

可压槽道湍流的直接数值模拟及标度律分析*

李新亮 马延文 傅德薰

(中国科学院力学研究所非线性力学国家重点实验室,北京 100080)

摘要 采用基于非等距网格的紧致差分方法对 Mach 数为 0.8, Reynolds 数为 3300 的可压缩槽道湍流进行了直接数值模拟. 建立了充分发展的可压缩槽道湍流数据库. 该流场的统计特征(如等效平均速度分布,半局部尺度无量纲化的脉动均方根分布)与他人的数值计算结果吻合较好. 在此 DNS 结果的基础上,作者对该流场进行了统计分析和机理研究. 得到了可压缩槽道湍流场的高阶统计矩. 同时分析了压缩性效应对近壁相干结构的影响机理,认为在可压壁湍流的近壁区,压力在压缩-膨胀上的做功部分吸收了脉动速度的动能,使得可压湍流的近壁速度条带结构更加平整. 还对可压缩槽道湍流进行了标度律分析,指出可压槽道湍流中心线附近较宽的区域内存在标度律及扩展的自相似性. 认为当 Mach 数不是很高时压缩性效应对标度指数影响不大. 通过数值计算得到可压缩槽道湍流的标度指数.

关键词 可压槽道湍流 直接数值模拟 高阶统计矩 标度律 条带结构

湍流现象是自然界最复杂的现象之一,人们对其研究已有上百年的历史,至今虽然取得许多进展,但仍未能认清其本质. 对湍流的研究不但有重大的理论意义,而且有巨大的工程实用价值. 直接数值模拟(DNS)是研究湍流机理的有效工具. 该方法直接求解 N-S 方程数值模拟湍流场,不提任何模型和假设,因而具有精度高,普适性好等优点,能给出整个湍流场的全部信息,为湍流的机理研究提供了大量资料. 但由于该方法的计算量太大,目前只能应用于低 Reynolds 数下简单几何形状湍流场的直接数值模拟,还无法直接应用于实际工程问题中^[1].

80 年代以来,湍流的直接数值模拟有了很大的发展,国际上已经成功实现了槽道湍流、自由混合层、射流湍流及尾迹湍流的直接数值模拟以及一些较为复杂几何形状(如后台阶)湍流的直接数值模拟^[1]. 这些结果绝大多数是针对不可压流动的,对于可压湍流的直接数值模拟,目前结果还十分稀少. 而实际应用中的流动相当一部分是可压的,航空航天领域涉及到的湍流以及发动机的内流、化学反应流动等等无不是可压湍流. 对可压湍流的机理研究同样有着十分重要的意义.

可压槽道湍流作为一种可压壁湍流,包含了压缩性效应和壁面效应的影响,是一种具有代表性的典型流动. 对于该流动,通常研究的有两种情况:一种是带有等温壁面的槽道湍流,另一种是带有绝热壁面的槽道湍流. 由于采用了不同的壁面条件,两者特性有较大的区别. 本

2000-06-12 收稿,2000-08-24 收修改稿

*国家自然科学基金(批准号:19972070)、国家攀登以及国家重点基础研究专项经费(批准号:G1999032805)资助项目

文研究等温壁面的情况。

压缩性效应对可压湍流场的影响主要反映在两个方面。一是由于压缩性改变了湍流场的平均量并由此引起流场性质的改变。例如在本文研究的槽道湍流中,由于流动耗散产生热量造成流场内部的平均温度升高及由于压缩性效应造成流场平均密度的改变从而导致流场平均速度分布的变化。压缩性效应对湍流场的另一个影响就是通过压缩性效应直接影响到了流场的热力学量的扰动量(扰动压力,扰动密度等)造成流场性质的改变。这种影响又称为声效应^[2]。

当流场的 Mach 数不是非常高时,压缩性效应主要反映在对平均量的影响上。Morkovin 理论认为,当流场中压力的脉动值与其平均量相比不是很大时,压缩性主要影响平均量^[3]。Bradshaw^[4], Spina 等人^[5]指出,对于跨音速及 Mach 数不超过 5 的超音速壁湍流,压缩性的主要影响是平均量。Coleman 等人首次通过 DNS 分析了 Mach 数为 1.5 和 3 的可压槽道湍流也得出了同样结论^[2]。

但是,压缩性对脉动量的影响并不是完全可以忽略的,Coleman 等人分析了可压槽道湍流的近壁速度条带结构发现了同样位置处的可压湍流的速度条带结构具有更好的相关性,并由此推测该现象反映了压缩性对脉动量的影响。关于压缩性对湍流小尺度结构影响的机理,目前国际上尚未有明确的认识。速度的条带结构是壁湍流的最重要基本拟序结构。该结构反映了湍流脉动量的组织形态,研究压缩性对该结构的影响对揭示压缩性对湍流小尺度的影响有很重要的意义。

可压湍流的 DNS 是直接求解可压 N-S 方程数值模拟湍流流场。可压 N-S 方程比不可压 N-S 方程复杂,该方程中除了对流项为非线性项之外,黏性项也是非线性的,并且该方程中的动量方程、能量方程、连续性方程互相耦合,对其求解相对复杂得多。由于可压湍流直接数值模拟的复杂性,国际上可压湍流 DNS 的结果目前还十分稀少。除了 Coleman 等人的结果外,Gamet 等人也进行了可压槽道湍流的 DNS 研究。Gamet 等人数值模拟了 $Ma = 0.2$, $Re = 3300$ 的槽道湍流^[6],由于 Mach 数很低,流场特征和不可压情况非常接近。

运用作者构造的基于非等距网格的迎风紧致格式^[8,14]及基于非等距网格的对称紧致格式^[6]对具有等温壁面的槽道湍流进行了直接数值模拟。得到了 Mach 数为 0.8 的充分发展的可压槽道湍流场数据库。本文分析了流场中速度、温度、密度和压力的平均量及脉动量的均方根,平均湍能耗散率及平均 Kolmogorov 耗散尺度。文中得到了可压槽道湍流脉动速度的高阶统计量。

