

文章编号：1000-4750(2001)04-102-07

一种硅油扭振阻尼器的非线性动力学特性研究

王丽丽¹, 张景绘², 段权³

(1. 中科院力学所, 北京 100080; 西安交通大学建筑工程与力学学院, 西安 710049;
2. 西安交通大学建筑工程与力学学院, 西安, 710049; 3. 西安交通大学化工学院, 西安, 710049)

摘要：本文提出一种利用 Cohen 类二次时频分布和 Hilbert 变换, 由非平稳振动信号对非线性动力学系统进行辨识的方法, 利用该方法对一种硅油扭振阻尼器进行了实验研究, 得到了阻尼器的阻尼系数随转速的变化曲线及附加刚度随转角的变化曲线, 揭示了阻尼器的非线性动力学特征。该方法仅需利用一次冲击响应信号, 实验工作量小, 抗噪性好, 适用性广泛。

关键词：阻尼器; Cohen 类二次时频分布; 非平稳振动; 非线性动力学系统; Hilbert 变换

中图分类号：O32 **文献标识码：**A

1 引言

阻尼器是无源振动控制的核心元件, 在工程领域中应用非常广泛。阻尼器的种类很多, 目前国内外研究的阻尼器多数为固体阻尼器, 如橡胶和金属网丝型, 少量为流体阻尼器。流体阻尼器分为两类: 一类是平动阻尼器, 如板式、锥体式和活塞式, 另一类是旋转式阻尼器, 如曲轴减振器、叶轮式减振器、活塞式减振器等。本文研究的硅油扭振阻尼器用于高分辨率相机的减振系统, 其外形为圆柱形, 内部充满阻尼油—硅油, 设计有工作室和补偿室, 工作室由转子叶片(4片)与定子叶片(4片)分隔为压缩腔与舒张腔, 转子轴通过拉杆与外界被控相机

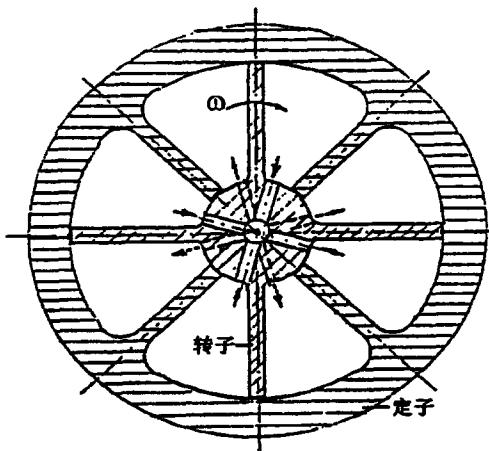


图 1 阻尼器内部结构简图

收稿日期: 2000-01-08; 修改日期: 2000-08-20

基金项目: 西安交通大学在职博士基金, 中国博士后研究基金

作者简介: 王丽丽(1968), 女, 讲师, 博士后, 从事流体力学、振动与控制研究

相连。转子与定子的截面如图 1 所示, 转子扭振时先沿一方向运动, 压缩腔流体受正压, 舒张腔流体呈负压, 在压力差作用下, 压缩腔流体进入转子轴上小孔和中心流道流向舒张腔, 在下半周期时情况相反。阻尼器在流路中形成一脉动流体。该阻尼器可通过外阀调节工作室容积, 以达到调节阻尼的目的。当阻尼器受到外力矩作用时, 阻尼油由于压力差作用在腔室和油路中流动, 沿途受到诸多阻碍, 如粘性流体与管壁或容器壁、与相邻流体微团之间产生粘性摩擦或撞击等, 使运动速度降低(局部压力损失), 运动能量被耗散, 另外由于流线弯曲 Tollmien-Schlichting 波的发展形成涡旋, 通过粘性直接发散, 或者经过其分解、传递后再通过粘性作用而发散, 从而产生阻尼效应。

