

## 多层流体的 Marangoni 对流<sup>1)</sup>

刘秋生

(中国科学院力学研究所国家微重力实验室, 北京 100080)

**摘要** 介绍微重力环境下矩形液池中多层不相混液体的 Marangoni 对流及其不稳定性. Marangoni 对流流动的形成是由于在该系统施加一个与液体交界面相垂直的外加温度梯度. Marangoni 对流的线性不稳定性分析是基于无限延长矩形液池内的两层流体系统. 应用数值模拟研究了 Marangoni 对流的流体动力学和热传输特性, 将多层流体的 Marangoni 对流同两层流体中外加温度梯度与流体交界面平行时引起的热毛细对流的主要特征进行了比较.

**关键词** 多层流, Marangoni 对流, 热毛细对流, 线性稳定性, 微重力流体

### 引 言

鉴于其众多的工程应用, 多层流体系统对流流动的研究引起人们越来越大的兴趣, 尤其是将液体覆盖技术用于具有挥发性成分电子材料的晶体生长过程中, 如锗、砷化镓等材料. Johnson<sup>[1]</sup> 的研究表明液体覆盖层将有助于在晶体生长过程中获得较好的传热控制. 另一方面, 液体覆盖层可以减小甚至消除熔体中的对流流动, 特别是在航天飞行器上的微重力环境中, 从而避免凝固材料中不期望的不均匀性. 为了研究液体覆盖层对熔体流动衰减的动力学和热力学效应, 本文将考虑具有液-液界面和 / 或自由上表面的、不同加热方式下的多层不相混平行液层系统.

由于两个相邻液层内部流体运动之间的流体动力学和热相互作用, 使液-液两层流体系统中的 Marangoni 对流与热毛细对流的特性一般较复杂, 特别是在流体界面和自由表面上同时存在热毛细效应的情况下. Barocela 和 Jalilevand<sup>[2]</sup> 于 1987 年提出的液体覆盖浮区晶体生长模型中的外界温度场一般比较复杂, 但可以视为存在两种热梯度分量: 与熔体界面平行和与之垂直. 正如人们所知, 上述两种形式的外部热梯度分布将会在熔体内部引起热毛细对流和 Marangoni 对流的两种不同形式的对流流动. 热毛细对流通常出现在 Bridgman 方法生长晶体的过程中, 而 Marangoni 对流则是涉及 Bénard-Marangoni 不稳定性问题的一个经典对流问题. 在本文中称由与流体交界面方向垂直的外加温度梯度场引起的对流为 Marangoni 对流, 而将外加温度梯度与流体界面平行时产生的对流称为热毛细对流.

近十年来, 已有许多科学工作者对两层或三层不同流体系统中的热毛细对流进行了研究. Villers 和 Platten<sup>[3]</sup> 最先实验研究和理论分析了外加水平温度梯度下两层液体的热毛细对流和热浮力对流. 之后, 有关文献介绍了两侧加热的矩形槽内两层或三层流体对流流动更详尽的理论和数值研究结果<sup>[4~8]</sup>. 其中一些作者考虑了作用在自由表面和两液体交界面上的热毛细张力间的耦合作用, 并发现减弱每层液体内对流流动的某些特定条件. 例如, 当自由表面上的表面

2001-04-05 收到第一稿, 2001-10-22 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金 (19789201) 和科技部攀登预选 (95-预-34) 资助项目及中国科学院“引进国外优秀人才”计划资助项目的部分支持.

张力温度系数是界面张力温度系数的 2 倍时 ( $\sigma^* = 2$ ), 被覆盖液体内部的对流能够被明显地减弱和抑制, 特别是在微重力环境中 [7].

有关从底部加热多层流体系统中 Bénard-Marangoni 对流现象的研究主要针对不稳定性问题 [9~12], 而且更多的是集中在类似单层流体系统的不稳定性现象方面的研究 [13]. 对于纯热毛细张力驱动或浮力与热毛细张力同时驱动的两层流体对流起始状态的理论研究, 人们发现了一些与单层流体对流不同的特征. 近年来, 为数不多的直接数值模拟计算展示了矩形槽内两层或三层流体 Bénard-Marangoni 对流的结构及发展过程 [12,14,15].

对于上表面暴露于环境气体的一层液体, Davis [16] 分别研究了外加温度梯度与自由表面平行和与自由表面垂直加热条件下液体层热毛细对流和 Marangoni 对流的不稳定特性. 同时, 对外加热梯度方向与表面相倾斜时, 即混合加热方式下的单层流体系统热毛细不稳定性进行了简短的讨论. 但是, 至今很少有对上述两种不同加热方式下的多层流体热毛细对流和 Marangoni 对流, 以及与热浮力对流的相关动力学和热特性进行比较分析研究. 由于晶体生长中多为复杂的组合式加热情况, 有必要更深入地了解上述两种典型加热方式分别给多层流体系统中的热界面张力驱动流动带来的不同影响.

本文将主要研究两层流体的 Marangoni 对流, 并与热毛细对流的一些特性进行比较. 特别是比较不同加热方式对这两种典型对流流动中抑制被覆盖液层内流动的不同特征效应. 为此, 本文分别采用理论分析和数值模拟的方法, 研究充满两种不同物性参数、不相混液体层的矩形液槽中的 Marangoni 对流特征, 并与有关多层流体热毛细对流的结果进行了比较. 文中介绍的全部数值结果均是在零重力 ( $g = 0$ ) 条件下得出的.

