

欠膨胀高速湍流射流近场特性的数值模拟

戚隆溪 马言宝 江先金 王柏懿

(中国科学院力学研究所 北京 100080)

摘要 发展了分析欠膨胀高速湍流射流近场特性的数值方法,计算了不同背压比条件下声速喷管出口附近膨胀区的波系结构。

关键词 欠膨胀射流 湍流 声速喷管 近场特性 胞格结构

中图分类号 O357.5

近年来,高超声速推进器和超声速割焊喷枪的研制以及油气井喷发等灾害事故的控制等众多应用引起了人们的重视,它们均与欠膨胀高速湍流射流有关,因此要求对其流场结构作深入的研究.在各类射流问题当中,欠膨胀高速湍流射流由于激波的存在而导致了流场结构相当复杂.本文采用数值方法分析这类射流的近场特性并给出射流喷嘴附近膨胀区内的波系结构。

对于无粘射流,若干作者^[1-4]基于 Euler 方程并分别应用有限体积方法和有限差分方法(涉及到 NND 格式和自适应网格等)对欠膨胀高速射流进行了数值模拟,较好地捕获了激波,给出了胞格结构.特别是第一个激波结构符合得很好.对欠膨胀射流来说,只要背压比不接近 1,第一个激波的位置很稳定,且与出口距离较近,湍流混合影响不大,所以采用 Euler 方程计算时,第一个激波位置与实验值相比符合得很好.但是,随着射流发展,湍流混合效应增强,仍用 Euler 方程计算过渡区和远场区流场就会有较大误差。

对于粘性射流,Dash^[5]等人基于抛物化 NS 方程(PNS 方程),采用空间推进方法发展了一整套计算各种与射流性态有关的 SCIPVIS 程序,可计算定常欠膨胀高速射流流场.计算中根据流动特性把流场划分为超声速区和亚声速区,超声速区又可根据粘性影响大小分为有粘区和无粘区.这种方法把分析有粘和无粘的超声速区的激波捕捉法与分析亚声速区的压力分裂法结合起来,并在声速线附近用特征耦合关系进行匹配.当马赫数在 2.0 附近且背压比不大时,马赫盘较小,计算结果与实验结果^[6]相比符合得较好,但当马赫数远离 2.0 或在大背压比情况下,计算结果与实验相比有较大误差。

1 模型方程组

本文的理论模型为:(1)采用 NS 方程描述流体运动;(2)计及射流内部压力场的非均匀性;(3)

收稿日期:1999-09-08

采用零方程湍流模型. 作者采用时间相关法计算定常解, 这样控制方程为柱坐标 (x, r) 中的 Favre 平均 Navier-Stokes 方程:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial r} = \frac{\partial E_v}{\partial x} + \frac{\partial F_v}{\partial r} + \frac{F_v - F + W}{r} \quad (1)$$

方程(1)中各个参量为:

$$U = \begin{bmatrix} \bar{\rho} \\ \bar{\rho}\bar{u} \\ \bar{\rho}\bar{v} \\ \bar{\rho}\bar{e} \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} \bar{\rho}\bar{u} \\ \bar{\rho}\bar{u}\bar{u} + \bar{p} \\ \bar{\rho}\bar{u}\bar{v} \\ \bar{\rho}\bar{u}\bar{e} + \bar{p}\bar{u}\bar{e} \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \bar{\rho}\bar{v} \\ \bar{\rho}\bar{u}\bar{v} \\ \bar{\rho}\bar{u}\bar{v} + \bar{p} \\ \bar{\rho}\bar{v}\bar{e} + \bar{p}\bar{v} \end{bmatrix} \quad W = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\tau_{\theta\theta} + \bar{p} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$E_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xr} \\ \tau_{xx}\bar{u} + \tau_{xr}\bar{v} + \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t}\right)\frac{\partial T}{\partial x} \end{bmatrix} \quad F_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xr} \\ \tau_{rr} \\ \tau_{xx}\bar{u} + \tau_{rr}\bar{v} + \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t}\right)\frac{\partial T}{\partial r} \end{bmatrix}$$