由于工作介质硅油粘度很大, 阻尼器流道复杂、弯头过渡多, 边界上有源(或汇)出现, 且有的边界处于不稳定运动状态, 难以由理论分析建立阻尼与响应的定量关系, 本文对其进行实验研究。由初步研究得知该阻尼器存在较强的非线性因素, 为此本文引入非平稳信号的 Cohen 类二次时频分布和 Hilbert 变换作为主要数学工具, 考察其非线性动力学特性。

2 非平稳信号的 Cohen 类二次时频分布

如果一个信号的统计特征是随着时间变化的, 该信号称为非平稳信号。对于非平稳信号, 传统的傅立叶分析即使没有丢失信号的任何信息, 也无法更精细地跟踪信号的时变特征结构, 至少无法直观地描述信号的瞬时动态特性。适用于非平稳信号的分析工具比傅立叶分析具有更多、更严格的要求。

时频分析方法正是着眼于非平稳信号的这种时变特性, 引入“时频域”的概念, 将一个一维的信号序列扩展到二维时频平面上考察(这里“时间”的概念是广义的, 仅代表一种序列的概念, 例如时间、空间等), 从而能直观地描述信号随时间的细微变化。Cohen 类二次时频分布作为一种能量化的时频表示方法, 可理解为信号在时间-频率平面的能量密度, 其定义为:

$$\rho_x(t, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(\theta, \tau) X^*(u - \frac{1}{2}\tau) \cdot X(u + \frac{1}{2}\tau) e^{-j\theta - j\omega u + j\omega \tau} du d\tau d\theta \quad (1)$$

式中 $\phi(\theta, \tau)$ 为二次时频分布的核函数, $X(t)$ 为实值信号 $x(t)$ 的解析形式, 即:

$$X(t) = x(t) + j\tilde{x}(t) \quad (2)$$

其中 $\tilde{x}(t)$ 是 $x(t)$ 的 Hilbert 变换:

$$\tilde{x}(t) = \frac{1}{\pi} \text{pv} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (3)$$

由式(1)显然有:

$$\rho_{x_1 x_2 x_3 x_4}(t, f) = |c_1|^2 \rho_{x_1}(t, f) + |c_2|^2 \rho_{x_2}(t, f) + c_1 c_2^* \rho_{x_1 x_2}(t, f) + c_2 c_1^* \rho_{x_2 x_1}(t, f) \quad (4)$$

即所有二次时频分布都包含我们所不期望的交叉项, 交叉项的出现使得难以根据信号的时频分布认识其真正时频性质。时频分辨率和抑制交叉项的能力是考察一种二次时频分布性能好坏的两个主要指标。在构造核函数时, 我们既希望它具有高的时频分辨率, 又要尽量抑制交叉项。事实上, 这两者是相互排斥的, 只能采取折衷的方法。目前已提出的较常用的二次时频分布有 Wigner-Ville 分布、伪 Wigner 分布、指数分布、锥形核分布、减少

干扰分布等。本文采用一种指数-锥形核分布^[6], 其时频分辨率和减少交叉项能力都较为理想。

为了对二次时频分布和傅立叶变换作一比较, 取如下分析信号:

$$x(t) = \begin{cases} 0; t \in [1, 100] \\ \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4}t\right); t \in [101, 300] \\ \cos\left[\frac{\pi}{2000}(0.5t - 301)t\right] + \cos\left[\frac{\pi}{2000}(1024 - 0.5t)t\right]; t \in [301, 1024] \end{cases}$$

该信号可分为三部分, 一开始为零, 然后是两个正弦信号的叠加, 最后一段为两个调频信号的叠加。图 2 中右图为该信号的傅立叶变换的幅值, 从中无法看出信号的时变特征, 左图为该信号的二次时频分布 $\rho_x(t, \omega)$ 的灰度图, 灰度的大小与 $\rho_x(t, \omega)$ 的幅值成正比, 表示信号在时-频平面上点 (t, ω) 处的能量密度, 从该图上可以清晰地看到信号的瞬时频率随时间的变化规律。