## 1 物理模型

分别考虑一无限延长矩形槽 (线性稳定性分析问题) 和一个二维矩形槽内的两层不相混、不可压缩的黏性流体系统.  $H_1$  和  $H_2$  分别表示两层系统中上层和下层流体厚度 (见图 1),  $H = H_1 + H_2$  为流体层的总厚度. 对于线性稳定性分析模型, 矩形槽内流体系统的长宽比  $R = L/H$  被假设为无限大 ( $R \rightarrow \infty$ ), 其中  $L$  表示矩形槽的长度. 矩形槽的上边界分别被考虑为一固壁

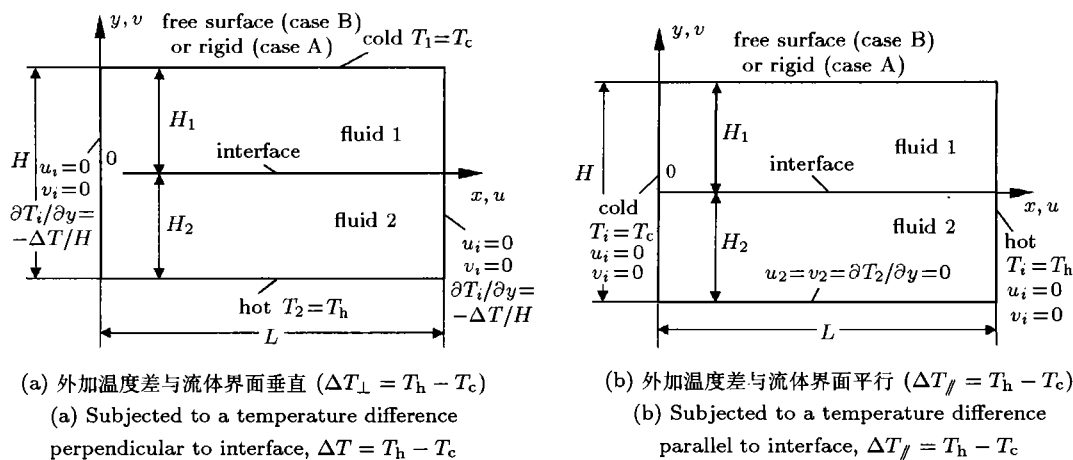


图 1 两层液体系统示意图

Fig.1 Schematic diagram of the two-liquid system

(以下标注为 A 情况) 或液 - 气交界的自由表面 (以下称为 B 情况). 施加在矩形槽底固壁和上 (自由或固定) 边界间的不同温度差 ( $\Delta T_{\perp}$ ), 形成了垂直于两液体界面的外界温度梯度场 (如图 1(a) 所示). 而对于热毛细对流模型, 在矩形槽的两侧壁面上分别施加一定的高温 ( $T_h$ ) 和低温 ( $T_c$ ), 形成一外加的平行于液体界面的温度差 ( $\Delta T_{\parallel}$ ), 如图 1(b) 所示.

研究了不同参数多层流模型体系和实验流体系统. 首先从模型化科学分析着手, 重点研究了具有相同厚度和任意不同黏性或任意不同热扩散系数的两层流模型系统中对流的流动特性. 随后, 分析了氟化液 (Fluorinert FC70 下层) 和硅油 (Silicon oil 50Cs) 两层液体中不同物理和几何参数因素对系统中对流抑制的流体动力学影响. 该系统曾经在 Géoris 和 Legros<sup>[17]</sup> 等人进行的欧洲 IML-2 空间微重力实验中成功地使用过.

## 2 理论分析和数值模拟

### 2.1 控制方程和边界条件

不考虑浮力效应 ( $g = 0$ ) 的多层流体对流问题的数学表达式由原始变量的速度  $u_i = (u_i, v_i)$ , 压力  $p_i$  和温度  $T_i$  的 Navier-Stokes 方程和能量方程组成. 分别将  $\alpha_2/H$ ,  $H^2/\alpha_2$ ,  $H$  及  $\Delta TH/L(\Delta T/R)$  做为控制方程系统的无量纲参考速度、时间、长度和温度 (其中  $\alpha_2$  表示下层流体的热扩散系数), 进行无量纲化处理后可以得到如下两层流体对流问题的无量纲数学表达式.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial u_1}{\partial t} + \left( u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} \right) &= -\frac{1}{\rho^*} \frac{\partial p_1}{\partial x} + Prv^* \left( \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} \right) \\ \frac{\partial v_1}{\partial t} + \left( u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) &= -\frac{1}{\rho^*} \frac{\partial p_1}{\partial y} + Prv^* \left( \frac{\partial^2 v_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial y^2} \right) \\ \frac{\partial \theta_1}{\partial t} + \left( u_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial y} \right) &= \alpha^* \left( \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial y^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中  $\theta_1 = (T_1 - T_c)L/\Delta TH$  是上层流体的无量纲温度.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial u_2}{\partial t} + \left( u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} + v_2 \frac{\partial u_2}{\partial y} \right) &= -\frac{\partial p_2}{\partial x} + Pr \left( \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2} \right) \\ \frac{\partial v_2}{\partial t} + \left( u_2 \frac{\partial v_2}{\partial x} + v_2 \frac{\partial v_2}{\partial y} \right) &= -\frac{\partial p_2}{\partial y} + Pr \left( \frac{\partial^2 v_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_2}{\partial y^2} \right) \\ \frac{\partial \theta_2}{\partial t} + \left( u_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial x} + v_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial y} \right) &= \left( \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial y^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中  $\theta_2 = (T_2 - T_c)L/\Delta TH$  是下层流体的无量纲温度. 上述方程包括下层液体的 Prandtl 数  $Pr = \nu_2/\alpha_2$ , 液体 -1 与液体 -2 的物性参数值比  $\rho^* = \rho_1/\rho_2$  (密度),  $\nu^* = \nu_1/\nu_2$  (运动学黏度) 及  $\alpha^* = \alpha_1/\alpha_2$  (热扩散系数).