经 Van Driest 变换后的等效平均速度与 Kim^[18]和 Coleman 等人的计算结果吻合较好。半局部(semi-local)坐标下的脉动速度均方根值与 Kim 和 Coleman 等人的结果吻合较好,验证了该数值模拟结果的正确性。

同时,本文分析了压缩性效应对近壁相干结构的影响机理,通过脉动速度的两点相关量定量地指出可压和不可压槽道湍流近壁速度条带结构的区别。认为在可压壁湍流的近壁区,压力在压缩-膨胀上的做功部分吸收了脉动速度的动能,使得可压湍流的近壁速度条带结构更加平整。

标度律的研究是目前国际上湍流研究的热点之一。所谓标度律就是指湍流场惯性区内两点间速度差的统计矩(所谓速度结构函数)与这两点间的距离成幂次变化关系。标度律是对多

尺度复杂系统临界自组织状态的定量刻画,是检验湍流基本理论的试金石^[9].

Kolmogorov 最早指出了标度律的存在并给出了著名的标度律公式(其理论以下简称为 K41 理论). 该理论认为湍流的标度律是普适的,且标度指数与统计阶次 p 之间成线性关系(所谓 $p/3$ 律)^[10].

近期大量实验结果表明,标度指数与统计阶数之间呈非线性关系,这就是所谓的反常标度律,反常标度律的存在是对 K41 理论的最大挑战. 余振苏建立了层次结构理论(SL 理论),很好地解释了反常标度律现象^[9,11]. SL 理论给出的公式与实验吻合很好,充分说明了该理论的正确性.

对于开放边界的均匀湍流场,许多实验表明,标度律是普适的,但同时一些实验表明,封闭流动表现出比均匀各向同性湍流更小的标度指数,因而即使对充分发展湍流,标度律也不是完全普适的. 文献[9]指出,标度指数中包含了一系列湍流动力学状态的信息,系统地研究多级相关函数的标度指数,将成为描述湍流自组织状态的重要线索.

目前已经成功运用直接数值模拟对均匀各向同性湍流进行了标度律研究. 但对于非均匀各向非同性湍流,如壁湍流,目前相关方面的研究结果很少. 对于可压缩湍流的标度律研究,目前尚未见文献报道.

本文运用 DNS 进行了可压槽道湍流的标度律研究,为了对比,本文还同时分析了不可压槽道湍流的标度律. 通过分析得出以下结论:() 在充分发展的槽道湍流场中心线附近的较宽区域内,存在标度律.() 在该区域的槽道湍流中存在着非常明显的扩展自相似性(ESS).() 当 Mach 数不是很高时,压缩性效应对标度指数的影响不大.

1 数值计算

1.1 物理问题,控制方程和计算方法

考虑外加均匀体积力驱动下的三维可压缩 Poiseuille 流动. 如图 1 所示,两个平行平板间充满黏性可压缩流体,在外加体积力的驱动下流动. 设两平板的温度相同且恒定.

流动的控制方程为无量纲的可压缩 N-S 方程:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} = P + \frac{\partial E_v}{\partial x} + \frac{\partial F_v}{\partial y} + \frac{\partial G_v}{\partial z},$$

其中 $U = [\rho, u, v, w, e]^T$, $E, F, G, E_v, F_v, G_v, P$ 分别为方程的无黏项,黏性项和外加体积力. 流动的黏度与温度有关,其关系采用 Sutherland 公式:

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \left[\frac{T}{288.15} \right]^{1.5} \frac{288.15 + C}{T + C},$$

其中常数 $C = 110.4$,无量纲参数的定义为: $Re = \frac{U_m L}{\mu_0}$, $Ma = \frac{U_m}{c_0}$, 其中 U_m 为槽道的流量平均速度, L 为槽道的半宽度, μ_0 为在壁面温度时流体的黏度, c_0 为壁面温度时的音速. 计算沿流向和展向采用周期边界条件,法向采用无滑移边界条件. 固壁处的温度相等且恒定.

对于充分发展的槽道湍流,流向和展向是均匀同性的,因此可在流向和展向采用周期边界

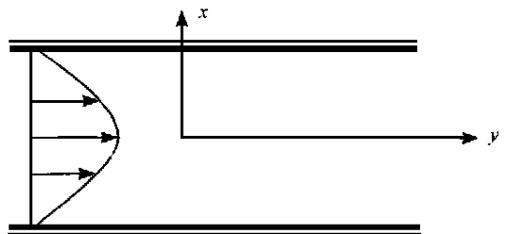


图 1 可压缩槽道流动示意图

条件(Kim^[18]和Moin等人^[11])。法向采用无滑移边界条件。在进行不可压槽道流动的DNS时,通常的模型是流体在均匀的平均压力梯度的驱动下流动,计算的压力为实际压力与平均压力之差,这样计算压力也可以满足流向的周期条件(Kim等人)。而可压槽道湍流中,如果流动模型仍是在平均压力梯度的作用下流动,则由于槽道入口和出口实际压力不同,必然影响到流场的密度,由此影响整个流场,使得流向的周期条件不再成立。Coleman等人提出了可压槽道湍流的计算模型,认为流场在平均体积力的作用下流动,这样流场的各物理量仍可满足流向的周期条件。

计算在流向和展向采用等距网格,法向采用非等距网格,网格在壁面附近密集。方程的无黏部分在矢通量分裂后采用作者构造的基于非等距网格的五阶迎风紧致格式^[8,14]。黏性部分采用基于非等距网格的六阶对称紧致格式^[6]。时间推进采用显式的三阶R-K方法。在计算过程中利用定流量的控制方法,即每个时间步都修改体积力使流量保持恒定。为了便于比较,本文除了计算可压缩的槽道湍流之外,还同时计算了不可压槽道湍流。