其中 p, ρ, T 和 e 为气体的压力、密度、温度和比总能; u 和 v 为速度分量(上划线 - 和 - 分别表示 Reynolds 平均和 Favre 平均); μ 和 $Pr = C_p\mu/\lambda$ 为粘性系数和 Prandtl 数, 而源项中参量可表示为

$$\tau_{xx} = \frac{4}{3}(\mu + \mu_t)\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \frac{2}{3}(\mu + \mu_t)\left(\frac{\bar{v}}{r} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial r}\right)$$

$$\tau_{xr} = (\mu + \mu_t)\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial r} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x}\right)$$

$$\tau_{rr} = \frac{4}{3}(\mu + \mu_t)\frac{\partial \bar{v}}{\partial r} - \frac{2}{3}(\mu + \mu_t)\left(\frac{\bar{v}}{r} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial x}\right)$$

$$\tau_{\theta\theta} = \frac{4}{3}(\mu + \mu_t)\frac{\bar{v}}{r} - \frac{2}{3}(\mu + \mu_t)\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial r}\right)$$

其中下标 t 表示湍流特性. 气体的状态方程取下述形式

$$\bar{p} = (\gamma - 1)\bar{\rho}\left[\bar{e} - \frac{1}{2}(\bar{u}^2 + \bar{v}^2)\right] \quad (2)$$

依据零方程湍流模型, 湍流粘性系数 μ_t 表达式为

$$\mu_t = \chi \rho b (\Delta \bar{u}) \quad (3)$$

其中, χ 为无量纲经验常数, b 为混合区的宽度(与离开喷嘴出口的距离成正比), $\Delta \bar{u}$ 代表射流与环境来流之间的速度差(可用轴线处的速度与来流速度差代替). 根据 Ying 等人^[7]的可压缩射流实验结果, 混合区宽度 b 可表示为

$$b = 0.051(1 + \sqrt{\bar{\rho}/\rho})\bar{x}, \quad \bar{x} = 0.5(x - x_e) - \sqrt{|(x - x_e)^2 - \xi|} + x_e$$

其中, 变量 x_e 表示出口距离 x 的影响范围(一般取 6 到 8 倍出口半径), ξ 为光滑因子.

相应于方程(1)的边界条件为

$$x = 0 \text{ (出口条件): } \partial U / \partial t = 0; U|_{x=0} = u_0$$

$$x = \infty \text{ (出流零梯度条件): } \partial U / \partial x|_{x=\infty} = 0$$

$$r = 0 \text{ (轴对称条件): } \partial U / \partial r|_{r=0} = 0$$

$$r = \infty \text{ (外边界条件): } \bar{\rho} = \rho_e, \bar{u} = u_e, \bar{p} = p_e$$

2 数值方法

为了进行方程无量纲化,选取射流喷嘴出口半径 r_0 、出口轴线速度 u_0 及环境密度 ρ_e 为参考量,其它各物理量的参考量均用相应带下标 0 的物理量并由下式给定

$$t_0 = r_0/u_0 \quad e_0 = u_0^2 \quad p_0 = \rho_e u_0^2 \quad T_0 = u_0^2/C_p$$

其中 C_p 为气体的定压比热.为了实现计算域网格的不等距划分,作如下坐标变换

$$x = \xi_0 r_0 \frac{e^{k_1 \xi} - 1}{e^{k_1} - 1} \quad r = \eta_0 r_0 \frac{e^{k_2 \eta} - 1}{e^{k_2} - 1} \quad (0 \leq \xi, \eta \leq 1)$$

这里 ξ_0, η_0, k_1 和 k_2 为常数.这样得到无量纲坐标系 (τ, ξ, η) 中的控制方程如下(其中流动 Reynolds 数 $Re = \rho_e u_0 r_0 / \mu_0$)

$$\frac{\partial \hat{U}}{\partial \tau} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} = \frac{\partial \hat{E}_v}{Re \partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}_v}{Re \partial \eta} + \frac{\hat{S}}{Re} \quad (4)$$

方程(4)中各个参量为

$$\hat{S} = \frac{\hat{F}_v - Re \hat{F} + \hat{W}}{\sigma_3} \sigma_4$$

$$\hat{U} = \sigma_4 \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e \end{bmatrix} \quad \hat{E} = \sigma_1 \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u u + p \\ \rho u v \\ \rho u e + \rho u \end{bmatrix} \quad \hat{F} = \sigma_2 \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho u v \\ \rho v v + p \\ \rho v e + \rho v \end{bmatrix} \quad W = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\hat{\tau}_{\theta\theta} + p \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{E}_v = \sigma_1 \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{\xi\xi} \\ \tau_{\xi\eta} \\ \tau_{\xi\xi} u + \tau_{\xi\eta} v + \left(\frac{\rho}{Pr_t} + \frac{\rho_t}{Pr_t}\right) l_x \frac{\partial \hat{T}}{\partial \xi} \end{bmatrix} \quad \hat{F}_v = \sigma_2 \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{\eta\eta} \\ \tau_{\eta\xi} \\ \tau_{\xi\eta} u + \tau_{\eta\eta} v + \left(\frac{\rho}{Pr_t} + \frac{\rho_t}{Pr_t}\right) m_r \frac{\partial \hat{T}}{\partial \eta} \end{bmatrix}$$