固壁处假设为无滑移条件. 加高温和低温边界处均为等温面, 其它非加热壁面的热边界条件被视为热传导条件. 假设流体交界面和自由表面均为平直不变形. 在微重力环境下, 只有沿界面和表面作用的表面热毛细张力驱动力, 它们一般被认为是温度的线性函数:  $\sigma_i = \sigma_{0i} - \gamma_i(T_i - T_0)$

其中  $T_0 = (T_c + T_h)/2$  为参考温度值,  $\gamma_i = -\partial\sigma_i/\partial T$  ( $i = 1$  为上自由表面,  $i = 2$  为液体交界面) 表示表面或界面上的张力温度系数. 本文中的自由表面和交界面处的动力学和热边界条件为:

(1) 两液体交界面 ( $y = 0$ )

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= u_2, & v_1 &= v_2 = 0 \\ \frac{\partial u_2}{\partial y} - \mu^* \frac{\partial u_1}{\partial y} &= -Ma \frac{\partial \theta_2}{\partial x} \\ \chi^* \frac{\partial \theta_1}{\partial y} &= \frac{\partial \theta_2}{\partial y}, & \theta_1 &= \theta_2 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

这里的 Marangoni 数定义如下

$$Ma = \gamma_2 \Delta T_{\perp} H / (\mu_2 \alpha_2 R) \quad (4)$$

该无量纲参数与流体 -2 的物性参数和界面上的界面张力温度系数 ( $\gamma_2$ ) 相关. 对于两侧加热情况下的热毛细对流而言, 其 Marangoni 数的定义表达式中的温差值应以  $\Delta T_{\parallel}$  替换 (4) 式中的  $\Delta T_{\perp}$ , 即

$$Ma = \gamma_2 \Delta T_{\parallel} H / (\mu_2 \alpha_2 R)$$

(2) 液 - 气间的自由表面 (B 情况) ( $y = h^* = H_1/H$ )

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= 0 \\ \mu^* \frac{\partial u_1}{\partial y} &= -\sigma^* Ma \frac{\partial \theta_1}{\partial x} \\ \frac{\partial \theta_1}{\partial y} + Bi(\theta_1 - \theta_a) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

上式中  $Bi$  代表 Biot 数 (本文中取为  $Bi = 0$ ),  $\sigma^* = (-\partial\sigma_1/\partial T)/(-\partial\sigma_2/\partial T)$  表示表面张力温度系数与液 - 液界面张力温度系数之比值.

## 2.2 稳定性分析

采用小扰动方法对无限长 ( $R \rightarrow \infty$ ) 两层流体的 Marangoni 对流进行了线性稳定性分析, 以了解 Marangoni 对流起始状态特性. 在对流发生之前流场处于静止状态, 温度场为纯导热分布. 将与  $\exp[\lambda t + i(k_x x + k_z z)]$  成比例的速度、温度和压力的空间一般摄动量代入控制方程 (1) 和 (2) 式的线性化方程组中, 消去方程中的  $x$  方向的摄动速度分量和摄动压力项后, 可以写出不考虑重力效应无量纲化的两层流体线性控制方程组

$$\left. \begin{aligned} Pr\nu^*(D^2 - k^2)^2 v_1' &= \lambda(D^2 - k^2)v_1' \\ \alpha^*(D^2 - k^2)\theta_1' - G_{T1}v_1' &= \lambda\theta_1' \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} Pr(D^2 - k^2)^2 v_2' &= \lambda(D^2 - k^2)v_2' \\ (D^2 - k^2)\theta_2' - G_{T2}v_2' &= \lambda\theta_2' \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

这里  $D$  表示无量纲微分算子  $d/dy$ ,  $\lambda$  是时间增长速率,  $k$  是无量纲波数,  $G_{Ti}$  ( $i = 1, 2$ ) 表示稳定状态下流体 - $i$  内部的温度分布梯度. 通过对边界进行类似的线性化处理, 可以得到系统线性

不稳定性问题相对应的边界条件. 其中, 求解线性不稳定性问题的 Marangoni 数定义如下

$$Ma^{(L)} = \gamma_2 \Delta T_1 H / \mu_2 \alpha_2 \quad (8)$$

它与上面公式 (4) 的二维情况下的 Marangoni 数表达式有如下关系

$$Ma = Ma^{(L)} / R \quad (9)$$

本文采用 Tau-Chebyshev 谱计算方法离散上述无限长 ( $R \rightarrow \infty$ ) 两层流体 Marangoni 对流线性方程组和对应的边界条件, 使用 IMSL 数学软件库中的 EIGZC 双精度子程序计算求解系统的复数特征值  $\lambda$ , 从而找到流体系统发生 Marangoni 对流的临界 Marangoni 数  $Ma_c$  和对应的临界波数  $k_c$ . 为了检验本文多层流体线性稳定性计算程序的精确性和收敛性, 作者验算了 Georis 等人<sup>[12]</sup> 给出的 FC70-Si50Cs-FC70 三层流体系统中 Marangoni 对流的线性稳定性计算问题. 我们计算获得了每层液体厚度相同时系统的临界 Marangoni 数  $Ma_c^{(L)} = 7468$  和对应的临界波数  $k_c = 5.74$ . 上述结果同 Georis 等人应用 Runge-Kutta 计算方法得到的结果完全一致.

### 2.3 数值模拟

采用有限差分法和 A.D.I. 格式求解方程组 (1),(2) 和相应边界条件描述的二维矩形液池中两或三层流体的 Marangoni 对流稳态解 (详见文献 [3]). 计算采用均匀矩形网格, 当计算变量的最大相对误差小于 0.01% 时认为 Navier-Stokes 方程组得到收敛解. 大部分计算结果是采用双精度在 SGI/i8000 计算机上运算得到的.

## 3 计算结果和讨论

为了研究两层流体间不同输运参数比的变化对底层液体流动的影响, 我们将首先分析模型化的两层流系统. 模型系统中的每个液层厚度相等 ( $h^* = 1$ ), 但两液体的黏性比 (即  $\mu_1 \neq \mu_2$ ,  $\mu_2 = \text{常数}$ ) 或热扩散系数比 (即  $\alpha_1 \neq \alpha_2$ ,  $\alpha_2 = \text{常数}$ ) 不同. 在模型系统和氟化液 (Fluorinert FC70 下层) 和硅油 (Silicon oil 50Cs) 两层流体系中, 我们还分别考虑了上层液体表面被固壁封闭 (A 种情况) 和上层液体表面自由敞开 (B 种情况) 两种不同上边界条件下的流体对流特性.