1.2 可压槽道湍流的计算

对于可压槽道湍流计算的物理参数 $Ma = 0.8$, $Re = 3300$, $Pr = 0.7$ (以上参数用到的特征长度为槽道的半宽度,特征速度为质量平均速度,特征音速、特征黏度、特征导热率均为壁面湍流时的值)。

计算区域为: $L_x = L_z = 2$, $L_y = 2$ 。网格点数对应流向、法向和展向为 $101 \times 140 \times 101$ 。坐标的选取流向为 x 方向,展向为 z 方向,纵向为 y 方向。 $y = 0$ 对应槽道的中心线, $y = \pm 1$ 为上下平板。

计算以抛物型平均流动叠加上随机场作为初值,随机场的幅值为平均量的 20%。数值计算在国产的神威-超级并行计算机系统中以多CPU通信的形式并行运算,每时间步平均耗时 6 s (64 CPU 并行) 或 10 s (32 CPU 并行)。计算到无量纲时间 100 左右流动达到统计平衡态。保留流场形成可压槽道湍流数据库并进行统计平均。统计平均的跨度为 300 个无量纲时间单位。

1.3 不可压槽道湍流的计算

对于不可压槽道湍流,计算 Reynolds 数为 $Re = 3300$ (以平均速度和槽道半宽度无量纲化)。计算区域同可压情况。计算网格为 $64 \times 130 \times 64$ 。初值采用平均场叠加上 20% 的随机扰动场。

计算采用作者构造的高效算法对不可压槽道湍流进行计算,该算法有较高的效率和精度,能在较少网格点上得到较好的计算结果(见文献[8])。在同样的并行机上运行,每步平均耗时 2 s (32 CPU 并行)。

2 流场的统计及分析

图 2 为可压槽道湍流的平均量分布。其中图 2(a) 是可压槽道湍流的平均速度剖面,其中虚线为文献[2]中 $Ma = 1.5$ 和文献[18]中不可压槽道湍流的速度剖面,从中可以看出本文 $Ma = 0.8$ 的结果介于 $Ma = 1.5$ 和 $Ma = 0$ 的结果之间,说明了本文结果是可靠的。

在本文研究的问题中,由于机械能的耗散及壁面的等温条件使得槽道内部的平均温度较壁面温度有了明显升高,引起槽道内部平均密度的降低,并由此改变了流动的平均速度剖面。

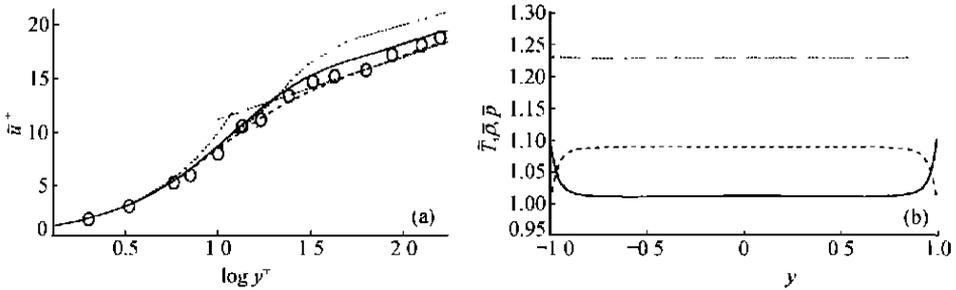


图 2 平均量的分布

(a) 可压缩及不可压槽道湍流的平均速率分布. —示 $Ma=0.8$, —示 $Ma=1.5$, - - - 示不可压 (Kim 等人), 示不可压 (实验值, 引自 Kim 等人); (b) 平均温度、密度、压力的分布. —示平均密度, —示平均压力, - - - 示平均温度

图 2(b) 为 $Ma=0.8$ 的槽道湍流的平均密度、平均温度和平均压力分布图, 从中可以看出, 平均压力基本为常数. 而槽道中心的温度比壁面有明显的升高, 且在壁面附近有较大的温度梯度. 由于温度的变化引起槽道中心处的平均密度比壁面附近有明显的降低.

从平均量的分布可以得出流场的壁面摩擦速度及由此定义的 Reynolds 数: $u = \sqrt{w'w}$, $Re = \frac{uL}{\mu_w}$, 其中 $w = \mu_w \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_w$ (下标“w”表示壁面处的值). 本文计算结果为 $u = 0.056$, $Re = 185$.

由于本文研究的可压槽道湍流的平均 Mach 数不是很高, 根据 Morkovin 理论, 压缩性对流场的影响主要表现为对平均量的影响上, 特别是表现在由于平均密度的变化引起流场的统计特性的改变上.

Coleman 等人采用 Van Driest 变换消除由于平均密度变化的影响, 得到等效平均速度

$$u_{VD}^+ = \begin{cases} u^+ & \left(\frac{\rho}{\rho_w} \right)^{1/2} \\ 0 & \left(\frac{\rho}{\rho_w} \right) \end{cases} u_{VD}^+$$

Coleman 等人^[2]发现在该变换下, 不可压槽道湍流 (Kim 等人) 以及 $Ma=1.5$ 和 $Ma=3$ 的槽道湍流 (Coleman 等人) 的等效平均速度分布十分相近.

图 3 为槽道湍流的等效平均速度分布, 图中实线为本文结果 ($Ma=0.8$), 图中的虚线为 Coleman 等人 $Ma=1.5$ 的结果及不可压槽道湍流的情况. 从中可以看出, 3 条曲线吻合比较理想. 图 3 在证实本文结果的可靠性的同时也验证了 Morkovin 理论.