其中

$$\sigma_1 = \frac{e^{k_1} - 1}{k_1 \xi_0} e^{k_2 \eta} \quad \sigma_2 = \frac{e^{k_2} - 1}{k_2 \eta_0} e^{k_1 \xi} \quad \sigma_3 = \frac{\eta_0}{e^{k_2} - 1} (e^{k_2 \eta} - 1)$$

$$\sigma_4 = e^{k_1 \xi + k_2 \eta} \quad l_x = \frac{e^{k_1} - 1}{k_1 \xi_0} e^{-k_1 \xi} \quad m_r = \frac{e^{k_2} - 1}{k_2 \eta_0} e^{-k_2 \eta}$$

在计算域内取很小体积对无量纲方程进行积分得

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \iint \hat{U} d\xi d\eta + \int (\hat{E}_{i+1/2} - \hat{E}_{i-1/2}) + \int (\hat{F}_{j+1/2} - \hat{F}_{j-1/2}) d\xi$$

$$= \frac{1}{Re} \left[\int (\hat{E}_{vi+1/2} - \hat{E}_{vi-1/2}) d\eta + \int (\hat{F}_{vj+1/2} - \hat{F}_{vj-1/2}) d\xi + \iint \hat{S} d\xi d\eta \right] \quad (5)$$

令

$$\bar{U} = \frac{1}{\Delta \xi \Delta \eta} \iint \hat{U} d\xi d\eta \quad \bar{E} = \frac{1}{\Delta \eta} \iint \hat{E} d\eta \quad \bar{F} = \frac{1}{\Delta \xi} \iint \hat{F} d\xi$$

$$\bar{S} = \frac{1}{\Delta \xi \Delta \eta} \iint \hat{S} d\xi d\eta \quad \bar{E}_v = \frac{1}{\Delta \eta} \iint \hat{E}_v d\eta \quad \bar{F}_v = \frac{1}{\Delta \xi} \iint \hat{F}_v d\xi$$

上式两边对 τ 在 $[\tau, \tau + \Delta \tau]$ 上积分得

$$\Delta \bar{U} \Delta \xi \Delta \eta + \Delta \eta \int_{\tau}^{\tau + \Delta \tau} (\bar{E}_{i+1/2} - \bar{E}_{i-1/2}) d\tau + \Delta \xi \int_{\tau}^{\tau + \Delta \tau} (\bar{F}_{j+1/2} - \bar{F}_{j-1/2}) d\tau$$

$$= \frac{1}{\text{Re}} \left[\Delta \eta \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} (\bar{E}_{i+1/2} - \bar{E}_{i-1/2}) d\tau + \Delta \xi \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} (\bar{F}_{i+1/2} - \bar{F}_{i-1/2}) d\tau + \Delta \xi \Delta \eta \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \bar{S} d\tau \right] \quad (6)$$

其中, $\Delta \bar{U} = \bar{U}^{n+1} - \bar{U}^n$, \bar{U}^n , \bar{U}^{n+1} 分别为时间等于 τ 和 $\tau + \Delta$ 时的值. 对式(6)中时间的积分采用中心差分格式, 计算时则采用交替方向隐式方法, 通过反复迭代收敛至所需的定常解. 这里取

$$\begin{aligned} \Delta U'_i + \frac{\Delta \tau}{2\Delta \xi} [(A \Delta U')_{i+1/2} - (A \Delta U')_{i-1/2}] &= \text{RHS} \\ \Delta U''_j + \frac{\Delta \tau}{2\Delta \eta} [(B \Delta U'')_{j+1/2} - (B \Delta U'')_{j-1/2}] &= \Delta U' \\ \bar{U}^{n+1} &= \bar{U}^n + \Delta U'_i \end{aligned}$$

其中

$$A = \frac{\partial \bar{E}}{\partial U}, \quad B = \frac{\partial \bar{F}}{\partial U}$$

$$\text{RHS} = - \left[\left(\frac{\partial \bar{E}}{\partial \xi} \right) + \left(\frac{\partial \bar{F}}{\partial \eta} \right) - \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial \bar{E}_v}{\partial \xi} \right) - \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial \bar{F}_v}{\partial \eta} \right) - \frac{1}{\text{Re}} \bar{S} \right] \Delta \tau \quad (7)$$

