compressible axisymmetric jet are simulated by solving N-S equations. The discretization method has high order accuracy. The information and development of the large vortical structure and it's role in the jet development are studied. The Kelvin-Helmholtz wave appears firstly when jet loses it's stability , and then the single vortex rolls up. After that , with the development of jet , the vortex structures begin to pair and merge because of the increasement of nonlinear effects. It is also shown that the pressure distribution is directly relative to the large vortical structures.

[**Key words**] jet ; large vortex structure ; upwind compact scheme ; symmetrical compact scheme ; vortex pairing ; vortex merging