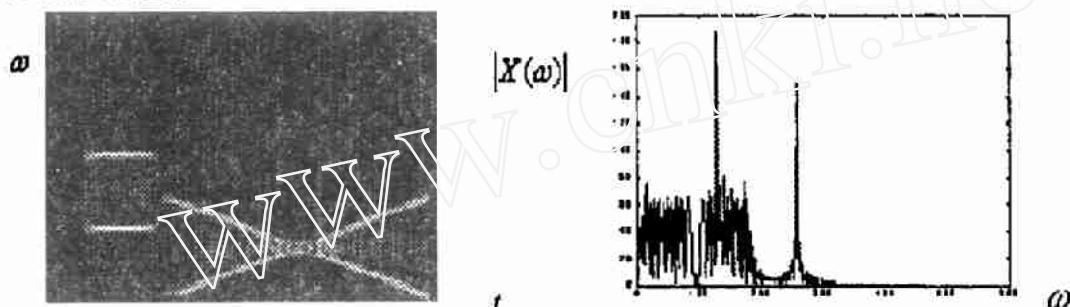


图 2 二次时频分布与傅立叶变换的比较

3 非线性系统的时变线性模型及其辨识方法

3.1 非线性系统的时变线性模型

通常情况下, 非线性动力学系统所表现出的频率特性与阻尼特性, 是与系统的运动形态密切相关的, 其固有振动特性随着运动形态的变化规律反映了系统非线性的基本特性。许多非线性系统在自由衰减振动, 以及在一些特殊非平稳信号激励下, 响应信号近似呈现为渐近函数的形式, 即响应信号的瞬时振幅和瞬时频率随着时间逐渐变化, 其中就包含了其固有振动特性随运动瞬时幅值及瞬时频率而演变的信息, 利用这种非平稳响应信号, 可以认识非线性系统的一些本质规律。

文献[1]通过时频滤波方法, 将一类响应近似为渐近信号的非线性系统映射为具有慢变参数的时变线性系统, 称为其广义骨架线性系统。对于非线性系统:

$$m\ddot{y} + F(y, \dot{y}) = 0 \quad (5)$$

如果其响应信号中一渐近信号 x 占优, 即:

$$y = x + o(x) \quad (6)$$

称渐近信号 x 为 y 的主分量, 可表示为

$$x(t) = a(t) \cos[\varphi(t)] \quad (7)$$

其中：

$$a(t) = \sqrt{x^2(t) + \tilde{x}^2(t)} \quad (8)$$

$$\omega(t) = \frac{d[\varphi(t)]}{dt} = \frac{x(t)\dot{\tilde{x}}(t) - \tilde{x}(t)\dot{x}(t)}{x^2(t) + \tilde{x}^2(t)} \quad (9)$$

x 为渐近信号，是指：

$$\frac{1}{a(t)} \left| \frac{da(t)}{dt} \right| \ll \omega(t) \quad (10)$$

渐近信号在时频平面上集中于一条窄带区域上，该区域的中心线为 $\omega(t)$ ，瞬时带宽可用 $\frac{1}{a(t)} \left| \frac{da(t)}{dt} \right|$ 描述^[3]。

将方程(5)展开到时频平面上，然后作时频滤波，仅保留 x 所集中的窄带区域上的分量，则得到如下方程^[1]：

$$\ddot{x} + 2h_0(t)\dot{x} + \omega_0^2(t)x = 0 \quad (11)$$

在任意时刻 t 满足：

$$\omega_0 = \left[\frac{1}{\pi ma} \int_0^{2\pi} F(a \cos \varphi, -a\omega \sin \varphi) \cos \varphi d\varphi \right]^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

$$h_0 = -\frac{1}{2\pi ma\omega} \int_0^{2\pi} F(a \cos \varphi, -a\omega \sin \varphi) \sin \varphi d\varphi \quad (13)$$