对 $A_{i+1/2}$ 及 $B_{j+1/2}$ 则采用 Roe 平均(即 $\rho^{1/2} e^{(k_1 \xi + k_2 \eta)/2}$ 加权平均)

$$\Delta U'_{i+1/2} = \frac{1}{2} (\Delta U'_i + \Delta U'_{i+1}); \quad \Delta U''_{j+1/2} = \frac{1}{2} (\Delta U''_j + \Delta U''_{j+1}) \quad (8)$$

对右端项中的粘性项采用中心差分格式, 对流项采用 NND 格式

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{E}}{\partial \xi} &= (\bar{E}_{i+1/2}^n - \bar{E}_{i-1/2}^n) / \Delta \xi, \quad \bar{E}_{i+1/2}^n = \bar{E}_{i+1/2L}^n + \bar{E}_{i+1/2R}^n \\ \bar{E}_{i+1/2L}^n &= \bar{E}_i^{+n} + \frac{1}{2} \min \text{mod}(\Delta \bar{E}_i^{+n}, \Delta \bar{E}_{i+1/2}^n) \\ \bar{E}_{i+1/2R}^n &= \bar{E}_{i+1}^{-n} - \frac{1}{2} \min \text{mod}(\Delta \bar{E}_{i+1/2}^{-n}, \Delta \bar{E}_{i+1}^{-n}) \\ \bar{E}^{+n} &= A^{+n} \bar{U} \quad \bar{E}^{-n} = A^{-n} \bar{U} \\ A^+ &= R^{-1} \Lambda^+ R \quad A^- = R^{-1} \Lambda^- R \quad \Lambda^\pm = \Lambda \pm |\Lambda| \end{aligned} \quad (9)$$

这里 Λ 为矩阵 A 的特征对角矩阵, $\Lambda = L_x \text{diag}(u+c, u-c, u, u)$.

同样可处理 $\partial \bar{F} / \partial \eta$. 矩阵 $A = R^{-1} \Lambda R$, $B = R'^{-1} \Lambda R'$, R 及 R' 分别为矩阵 A 和 B 的右特征矩阵.

3 计算结果

利用作者所发展的数值方法, 首先计算了常温条件下喷嘴出口总压与环境压力比为 50 和 3.1 两种情况欠膨胀声速空气射流近场区流动结构(如图 1 所示), 并与相关的结果[1, 8]相比较, 从而确认了计算方法的可靠性.

在此基础上, 作者计算了高温燃气喷流以声速射入无限空间时近场性态. 计算中, 背压比考虑 4.2 和 2.0 两种情况, 给出了射流轴线处压力、密度、温度和马赫数随出口距离的变化以及流场内压力、密度和温度的分布特性. 图 1 和图 2 分别表示两种压比下近场区内压力等值线图. 这些计算结果表明: 在中等欠膨胀条件下(这里压比为 4.2), 膨胀区内出现了桶形激波并形成了马赫盘, 在马赫盘下游轴线压力呈振荡性衰减. 在弱欠膨胀条件下(当压比为 2.0 时), 膨胀区内马赫盘基本消失, 桶形激波蜕化为压缩波, 但胞格波系结构依然存在.