Coleman 等人发现, 可压缩槽道湍流脉动速度的均方根值受平均密度变化的影响很大. 如果用“半局部”尺度 (“semi-local” scaling) 无量纲化 (Huang 等人^[7]), 即采用当地平均密度及当地平均黏性系数来无量纲化 (而不是采用壁面处的密度和壁面温度下的黏性系数), 则不可压槽道湍流, $Ma=1.5$ 的可压槽道湍流, $Ma=3$ 的

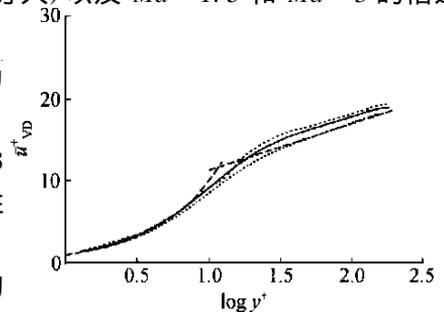


图 3 可压及不可压槽道湍流的等效平均速度分布

—示 $Ma=0.8$, —示不可压, - - - $Ma=1.5$, - - - 示不可压理论值 (壁面律, 对数律)

可压槽道湍流的脉动速度均方根基本相同。

半局部尺度无量纲化的坐标的定义为： $y^* = \text{sgn}(y) \sqrt{w/|y|}$ ，其中 $u^* = \sqrt{w/|y|}$ ， $\text{sgn} = 1 - |y|$ 为到壁面的距离(本文 $y=0$ 为槽道中心， $y = \pm 1$ 为壁面)。应注意 $u^* = u^*(y)$ 与法向坐标有关。用半局部尺度无量纲化脉动速度均方根 u_{rms}^* ， v_{rms}^* ， w_{rms}^* 定义为

$$u_{rms}^* = \frac{u_{rms}}{u^*}, \quad v_{rms}^* = \frac{v_{rms}}{u^*}, \quad w_{rms}^* = \frac{w_{rms}}{u^*}.$$

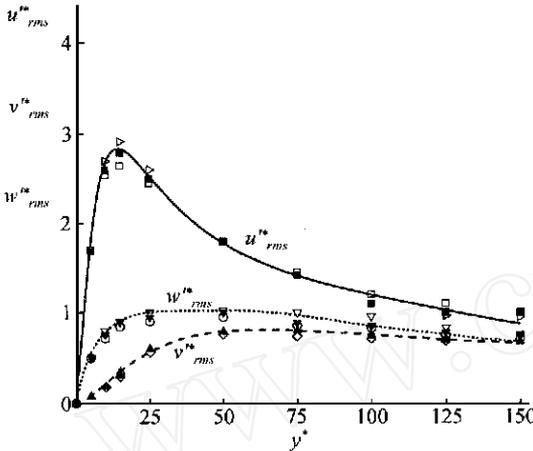


图 4 “半局部”无量纲化的脉动速度均方根分布
——, —, — 示 $Ma=0.8$; \square , ∇ 示 $Ma=1.5$; \diamond , \circ 示 $Ma=3$

图 4 为半局部尺度无量纲化的脉动速度均方根随 y^* 的分布图。从中可以看出,在该坐标下,不可压槽道湍流(Kim 等人^[18]), 本文的结果 ($Ma = 0.8$) 以及 $Ma = 1.5, Ma = 3$ (Coleman 等人^[2]) 的槽道湍流的结果互相吻合很好,验证了本文结果的正确性。

图 5 分别为可压槽道湍流脉动速度的偏斜因子和平坦因子,即归一化的三阶矩和四阶矩。从图中可以看出,这两幅图基本都达到对称状态,说明本文统计的时间跨度已足够长了。需要说明的是,偏斜因子和平坦因子属于高阶统计矩,如无足够长时间跨度的样本空间或计算精度不够很难得到比较光滑的曲线。对于可压缩槽道湍流的偏斜因子和平坦因子,尚未见其他文献报道。

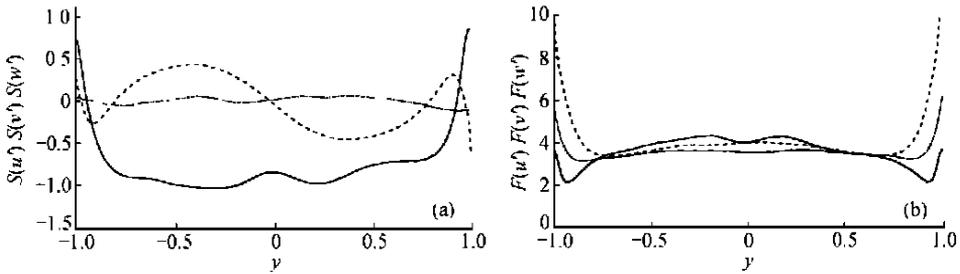


图 5 可压槽道湍流的高阶统计量

(a) 可压槽道湍流的脉动速度的偏斜因子, ——示 $S(u)$, - - - 示 $S(v)$, ··· 示 $S(w)$; (b) 可压槽道湍流的脉动速度的平坦因子, ——示 $F(u)$, - - - 示 $F(v)$, ··· 示 $F(w)$

图 6 和 7 分别为流场中的平均湍能耗散率 ϵ 及平均 Kolmogorov 微尺度 λ_k^+ 的分布情况。

其中 $\epsilon = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right]$, $k = (\nu_3/\epsilon)^{1/4}$, $\epsilon = \epsilon/u^4$, $\lambda_k^+ = k u / \nu$. 其中实线代表本文 $Ma = 0.8$ 的结果,符号代表 Gamet 等人^[6] $Ma = 0.2$ 的对应结果。从图 6 可以看出,和 $Ma = 0.2$ (相当于不可压)的情况相比, $Ma = 0.8$ 的可压槽道流在壁面附近的湍能耗散率略高些。从图 7 中可以看出,壁面附近的 Kolmogorov 微尺度要比槽道中心小得多,这表明了壁面剪切对湍流的作用

用。从图 7 还可以看出, $Ma = 0.8$ 的流场的 Kolmogorov 尺度略小于 $Ma = 0.2$ 的流场, 压缩性效应使得湍流的耗散尺度有所减小。