本文作者前期的工作对在微重力条件下, 外加温度梯度与流体界面平行时的两层流体热毛细对流进行了理论和数值模拟研究<sup>[18]</sup>. 研究表明: 一层高黏性或具有弱热扩散特性的覆盖液体有利于明显消减被覆盖熔体内的热对流强度; 当两层流体中的覆盖液体上表面敞开时 (B 种情况), 作用于自由表面上的表面张力将作为第二个驱动力影响整个流场, 尤其是改变下层被覆盖液体内的热对流强度. 当表面与界面张力温度系数之比值满足  $\sigma^* = 2$  的特殊情况时, 被覆盖下层液体内的热对流流动将受到最大程度的抑制. 上述数值计算结果同 Doi 等人<sup>[7]</sup> 的理论分析解相一致.

### 3.1 两层流体 Marangoni 对流的稳定性分析 (A 情况)

通过对两层流体 Marangoni 对流的稳定性分析计算, 可以给出如临界温差 ( $\Delta T_1$ )<sub>c</sub>、临界  $Ma_c$  及临界波数  $k_c$  等系统发生对流时刻的临界特征参数. 表 1 分别列出了 A 种情况下两组不同热扩散系数和不同黏性比的两层流体 Marangoni 对流的  $Ma_c$  和对应的  $\lambda_c$  值.

从表 1 中可以看到, 当热扩散特性不同的两层流体参数为  $\alpha^* = 10$ ,  $\alpha_2 = 1$  以及  $h^* = \mu^* = \chi^* = \rho^* = 1$ ,  $Pr = 1$  时, 系统产生 Marangoni 对流的临界  $Ma_c^{(L)}$  数等于 1415 ( $Ma_c = 707.5$ ).

表 1 不同热扩散系数比 ( $\alpha^*$ ) 和不同黏性系数比 ( $\mu^*$ ) 两层流系统的临界 Marangoni 数及临界波数

Table 1 Critical Marangoni number and wavenumber for the model system with different  $\alpha^*$  and different  $\mu^*$

|              | $\alpha^*(\alpha_1/\alpha_2)$ |       | $\mu^*(\mu_1/\mu_2)$ |        |
|--------------|-------------------------------|-------|----------------------|--------|
|              | 0.1                           | 10    | 0.1                  | 10     |
| $Ma_c^{(L)}$ | -141.5                        | 1415  | 2202                 | -83761 |
| $k_c$        | 3.98                          | 3.98  | 4.62                 | 5.69   |
| $Ma_c$       | -70.75                        | 707.5 | 1101                 | -41880 |

而当上层流体-1的热扩散系数减小10倍为 $\alpha^* = 0.1(\alpha_1 = 0.1, \alpha_2 = 1)$ 的情况下,系统的临界 Marangoni 数由正变负,其绝对值也减小10倍为 $Ma_c^{(L)} = -141.5(Ma_c = 70.75)$ .这表明当 $\alpha^*$ 值从10变化到0.1后,使系统产生 Marangoni 对流的外加温度梯度方向改变了,即 $\alpha^* = 0.1$ 时需要从上层流体-1的顶部加热达到一定的温差值时才能诱发两层流体的 Marangoni 对流运动.此刻,对应于 $\alpha^* = 0.1$ 两层流的临界温度差 $(\Delta T_{\perp})_c$ 是 $\alpha^* = 10$ 时两层流 $(\Delta T_{\perp})_c$ 值的1/10,但是上述两个不同流体系统的临界波数却保持不变,均为 $k_c = 3.98$ .

当我们只改变两层流体的黏性比值由 $\mu^* = 0.1$ 到10,而保持其它参数为 $\mu_2 = 1, h^* = \alpha^* = \chi^* = \rho^* = 1$ 和 $Pr = 1$ 时,该流体系统的临界 Marangoni 数的变化情况与两层流热扩散系数比变化时的情形正好相反(见表1).值得注意的是 $\mu_1 = 10\mu_2(\mu^* = 10)$ 情况下的两层流体更加稳定,而且需要非常大的从上层流体-1一侧加热的温度差才可使该流体系统发生 Marangoni 对流.因此,上述稳定性分析结果清楚地表明黏性较高的液体覆盖层(上层液体)有利于抑制两层流 Marangoni 对流的发生.

### 3.2 两层流体 Marangoni 对流的数值模拟 (A 情况)

在 A 种情况下两组不同热扩散系数和不同黏性比的两层流体系统的 Marangoni 对流不稳定性分析基础上,本节将数值模拟计算矩形槽内的上述两层流体对流发生以后的流场结构和速度分布特性.图2,图3分别展示了改变热扩散系数比的两层流系统( $\alpha_1 \neq \alpha_2, h^* = \mu^* = \chi^* = \rho^* = 1, Pr = \alpha_2 = 1, R = 2$ )和改变黏性比的两层流系统( $\mu_1 \neq \mu_2, h^* = \alpha^* = \chi^* = \rho^* = 1, Pr = \mu_2 = 1, R = 2$ )中 Marangoni 对流流动的最大流函数值变化曲线.同时,还给出了在水平加热情况下相同两层流体中的热毛细对流的流函数值变化曲线,以示两种典型加热条件下对流流动的定量差异.当然,对于前者只有当系统的 Marangoni 数大于其临界值 $Ma_c$ 才会出现 Marangoni 对流.在图2,图3中可以看到,矩形槽内两层流二维数值模拟计算得到的临界 Marangoni 数 $Ma_c$ ,总是略高于由线性不稳定性分析给出的相同系统临界 Marangoni 数 $Ma_c^{(L)}$ ,这是由于数值模拟计算中考虑了有限长矩形槽两侧面引起的二维效应.