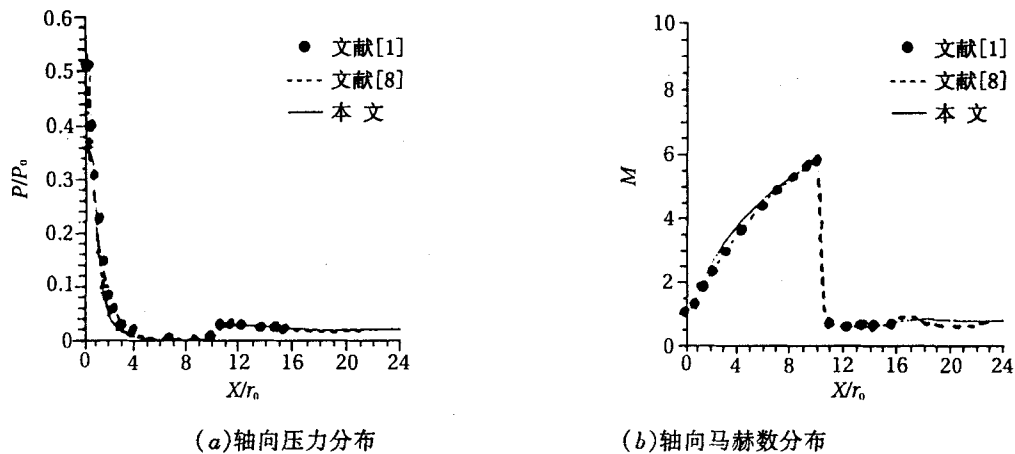


图 1 本文计算结果与文献[1]和[8]的比较

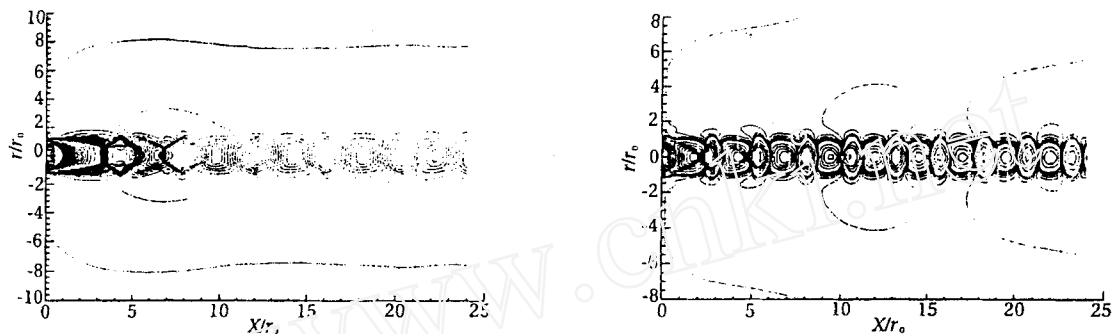


图 2 压比 $p_j/p_e = 4.2$ 时近场区内压力等值线图

图 3 压比 $p_j/p_e = 2.0$ 时近场区内压力等值线图

参 考 文 献

- 1 郑敏,张涵信. 无波动、无自由参数的耗散差分格式在喷流计算中的应用. 空气动力学学报, 1987, (7): 273 ~ 281
- 2 De Zeeuw D, Powell K G. Euler calculation of axisymmetric under-expanded jets by an adaptive-refinement method. AIAA 92-0321, 1992
- 3 Wu Songping, Lee Chunhian. An adaptive grid-embedding technique with high resolution for numerical cumulation of inviscid supersonicjet/external flow interaction. Chin. J. Comp. Phys., 1991, (8): 235 ~ 242
- 4 Masuta T, et al. Numerical and experimental studies on choked underexpanded jets. AIAA 67-1378, 1987
- 5 Dash S M, Wolf D E. Fully-Coupled analysis of jet mixing problem, Part I: Shok-Capturing model, SCIPVIS. NASA CR-3761, 1984
- 6 Seiner J M, Norum T D. Experiments of shock noise on supersonic jets. AIAA 79-1526, 1979
- 7 Ying S X, Krothapalli A, Wishart D. Navier-Stokes simulations of supersonic jets from axisymmetric and rectangular nozzles. AIAA 92-3439, 1992
- 8 Tsutomu Saito, et al. Visualization of a free jet by a laser induced fluorescence method. J. Japan Soc. Aero. Space sci., 1984, (32): 61 ~ 64

(下转第 12 页)

参 考 文 献

- 1 周勇志. 大学物理. 广州: 华南理工大学出版社, 1988. 399 ~ 401
- 2 复旦大学《物理学》编写组. 物理学. 北京: 高等教育出版社, 1985. 392 ~ 444

The most probable speed and Boltzmann factor

Li Ming

(Department of Basic Science, Hangzhou institute of Applied Engineering, Hangzhou 310012)

Abstract This paper makes further analysis of the most probable speed and Boltzmann factor from the gas molecule Maxwell distribution function of speed and the gas molecule Maxwell distribution law of velocity.

Key words Maxwell distribution function of speed Maxwell distribution law of velocity the most probable speed Boltzmann factor

(上接第 9 页)

Numerical simulation of near field characteristics of underexpanded sonic turbulent jets

Qi Longxi Ma Yanbao Jiang Xianjin Wang Boyi

(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

Abstract This paper develops a numerical method to analyze the near field characteristics of underexpanded sonic turbulent jets and presents the shock cell structure in the expansion region adjacent to the nozzle exit.

Key words underexpanded jets turbulent flow sonic nozzle near field characteristics shock cell structure