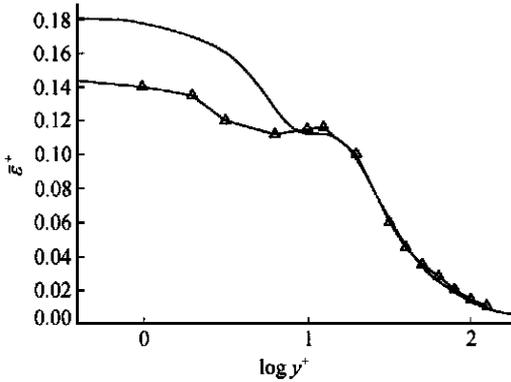


图 6 平均湍能耗散率 ξ
——示 $Ma = 0.8$; ——示 $Ma = 0.2$

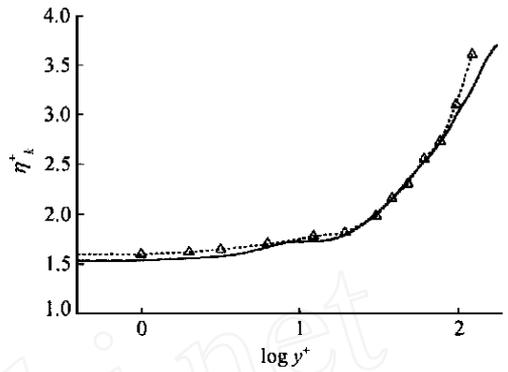


图 7 平均 Kolmogorov 耗散尺度 η_k^+
——示 $Ma = 0.8$; ——示 $Ma = 0.2$

近壁速度的条带结构是壁湍流最重要的拟序结构, 所谓速度条带结构就是在壁湍流的近壁区, 高速区和低速区 (指瞬时速度高于和低于当地平均速度) 呈条带状交错分布。文献 [2, 18] 分别分析了可压和不可压槽道湍流的近壁速度条带结构, 发现可压和不可压槽道湍流近壁区流向速度都呈明显的条带状分布, 随着距壁面距离的增加, 流向速度的条带逐渐扭曲, 随着距离的继续增加, 速度条带结构变得不明显。在近壁速度条带结构上, 可压和不可压槽道湍流

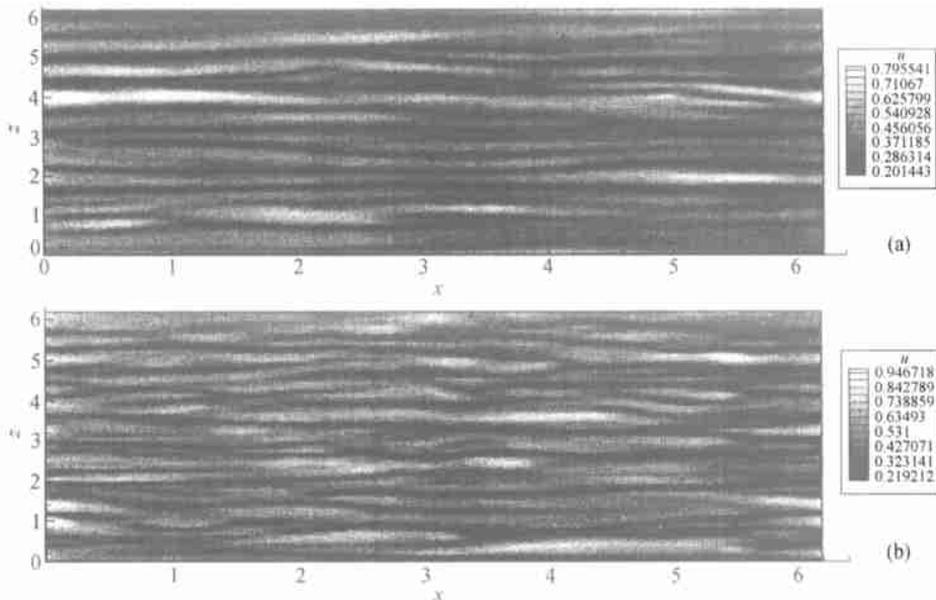


图 8 流向速度分布

(a) $Ma = 0.8$ 的可压槽道湍流在 $1 - |y| = 0.04$ 处的流向速度分布图; (b) 不可压槽道湍流在 $1 - |y| = 0.04$ 处的流向速度分布图

虽然具有一定相似性,但二者仍有较明显的差别.图 8 分别为本文 $Ma = 0.8$ 的可压槽道湍流和不可压槽道湍流在相同位置处的流向速度分布图,所取的截面均为 $1 - |y| = 0.04$.可以看出相同截面处的可压槽道湍流的流向速度条带结构的相干性更好.

文献[2]分析了压缩性效应对近壁速度条带结构的影响,发现压缩性使得近壁速度的条带结构的相干性更好并推测这是由于压缩性效应对脉动量的影响(即声效应)所致.

槽道湍流近壁速度的条带结构可以通过展向脉动速度的两点关联量反映出来.在展向,高速条带和低速条带之间存在负相关,根据流向脉动速度在展向的两点关联量可以大致判断高低速度条带之间的间隔和条带的相干程度.

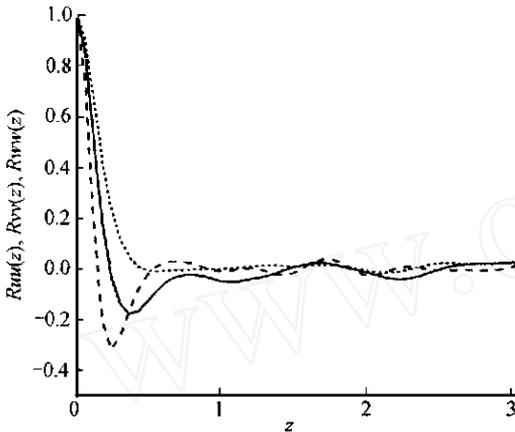


图 9 $1 - |y| = 0.04$ 处脉动速度的展向关联量
——示 $R_{uu}(z)$, - - - 示 $R_{vv}(z)$, ··· 示 $R_{ww}(z)$