对于 $\alpha^* = 10$ 的两层流(见图2(a)), Marangoni 对流和与之相比较的热毛细对流的流函数值均随着 Marangoni 数( $Ma$ )的增加而增大.但是,在数值调查的 $Ma$ 数范围中,热毛细对流的强度总比对应的 Marangoni 对流要强,并且前者形式的对流随着 Marangoni 数增加而增强的速率要比后者快得多.它们之间的最大流函数值之比在 $Ma \geq 2400$ (见图2(a))后达到3倍之多.当 $\alpha^* = 0.1$ 时(见图2(b)),最大流函数值随 $Ma$ 数的变化趋势以及不同两种加热情况下的流体对流强弱之差的变化都与 $\alpha^* = 10$ 的两层流体相类似.所不同的是,在 $\alpha^* = 0.1$ 时的负 $Ma$ 数表明,需要改下加热方式为上加热,即从上层流体-1的外侧加相对高温才可产生

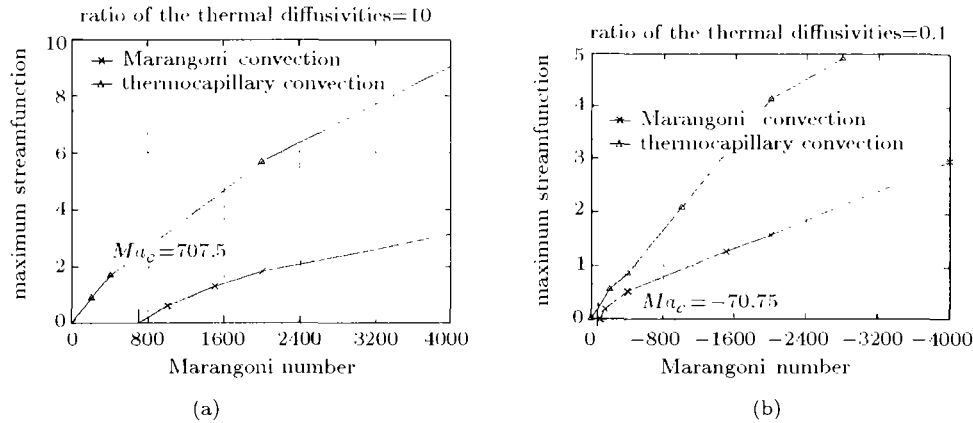


图 2 不同热扩散系数比 ( $\alpha_1 \neq \alpha_2$ ) 两层流系统中 Marangoni 对流流函数值随  $Ma$  数的变化: (a)  $\alpha^* = 10$ ; (b)  $\alpha^* = 0.1$ , 及  $h^* = \mu^* = \chi^* = \rho^* = 1, Pr = \alpha_2 = 1, R = 2$ , 与热毛细对流的比较  
 Fig.2 Variation of streamfunction of the Marangoni convection versus  $Ma$ , for the model systems with  $\alpha_1 \neq \alpha_2$ : (a)  $\alpha^* = 10$ ; (b)  $\alpha^* = 0.1$ , and  $h^* = \mu^* = \chi^* = \rho^* = 1, Pr = \alpha_2 = 1, R = 2$ , in comparison with the thermocapillary convection

Marangoni 对流. 这一结果与上面的稳定性分析结果相一致.

不同黏性  $\mu^* = 0.1 (\mu_2 = 1)$ ,  $h^* = \alpha^* = \chi^* = \rho^* = 1$  及  $Pr = 1$  的两层流体中, Marangoni 对流和热毛细对流的流函数值随着  $Ma$  数的变化曲线分别绘在图 3 内. 此时, 相同外加温差下的各种对流流动强度都高于上面所示热扩散系数不同时 ( $\alpha \neq 1$ ) 的两层流体对流. 由此可知, 两层流体上层液体黏度的降低对于稳定系统和抑制系统的 Marangoni 对流都是非常不利的. 这一点同上层液体黏度对水平加热两层流体的热毛细对流的影响相同. 当增加上层液体 -1 的黏度为底层液体黏度的 10 倍时, 即两层流的参数是  $\mu^* = 10$  和  $\mu_2 = 1$ ,  $h^* = \alpha^* = \chi^* = \rho^* = 1$  和  $Pr = 1$ , 该系统需要非常高的  $Ma$  数, 即  $|Ma| > |Ma_c| = 41880.5$  后才可产生 Marangoni 对流.

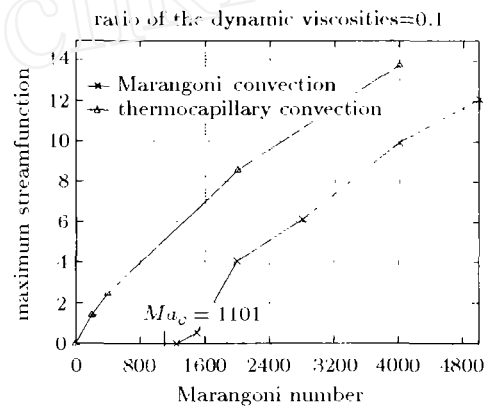


图 3 不同黏性系数比 ( $\mu_1 \neq \mu_2$ ) 两层流系统中 Marangoni 对流流函数值随  $Ma$  数的变化:  $\mu^* = 0.1$  及  $h^* = \alpha^* = \chi^* = \rho^* = 1, Pr = \mu_2 = 1, R = 2$ , 与热毛细对流的比较  
 Fig.3 Variation of streamfunction of the Marangoni convection versus  $Ma$ , for the model systems with ( $\mu_1 \neq \mu_2$ ):  $\mu^* = 0.1$  and  $h^* = \alpha^* = \chi^* = \rho^* = 1, Pr = \mu_2 = 1, R = 2$ , in comparison with the thermocapillary convection

### 3.3 上表面敞开的两层流体 Marangoni 对流稳定性分析 (B 情况)

两层流体中, 作用在两个流体交界面上的界面张力相互耦合, 对热毛细对流的影响和热毛细对流的动力学特性已经在作者前期的研究工作中作了论述 (见文献 [18]). 在本文讨论的上表面敞开和上下加热两层流体中的 Marangoni 对流, 是否也存在类似的动力学特性很值得进一步研究. 为了了解这个问题, 本文考虑了由氟化液 (Fluorinert FC70 下层)- 硅油 (Silicon oil 50Cs) 和空气 (Air) 组成的封闭三层流体系统 (以下简称为 F.S.A. 系统). 这个封闭在矩形实验腔内的

三层流体系统可以看作是具有敞开于空气的上自由表面两层流,即本文中 B 类情况下的两层流体系统,其中氟化液 (Fluorinert FC70 下层) 和硅油 (Silicon oil 50Cs 上层) 两层液体的物性参数比分别为  $\mu^* = 3.571, \alpha^* = 3.13, \chi^* = 2.143, \rho^* = 0.493, Pr = 405.8$  和  $\sigma^* = 2.022$ . 我们首先分析该系统的稳定性特征. 值得注意的是 F.S.A. 系统中上自由表面与液体界面的张力温度系数之比  $\sigma^* = 2.022$ , 非常接近两层流体热毛细对流中抑制对流流动的特殊物理参数条件  $\sigma^* = 2$ . 本文假设  $\sigma^*$  值由 0.5 变化到 4, 并保持液-液界面上的张力温度系数  $\sigma_2$  不变, 以了解两个界面张力的耦合作用对 Marangoni 对流动力学特性的影响.