在上式积分中将 a 和 ω 看作独立于 φ 的变量。

这是一个具有慢变系数的时变线性系统，称 ω_0 为其瞬时无阻尼固有频率， h_0 为瞬时衰减系数， $\omega_0(t)$ 和 $h_0(t)$ 相对 $x(t)$ 而言均为时间的慢变函数。 $\omega_0(t)$ 和 $h_0(t)$ 与 $a(t)$ 、 $\omega(t)$ 之间的非线性关系，即式(12)(13)描述的回归曲线 $\omega_0(a, \omega)$ 和 $h_0(a, \omega)$ ，反映了原系统(5)频率特性和阻尼特性随运动形态的变化规律，体现了其非线性项的基本特征。

3.2 线性慢变模型的辨识方法

对线性慢变模型的方程取解析算子，由于解析算子保留高频分量的频率，有：

$$\ddot{X} + 2h_0(t)\dot{X} + \omega_0^2(t)X = 0 \quad (14)$$

其中

$$X(t) = x(t) + j\tilde{x}(t)$$

将上式实部、虚部分开求解，得到其瞬时参数和瞬时响应近似满足如下的解析关系：

$$\omega_0^2(t) = \omega^2(t) - \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} + 2\frac{\dot{a}^2(t)}{a^2(t)} + \frac{\dot{a}(t)\dot{\omega}(t)}{a(t)\omega(t)} = \frac{\tilde{x}(t)\dot{x}(t) - \tilde{x}(t)\dot{\tilde{x}}(t)}{x(t)\dot{\tilde{x}}(t) - \tilde{x}(t)\dot{x}(t)} \quad (15)$$

$$h_0(t) = -\frac{\dot{a}(t)}{a(t)} - \frac{\dot{\omega}(t)}{2\omega(t)} = \frac{1}{2} \frac{\tilde{x}(t)\dot{x}(t) - x(t)\dot{\tilde{x}}(t)}{x(t)\dot{\tilde{x}}(t) - \tilde{x}(t)\dot{x}(t)} \quad (16)$$

以上结果表明，线性慢变模型的时变系数可由其响应信号直接求出，所以只要从实测的非线性系统的响应信号 $y(t)$ 中提取出 $x(t)$ ，即可识别出其线性慢变模型，从而得到线性

慢变模型中时变系数随瞬时响应的变化规律，即原系统的非线性项的基本特征。具体步骤如下：

- 1) 计算 $y(t)$ 的二次时频分布 $\rho_y(t, \omega)$
- 2) 由 $\rho_y(t, \omega)$ 的模的分布确定 $x(t)$ 在时频平面上集中的区域 Ω_x

由于 $x(t)$ 是一渐近信号，在时频平面上集中在一条窄带区域内，而 $y(t)$ 中 $x(t)$ 能量占优，所以从 $\rho_y(t, \omega)$ 的模（可大致描述 $y(t)$ 的能量在时频平面上的分布）可以较容易确定 Ω_x 的大致范围。例如通过求各时刻 t 下 $|\rho_y(t, \omega)|$ 的极大值可得到 $x(t)$ 的瞬时频率 $\omega(t)$ ，再设置一阈值 α ，将以 $\omega(t)$ 为圆心，满足 $|\rho_y(t, \omega)| \geq \alpha |\rho_y(t, \omega(t))|$ 的最大带状区域作为 Ω_x 的估计。

- 3) 保留位于 Ω_x 内的信号分量，对 $\rho_y(t, \omega)$ 进行重构，得到 $x(t)$ 的估计
令：

$$\rho_x(t, \omega) = \begin{cases} \rho_y(t, \omega) & (t, \omega) \in \Omega_x \\ 0 & (t, \omega) \notin \Omega_x \end{cases} \quad (17)$$

对 $\rho_x(t, \omega)$ 作反变换，有：

$$x(\tau) = \frac{1}{2\pi \cdot x(0)} \iiint \frac{\rho_x(t, \omega)}{\phi(\theta, \tau)} e^{j\omega t - j\theta(\tau - \frac{\tau}{2})} dt d\omega d\theta \quad (18)$$