图 9 为 $1 - |y| = 0.04$ 处脉动速度的展向两点关联量. 流向脉动速度 u 的展向两点关联量定义为: $R_{uu}(z) = \overline{u(x, y, z + z) u(x, y, z)} / \overline{u^2(x, y, z)}$. 法向脉动速度 v 的两点关联量 $R_{vv}(z)$, 展向脉动速度 w 的两点关联量 $R_{ww}(z)$ 也同样定义. 从图 9 可以看出在 $1 - |y| = 0.04$ 处流向速度的展向关联量 $R_{uu}(z)$ 在 $z = 0.311$ ($z^+ = 57.73$) 取最大负值. 从而推断出该处脉动速度条带之间的间隔约为 115.46. 而不可压槽道湍流相同位置处的条纹间的间距为 100 (均以壁面摩擦尺度为单位)^[6,18]. 可以看出,可压槽道湍流的近壁速度条带之间的间距略宽. 这从图 8 中也可以直观地看出.

本文对可压能量方程中与压缩性有关的项进行了分析,指出了压缩性对近壁湍流脉动动能具有抑制作用,由此造成速度条带结构的改变.

写出可压 N-S 方程中的能量方程为

$$\frac{\partial U}{\partial t} + u_j \frac{\partial U}{\partial x_j} = - \frac{p}{\rho} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\mu}{Re} \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_l} \frac{\partial u_l}{\partial x_j} + \frac{\mu}{Re} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{C_p}{Re Pr} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial T}{\partial x_j} \right),$$

其中 $U = CT$ 为流体内能, $C = 1 / (\gamma - 1) Ma^2$ 为定容比热, $C_p = \gamma C$ 为定压比热, μ 为比热比(本文取 $\gamma = 1.4$).

在能量方程中前两项与压缩性有关:

$$1 = - \frac{p}{\rho} \cdot \nabla \cdot \mathbf{v}, \quad 2 = - \frac{\mu}{Re} \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{v})^2.$$

这两项分别反映了在膨胀-压缩过程中压力的做功和黏性对机械能的耗散的影响,该值越大说明越多的机械能转化为流体内能.

对于槽道湍流,其平均速度 $\overline{u} = u(y)$, $\overline{v} = \overline{w} = 0$. 平均速度的散度为零,因此 $\nabla \cdot \mathbf{v}$ 实际上为脉动速度的散度,因而 1 和 2 反映的是压缩性对脉动能量的影响.

根据本文的计算结果， \bar{v} 的大小为 1 的量级，因而 $\sigma_1 \sim 1 \frac{1}{Re}$ ，当 Reynolds 数很大时 σ_2 可以忽略。

图 10 为 \bar{v} 沿 y 的变化图，从中可以看出在近壁区 \bar{v} 有较大的正平均值（约 0.006，该值对于脉动能量来说已经比较可观了），这说明在壁面附近有较多的机械能量通过压缩性转化为内能。本文认为正是由于该项的存在，消耗了脉动速度的动能，减小了速度条带结构的扭曲，才使得脉动速度的条带结构具有更好的相干性。

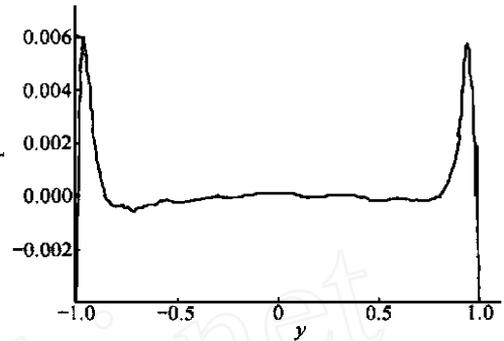


图 10 \bar{v} 的分布图

图 11 为 $y = 0.04$ 处 u_1 的瞬时分布图，从图中可以看出 u_1 的分布基本呈条带分布，和图 8 (a) 对比可以看出图 11 和图 8(a) 具有很好的相关性，这说明 u_1 确实使得速度条带结构更为明显。

可以得出结论：压缩性对湍流的影响主要表现在对平均量的影响上，但压缩性对湍流脉动量的影响是不能完全忽略的。由于压缩性效应的影响，可压槽道湍流的近壁速度条带结构更加平整。本文认为这主要是由于压力在压缩-膨胀项上的做功吸收了壁面附近部分湍流脉动的动能所致。

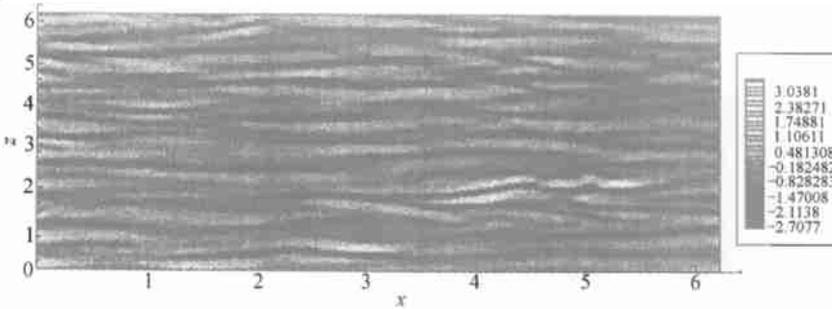


图 11 可压缩湍流在 $1 - |y| = 0.04$ 处的 u_1 的分布图

3 可压缩槽道湍流的标度律分析

标度律的研究是近期湍流研究的热点，目前人们已经成功的运用 DNS 研究了均匀各向同性湍流的标度律，但利用 DNS 进行壁湍流及可压缩湍流标度律的研究尚未见文献报道。本文利用上文得到的充分发展的槽道湍流场进行了标度律研究。

所谓标度律就是指在充分发展的均匀各向同性湍流的惯性区内，两点间速度差的统计矩（即速度结构函数）与这两点间的距离呈幂次关系。即 $|u_i|^p \sim l^p$ ，其中 $u_i = u(x+l) - u(x)$ ， $\bar{\cdot}$ 为某物理量的平均。 p 称为标度指数。近期湍流标度律研究的一个很大进展就是扩展自相似性 (ESS) 的发现^[13]。ESS 认为各阶速度结构函数之间呈幂次关系。即 $|u_i|^p \sim |u_i|^q$ ， p, q 称为扩展的标度指数（或相对标度指数，通常取 $p=3$ ）。ESS 的适用范围比普通标度律广泛得多。ESS 的发现提高了标度指数计算及测量的准确度和可信度。

图 12(a) 为槽道中心线 ($y=0$ 或 $y^+ = 185$) 处 $\ln |u_l|^p$ 与 $\ln l$ 之间的关系图. 如果有标度律存在则图中应含有线性段.