图 4 给出了不同界面上张力温度系数比  $\sigma^* = 0.5, 1, 2.022$  和 4 的系统线性稳定性中性曲线  $Ma_c^{(L)}-k$ . 对于  $\sigma^* = 2.022$  的 F.S.A. 系统, 可以在临界波数  $k_c = 4.67$  处发现其对应的最小临界 Marangoni 数为  $Ma_c^{(L)} = 5442$ . 当  $\sigma^*$  增至  $\sigma^* = 4$  后, 系统的中性曲线相对于原  $\sigma^* = 2.022$  的对应情况向下方移动, 相对应的临界 Marangoni 数从 5442 减小至 2630. 这表明原 F.S.A. 流体系统 ( $\sigma^* = 2.022$ ) 随着上自由表面的张力温度系数的增大将变得更加不稳定, 如  $\sigma^* = 4$

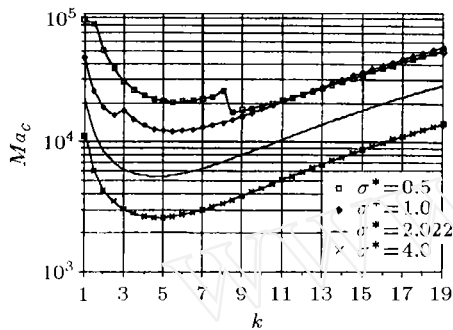


图 4 F.S.A. 系统中不同表面和界面张力温度系数比 ( $\sigma^*$ ) 下的 Marangoni 对流临界 Marangoni 数  $Ma_c^{(L)}$  随波数的变化

Fig.4 Critical Marangoni number  $Ma_c^{(L)}$  of Marangoni convection versus wave number for different  $\sigma^*$  in F.S.A. system

时  $Ma_c^{(L)} = 2630$ . 与此相反, 当两界面张力温度系数之比由  $\sigma^* = 2.022$  减小至 0.5 时, 系统的中性曲线将向上方移动, 且对应的临界 Marangoni 数  $Ma_c^{(L)}$  从 5442 增大到  $1.69 \times 10^4$ , 系统变得更稳定. 在图 4 中还可以看出, 当  $\sigma^* = 0.5$  和 1.0 时系统的稳定性中性曲线分别出现了尖点, 如分别在  $k = 3$  和 8 处的 Marangoni 数, 此时对应着系统稳定性由稳态对流到振荡对流形式的转变点. 这一点可以从系统特征值的虚部 ( $\lambda_i$ ) 随波数 ( $k$ ) 的变化曲线反映出来. 由上述分析可知对于每层厚度相同的两层流体系统 ( $h^* = 1$ ), 特征参量  $\sigma^* = 2$  并不对应于系统 Marangoni 对流的最稳定状态, 但是系统的界面张力温度系数比值减小有助于上表面敞开的、上下加热两层流体系统的稳定.

#### 3.4 上表面敞开的两层流体 Marangoni 对流数值模拟 (B 情况)

对应于 F.S.A. 流体系统稳定性分析中所讨论的界面张力温度系数比 ( $\sigma^*$ ) 的变化情况, 本文还数值模拟了长宽比为  $R = 2$  的矩形槽内流体系统的稳态对流流动. 表 2 列出了每层流体 Marangoni 对流的流函数最大值, 表中计算所考虑的无重力 ( $g = 0$ ) 条件下二维纯 Marangoni 对流对应的 Marangoni 数  $Ma^{(L)}$  均高于由线性稳定性分析得出的临界 Marangoni 数  $Ma_c^{(L)}$ . 随着系统界面张力温度系数之比  $\sigma^*$  的改变, 下层液体 (氟化液) 与上层覆盖液体 (硅油) 中对流流动强度之比 ( $\psi_{2,\max}/\psi_{1,\max}$ ) 也明显变化. 例如, 当  $\sigma^* = 0.25$  时,  $\psi_{2,\max}/\psi_{1,\max} = 0.79$ ;  $\sigma^* = 0.5$  时,  $\psi_{2,\max}/\psi_{1,\max} = 0.548$ ;  $\sigma^* = 2.022$  时,  $\psi_{2,\max}/\psi_{1,\max} = 0.08$  及  $\sigma^* = 4$ ,  $\psi_{2,\max}/\psi_{1,\max} = 0.16$ .

图 5 展示了  $\sigma^*$  分别等于 2.022 和 0.25 情况下系统中 Marangoni 对流的流函数分布. 对于不同的  $\sigma^*$ , 在包括空气层在内的每流层中均出现一对由界面 (表面) 热毛细力驱动的对流涡. 比较图 5(a) 和图 5(b), 可以明显地看到在  $\sigma^* = 2.022$  的流体系统中底层液体内的对流流动相



表 2 F.S.A. 系统中不同界面张力温度系数比 ( $\sigma^*$ ) 下每流层中 Marangoni 对流最大流函数值及两液体层内最大流函数值之比 ( $\psi_{2,\max}/\psi_{1,\max}$ );  $\mu^* = 3.571, \alpha^* = 3.13, \chi^* = 2.143, \rho^* = 0.493, Pr = 405.8$  和  $h^* = 1, R = 2$