其中 $\phi(\theta, \tau)$ 是二次时频分布在 (θ, τ) 域上的核函数。

上述反变换公式的计算量和存储量都很大，而且在很多场合存在奇异点，这些都给计算带来很大困难，文献^[1]讨论了一种利用信号沿小波脊上小波变换的时频滤波算法。

值得说明的是，由于 Ω_x 是时频平面上的一条窄带区域，上述处理实际上是对 $y(t)$ 作了时变窄带滤波，同时绝大部分随机噪声信号被滤除，所以本文的辨识方法具有很好的抗噪性。

4 实验设计与结果分析

设计图 3 所示测试系统，带有集中质量的刚性杆与阻尼器在 o 点连接，当刚性杆绕 o 点转动时，外接弹簧 K 提供恢复力，阻尼器对其作用附加扭转刚度 K_d 和扭转阻尼 C_d 。实验模型各参数见表 1。其中， J 为刚性杆绕 o 点的转动惯量， l 为杆长， b 为杆宽， h 为杆的厚度， K 为多个并联弹簧的等效刚度系数， M 为集中质量，其位置可变，用于调节整个系统的频率。

表 1 测试系统参数

$l(\text{m})$	$b(\text{m})$	$h(\text{m})$	$m(\text{kg})$	$J(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	$M(\text{kg})$	$l_1(\text{m})$	$l_2(\text{m})$	$K(\text{N/m})$
0.65	0.05	0.012	3	0.35	3.25	0.19	0.39	6840

该测试系统近似为一单自由度动力学系统，可对其建立如下时变线性模型：

$$M_c \ddot{\theta} + C_r(t) \dot{\theta} + K_r(t) \theta = 0$$

其中：

$$M_c = J + Ml_2^2$$

$$K_r(t) = Kl_1^2 + C_r(t)$$

K_r 和 C_r 分别为待识别的阻尼器的附加扭转刚度和阻尼系数，本文分别考察它们与转角和角速度之间的关系。

作用一冲击激励使系统自由振动，在集中质量 M 上布置一加速度传感器，测量该点的加速度信号 \ddot{y} ，注意实测的 \ddot{y} 需经 3.2 节的处理后，方为线性慢变模型中的相应响应信号。处理后的 \ddot{y} 为一渐近信号，对其进行积分运算，得到 \dot{y} 和 y 。

在小位移的情况下，刚性杆的转角、角速度和角加速度分别近似等于

$$\theta \approx \frac{y}{l_2}, \quad \dot{\theta} \approx \frac{\dot{y}}{l_2}, \quad \ddot{\theta} \approx \frac{\ddot{y}}{l_2}$$

将求出的 θ ， $\dot{\theta}$ ， $\ddot{\theta}$ 代入式(13)(14)，即可计算出 $h_r(t)$ 和 $\omega_r(t)$ ，进而求出 K_r 和 C_r ：

$$C_r(t) = 2M_c h_r(t) = 1.6886 h_r(t)$$

$$K_r(t) = M_c \omega_r^2(t) - Kl_1^2 = 0.8443 \omega_r^2(t) - 246.9240$$

图 4(a)为线性慢变模型中时变参数 $\omega_r(t)$ 与瞬时响应的回归曲线 $\omega_r(a_s, \omega_s)$ 在 a_s 轴上的投影，反映了阻尼器附加刚度随转角幅值的变化规律。图 4(b)为线性慢变模型中时变参数 $h_r(t)$ 与瞬时响应的回归曲线 $h_r(a_s, \omega_s)$ 在 $a_s \omega_s$ 直线上的投影，反映了阻尼器阻尼系数随转速幅值的变化规律。

测试结果表明，该阻尼器的阻尼特性具有明显的非线性，阻尼系数随着转速的提高非线性增大，当瞬时角速度幅值从 0.4rad/s 增加到 2.5rad/s 时，阻尼系数从 15Nms 增加到 21Nms；该阻尼器的刚度特性基本为线性，可按线性刚度项处理。