从中可以看出对于所有的 $p, \ln |u_l|^p$ 与 $\ln l$ 在一定的范围内都存在的线性关系 (图中的辅助虚线的斜率 k 为 p 次扩展标度指数 $p/3$ (详见下文), 由于采用了扩展标度律, 因此该指数的计算是可靠的). 因而可以得出结论: 在可压缩槽道湍流中, 在槽道中心线附近的区域内的流场存在标度律.

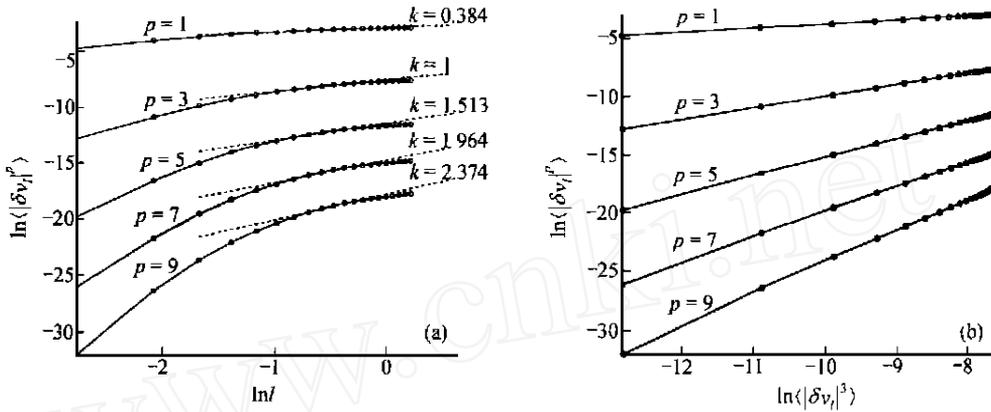


图 12 中心线上的标度率及扩散自相似性

(a) $y=0$ 处 $\ln |v_l|^p$ 与 $\ln l$ 的关系; (b) $y=0$ 处 $\ln |v_l|^p$ 与 $\ln |v_l|^3$ 的关系

图 12(b) 为 $y=0$ 处 $\ln |u_l|^p$ 与 $\ln |u_l|^3$ 的关系图, 从中可以看出, 对于所有的 $p, \ln |u_l|^p$ 与 $\ln |u_l|^3$ 都呈现出非常好的线性关系. 这充分说明在可压缩槽道流中心线附近的区域存在扩展自相似性.

图 13 分别为 $y^+ = 150$ 处 $\ln |u_l|^p$ 与 $\ln l$ 及 $\ln |u_l|^p$ 与 $\ln |u_l|^3$ 的关系图, 从中可以

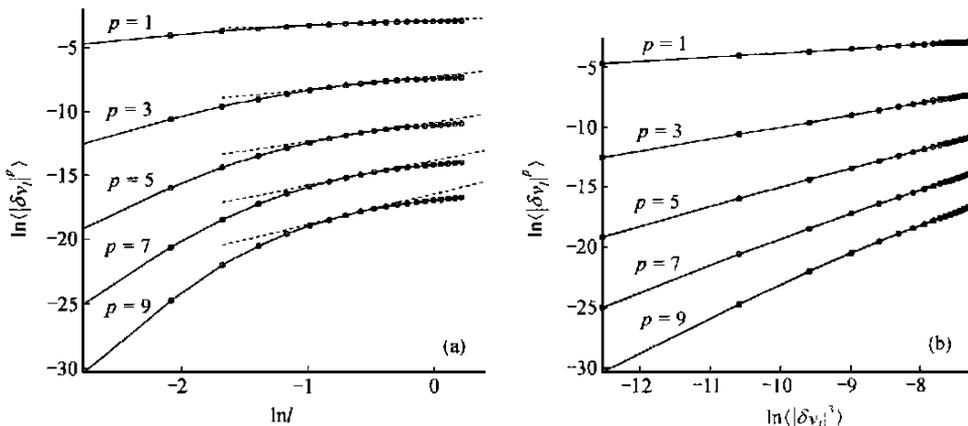


图 13 $y^+ = 150$ 处的标度率及扩散自相似性

(a) $y^+ = 150$ 处 $\ln |v_l|^p$ 与 $\ln l$ 的关系; (b) $y^+ = 150$ 处 $\ln |v_l|^p$ 与 $\ln |v_l|^3$ 的关系

看出在 $y^+ = 150$ 处标度律及扩展自相似性仍然成立,这说明在可压槽道湍流中心线附近较宽的区域标度律和扩展自相似性都是成立的。

标度律的适用范围是湍流的惯性区,即远小于积分尺度同时又远大于耗散尺度,如果湍流的 Reynolds 数不是很高,则惯性区不很明显。这就解释了图 12(a),13(a) 中 $p = 9$ 的曲线的线性段为什么不是很长。

图 14 给出了本文计算的可压和不可压湍流在槽道中心处的(扩展)标度指数及现有的一些实验值(或他人的数值计算结果),数据出自文献[9]及其引文。图中还给出了 K41 理论及 SL 理论的预测值。图中的实验数据包括:() 风洞湍流实验(Anselmet 等人^[15], $Re = 515$ (基于 Taylor 微尺度)). () 尾迹湍流(Benzi 等人^[17], $Re = 224 \sim 800$). () 射流湍流(Noullez 等人^[16], $Re = 365 \sim 605$, 横向速度结构函数). () 直接数值模拟(Cao 等人, $Re = 212$ ^[12]). () ~ () 均为不可压湍流。