Table 2 Maximum streamfunction of Marangoni convection in each liquid layer and the ratios of amplitudes of convective flows in the lower and encapsulant layer ( $\psi_{2,\max}/\psi_{1,\max}$ ), in F.S.A. system for  $\mu^* = 3.571, \alpha^* = 3.13, \chi^* = 2.143, \rho^* = 0.493, Pr = 405.8$  and  $h^* = 1, R = 2$

| Marangoni number | Flourinert-FC70 layer             | Silicon oil-50Cs layer         | Air layer                      | Ratio                          |                               |
|------------------|-----------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|
| $\sigma^*$       | $Ma^{(L)}(Ma_c^{(L)})$            | $\psi_{2,\max} \times 10^{-3}$ | $\psi_{1,\max} \times 10^{-3}$ | $\psi_{3,\max} \times 10^{-3}$ | $\psi_{2,\max}/\psi_{1,\max}$ |
| 0.25             | $2 \times 10^4(1.43 \times 10^4)$ | 2.0162                         | 2.5501                         | 1.0559                         | 0.79                          |
| 0.5              | $2 \times 10^4(1.69 \times 10^4)$ | 0.1710                         | 0.3103                         | 0.2242                         | 0.548                         |
| 1.0              | $2 \times 10^4(1.21 \times 10^4)$ | 3.6078                         | 3.1908                         | 4.3951                         | 1.128                         |
| 2.022            | $1 \times 10^4(5442)$             | 0.6709                         | 7.840                          | 7.9108                         | 0.08                          |
| 4.0              | $1 \times 10^4(2630)$             | 3.0895                         | 19.077                         | 18.285                         | 0.16                          |

对非常弱. 而对于  $\sigma^* = 0.25$  的 F.S.A. 系统, 两液体层内的 Marangoni 对流强度几乎相等, 上面空气层内的对流相对较弱. 这一点也可以从表 2 中对应的流函数值变化上看出. 由此表明在多层流体 Marangoni 对流中仍然存在着由界面热毛细力和自由表面热毛细力间的相互耦合作用而使流体对流减弱的特性. 因此, 多层流体系统的界面张力温度系数之比  $\sigma^* \approx 2$  是控制和减弱底层被覆盖液体层内 Marangoni 对流中的一个特征动力学条件, 尽管  $\sigma^*$  的变化对该流体系统(初始)不稳定性的影响不同于对系统 Marangoni 对流发生后 ( $Ma > Ma_c$ ) 产生的动力学作用.

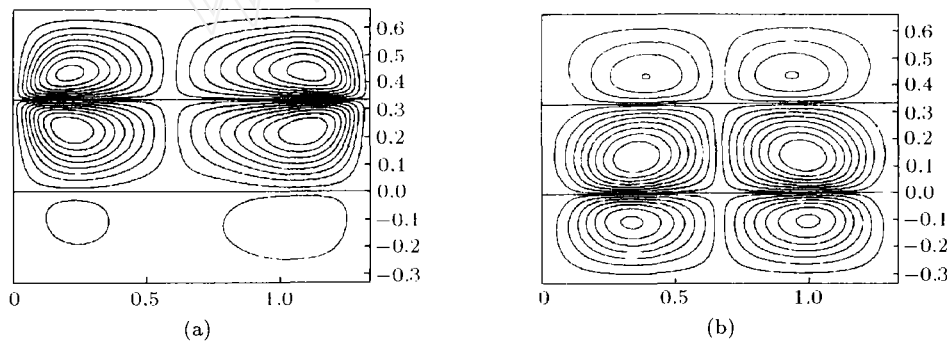


图 5 F.S.A. 系统中不同表面和界面张力温度系数比 ( $\sigma^*$ ) 下的流函数分布图: (a)  $\sigma^* = 2.022, Ma^{(L)} = 1 \times 10^4$ ; (b)  $\sigma^* = 0.25, Ma^{(L)} = 2 \times 10^4$ ; 及  $\mu^* = 3.571, \alpha^* = 3.13, \chi^* = 2.143, \rho^* = 0.493, Pr = 405.8$  和  $h^* = 1, R = 2$

Fig.5 Streamfunction patterns, (a) for  $\sigma^* = 2.022, Ma^{(L)} = 1 \times 10^4$ ; (b) for  $\sigma^* = 0.25, Ma^{(L)} = 2 \times 10^4$ ; for  $\mu^* = 3.571, \alpha^* = 3.13, \chi^* = 2.143, \rho^* = 0.493, Pr = 405.8$  and  $h^* = 1, R = 2$

## 4 结 论

本文采用数值模拟方法研究了微重力环境下 ( $g = 0$ ), 上下加热矩形腔内两层 (三层) 不相混合流体的 Marangoni 对流. 同时, 给出了无限长矩形腔内两层 (三层) 流体系统 Marangoni 对流的线性稳定性分析结果. 分别介绍了两层流体模型分析系统和实验流体系统的热扩散系数比、黏性比和表面与界面张力温度系数比对 Marangoni 对流及不稳定性的影响, 并将 Marangoni

对流的主要特征与两侧加热矩形腔内两层流体系统的热毛细对流进行了比较. 现将主要结论归结如下:

1) 高黏性或热扩散性相对弱的覆盖液体层有助于减弱被覆盖(下层)液体内 Marangoni 对流强度, 增加覆盖层液体黏性要比选择弱热扩散性的液体更有效. 这一特性与水平加热两层流体热毛细对流的动力学和热传输特征是相同的.

2) 上层覆盖液体的黏性或热扩散性的变化都将严重影响两层流体 Marangoni 对流的稳定性.

3) 通过两个界面张力之间的动力学耦合作用, 使上表面敞开的两层流系统, 存在一个减弱被覆盖液体 Marangoni 对流流动的界面张力温度系数比值  $\sigma^*$  的变化区域. 当其比值等于 2 时被覆盖液体层内的 Marangoni 对流流动将受到最大程度的抑制, 但这一特殊值  $\sigma^* = 2$ , 并不对应于系统 Marangoni 对流的最稳定状态.

4) 对相同温度差下的两层流体体系, Marangoni 对流流动通常比热毛细对流弱, 并且两者之间的强度之差随 Marangoni 数的增加而加大.