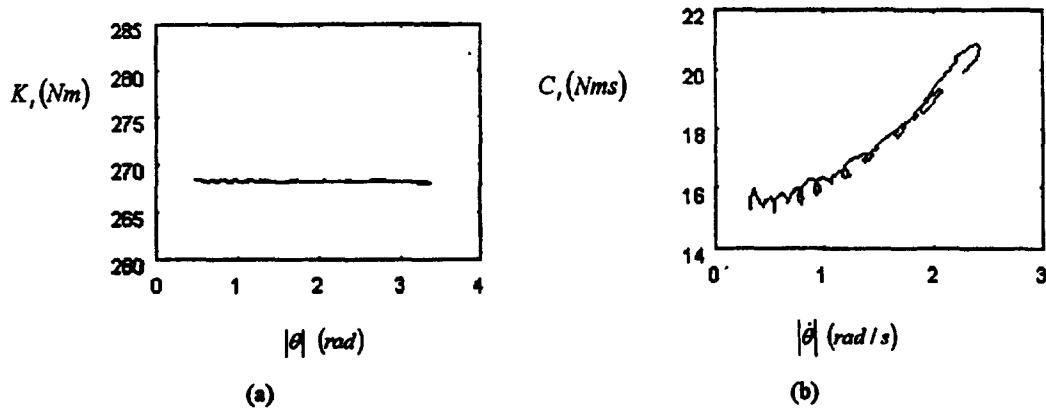


图 4 (a)阻尼器的附加刚度随转角的变化规律 (b) 阻尼器的阻尼系数随转速的变化规律

5 结论

非线性动力学系统所表现出的频率特性与阻尼特性，与系统的运动形态密切相关，一般随着运动的瞬时振幅和瞬时频率而演变。本文根据结构的自由衰减振动信号，利用非平稳信号的二次时频分布函数和 Hilbert 变换，对非线性系统建立时变线性模型，来研究原系统的非线性特性随响应瞬时幅值和瞬时频率的变化规律。在此基础上提出了一种非线性系统的辨识方法，并利用该方法对一种硅油扭振阻尼器的非线性特性进行了研究，得到了阻尼器的阻尼系数随转速幅值的变化规律以及附加刚度随转角幅值的变化规律。本文工作为结构非线性特性的研究和辨识提供了一种新的途径。

参考文献：

- [1] 王丽丽. 动力学系统的时频分析及其在非线性建模中的应用[D]. 西安交通大学, 1999.
- [2] 段权, 王丽丽. 硅油扭振阻尼器理论分析及实验研究[J]. 西安交通大学学报, 1998, 32(6):61-64.
- [3] Michael Feldman. Non-linear system vibration analysis using Hilbert transform I. Free Vibration Analysis Method 'Freevib' [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 1994, 8(2): 119-127.
- [4] Wang Lili, Zhang Jinghui, Hu Shiyue. The accompanied slowly-variant-system of nonlinear dynamic systems[J]. ACTA Mechanica Sinica (English Series), 1999, 15(1):73-81.
- [5] Leon Cohen. Time-frequency analysis: Theory and Applications[M]. by Prentice Hall, 1995.
- [6] 刘贵忠, 刘志梅. 一种新的二次时频分布和几种主要二次时频分布的比较研究[J]. 电子科学学刊. 1996, 18(5):455-461.

STUDY ON THE NON-LINEAR DYNAMIC CHARACTERISTICS OF A TYPE OF TWISTING SILICON-OIL DAMPER

WANG Li-li¹, ZHANG Jing-hui², DUAN Quan³

(1. Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 10008; School of Civil Engineering and Mechanics, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, 710049; 2. School of Civil Engineering and Mechanics, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, 710049;
3. School of Chemical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, 710049)

Abstract: The quadratic time-frequency distribution and Hilbert transform is used to analyze the non-linear dynamic characteristics of a type of twisting silicon-oil damper. The damping coefficient and the twisting stiffness are determined. It is shown that the present method is robust and noiseproof as well as effort-saving.

Key words: damper; quadratic time-frequency distribution of Cohen class; non-stationary vibration; non-linear dynamic system; Hilbert transform