### 参 考 文 献

- 1 Johnson ES. Liquid encapsulated floating zone melting of GaAs. *J Crystal Growth*, 1975, 30: 249~256
- 2 Barocela E, Jaillevand A. Liquid encapsulated float zone method for microgravity production of Gallium Arsenide. AIAA, 87-0390, 1987
- 3 Villers D, Platten JK. Thermal convection in superposed immiscible liquid layers. *Applied Scientific Research*, 1988, 45: 145~151
- 4 Napolitano LG, Viviani A, Savini R. Natural and Marangoni convection in two superposed immiscible liquid layers with horizontal heating. In: Proc of the First Eur Symp Fluids in Space, Ajaccio, France, ESA, 1991, SP-355: 79~118
- 5 Shevtsova VM, Fujiwara T, Ryazantsev Yu. Thermoconvection motion in a two-layer system. Research Report, Nagoya University, Japan, 1991, 43: 113~120
- 6 Fontaine JP, Sani RL. Thermocapillary effects in a multilayered fluid system. AIAA, 92-0689, 1992
- 7 Doi T, Koster JN. Thermocapillary convection in two immiscible liquid layers with free surface. *Phys Fluids*, 1993, A5: 1914~1927
- 8 Liu QS, Chen G, Roux B. Thermo-gravitational and thermocapillary convection in a cavity containing two superposed immiscible liquid layers. *Int J Heat Mass Transfer*, 1993, 36: 101~117
- 9 Zeren RW, Reynolds WC. Thermal instabilities in two fluids horizontal layers. *J Fluids Mech*, 1972, 53: 305~327
- 10 Wahal S, Bose A. Rayleigh-Bénard and interfacial instabilities in two immiscible liquid layers. *Phys Fluids*, 1988, 31: 3502~3510
- 11 Rasenat S, Busse FH, Rehberg I. A theoretical and experimental study of double-layer convection. *J Fluids Mech*, 1989, 199: 519~540
- 12 Georis Ph, Hennenberg M, Simanovskiy IB, et al. Thermocapillary convection in a multilayer system. *Phys Fluids*, 1993, A,5 (7): 1575~1582
- 13 Pearson JRA. On convection cells induced by surface tension. *Journal of Fluid Mechanics*, 1958: 489~500
- 14 Gilev AY, Nepomnyashchiy AA, Simanovskiy IB. Generation of thermocapillary and thremogravitational convection in an air-water system. *Fluid Mech-Soviet Research*, 1987, 16: 44~48
- 15 Liu QS, Roux B. Instability of thermocapillary convection in multiple superposed immiscible liquid layers. In: Proceedings VIIIth European Symposium on Material and Fluid Sciences in Microgravity, Brussels, Belgium, ESA, SP-333, 1992
- 16 Davis SH. Thermocapillary instabilities. *Ann Rev Fluids Mech*, 1987, 19: 403~435
- 17 Georis Ph, Legros JC: Thermocapillary convection in a three layer system, a BDPU experiment for IML-2 mission. In: IAF, Graz, Austria, 1993
- 18 Liu QS, Roux B, Velarde MG. Thermocapillary convection in two-layers systems. *Int J Heat Mass Transfer*, 1998, 41(11): 1499~1511

## MARANGONI CONVECTION IN MULTIPLE LIQUID LAYERS<sup>1)</sup>

Liu Qiusheng

(National Microgravity Laboratory, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

**Abstract** The Marangoni convection in a rectangular cavity filled with immiscible liquid layers have been studied under microgravity environment. The Marangoni convection is performed when two-layer liquids subjected to an applied temperature gradient perpendicular to the interfaces. A linear instability analysis of the Marangoni convection is presented in a system of two-layer fluids in an infinite cavity. Numerical simulations on the Marangoni convection were complicated to investigate the hydrodynamic and thermal characteristics of the Marangoni convection. In this paper, the model systems are considered as the two-liquid layers with equal depth ( $h^* = 1$ ) and with different liquid viscosities ( $\mu_1 \neq \mu_2, \mu_2 = \text{const.}$ ) or different thermal diffusivities ( $\alpha_1 \neq \alpha_2, \alpha_2 = \text{const.}$ ), in order to show the role played by different transport ratios on the lower liquid (melt) flow. Two different boundary conditions of the rigid top wall (case A) and the free open top surface (case B) are considered, respectively for different model systems and for the Fluorinert FC70-Silicone oil 50Cs system.

The effects of some important and basic parameters of immiscible fluids, such as thermal diffusivity ratio, viscosity ratio and interface-tension ratio, on the Marangoni convection of system are presented for both analytical model systems and experimental fluid systems. Main behaviors of the Marangoni convective flow are compared with those of the thermocapillary convection. A highly viscous liquid or a relatively weak thermal diffusive encapsulant layer are favorable to diminish significantly the intensity of the Marangoni convection in the melt (lower layer). The first variant is more efficient than the second one. For a two-layer liquid subjected to a thermal gradient perpendicular to the interface, the variation of the viscosity or the thermal diffusivity of the upper layer influents greatly the instability of fluid system. Dynamic effect of the coupling of two interfacial tension-forces has been also shown for the damping of the Marangoni convection in two-layer liquids with an open free surface for heating. There exists also a range of  $\sigma^*$  in which the convective flow in the lower layer can be reduced and the convective flow damping is almost maximum when  $\sigma^* = 2$ , similar to the situation for the thermocapillary convection. But the special value  $\sigma^* = 2$  where the damping effect of flow is most great doesn't correspond to the most stable state of the system for the case of Marangoni convection. For the same  $Ma$ , the Marangoni convection flows in the model systems are generally weaker than the thermocapillary convection in the same systems, and the difference of intensity of convective flow between these two convective flows become greater with the augmentation of the Marangoni number.

**Key words** multiple-layer liquids, Marangoni convection, thermocapillary convection, linear instability

Received 5 April 2001, revised 22 October 2001.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (19789201) and the Ministry of Science and Technology of China (95-Yu-34) and in part by the Chinese Academy of Sciences under the Bai-Ren Program-1997.