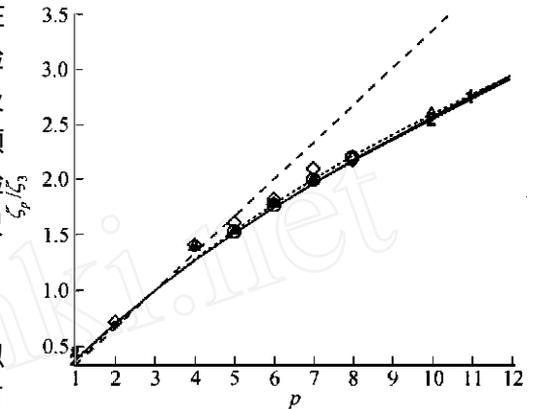


图 14 本文计算得到的(扩展)标度指数与实验、理论及其他数值计算结果的比较
 1 示本文计算 ($Ma = 0.8$); 2 示本文计算(不可压); — 示 SL 理论; - - - 示 K41 理论; 示直接数值模拟(均匀各向同性湍流); 示尾迹湍流实验; 示风洞湍流实验; 示射流湍流实验(横向速度结构函数)

本文计算的不可压槽道湍流的(扩展)标度指数与实验值(或他人计算结果)吻合。这说明了该不可压计算的结果是正确的。同时也证明了标度指数的普适性。

从图 14 中可以看出,本文计算的 $Ma = 0.8$ 的可压槽道湍流的(扩展)标度指数与不可压湍流的(扩展)标度指数相差不大。由此作者认为:当流动的 Mach 数不是很高时,压缩性对(扩展)标度指数影响不大。这也反映了标度律的普适性。

另外,可以看出,本文结果与 SL 标度律吻合较好,从而对该理论进行了支持(图中的 K41 理论值为 $\zeta_p = p/3$, SL 理论值为: $\zeta_p = p/9 + 2(1 - (2/3)^p)$).

本文还对该湍流场进行了标度律分析,得出了以下结论:() 在充分发展的可压槽道湍流场中,在槽道中心线附近较宽的区域内,存在标度律。() 在该区域内存在着非常明显的扩展自相似性(ESS)。() 当 Mach 数不是很高时压缩性效应对标度指数的影响不大。

致谢 感谢科学与工程计算国家重点实验室及中国科学院网络信息中心为本文的计算提供机时。感谢北京高性能计算中心及神威- 计算机系统的管理及技术支持人员的热情帮助。

参 考 文 献

- 1 Moin P, Mahesh K. Direct numerical simulation: A tool in turbulence research. Annu Rev Fluid Mech, 1998, 30: 535 ~ 578
- 2 Coleman GN, Kim J, Moser RD. A numerical study of turbulent supersonic isothermal-wall channel flow. J Fluid Mech, 1995, 305: 159 ~ 183
- 3 Morkovin M V. Effects of Compressibility on Turbulent Flows. In: Favre A, ed. Mechanique de la Turbulence. Paris: Gordon &

- Breach, 1964. 367 ~ 380
- 4 Bradshaw P. Compressible turbulent shear layers. *Annu Rev Fluid Mech*, 1977, 9: 33 ~ 54
 - 5 Spina E F, Smits A J, Robinson S K. The physics of supersonic turbulent boundary layers. *Annu Rev Fluid Mech*, 1994, 26: 287 ~ 319
 - 6 Gamet L, Dackos F, Nicoud F, et al. Compact finite difference schemes on non-uniform meshes application to direct numerical simulations of compressible flows. *Int J Numer Meth Fluids*, 1999, 29: 159 ~ 191
 - 7 Huang P G, Coleman GN, Bradshaw P. Compressible turbulent channel flows: DNS results and modeling. *J Fluid Mech*, 1995, 305: 185 ~ 218
 - 8 Li XL, Ma YW, Fu D X. DNS of incompressible turbulent channel flow with upwind compact scheme on non-uniform meshes. *Computational Fluid Dynamics Journal*, 2000, 8(4): 536 ~ 543
 - 9 余振苏, 苏卫东. 湍流的层次结构和标度律. *力学进展*, 1999, 29(3): 289 ~ 303
 - 10 Kolmogorov A N. Local structure of turbulence in an incompressible viscous fluid at very high Reynolds numbers. *Dokl Akad Nauk SSSR*, 1941, 31: 538 ~ 540
 - 11 She Z S, Leveque E. Universal scaling laws in fully developed turbulence. *Phys Rev Lett*, 1994, 72(3): 336 ~ 339
 - 12 Cao N Z, Chen S Y, She Z S. Scalings and relative scalings in the Navier-Stokes turbulence. *Phys Rev Lett*, 1996, 76(20): 3711 ~ 3714
 - 13 Benzi R, Ciliberto S, Ruiz Chavarria G, et al. Extended self-similarity in the dissipation range of fully developed turbulence. *Europhys Lett*, 1993, 24(4): 275 ~ 279
 - 14 Fu D X, Ma Y W. A high order accurate difference scheme for complex flow fields. *J Comput Phys*, 1997, 134: 1 ~ 15
 - 15 Anselmet F, Gagne Y, Hopfinger E J. High order velocity structure functions in turbulent shear flows. *J Fluid Mech*, 1984, 140: 63 ~ 69
 - 16 Noullez A, Wallace G, Lempert W, et al. Transverse velocity increments in turbulent flow using the relief technique. *J Fluid Mech*, 1997, 339: 287 ~ 307
 - 17 Benzi R, Ciliberto S, Baudet C, et al. On the intermittent energy transfer at viscous turbulence. *Physica D*, 1995, 80(4): 385 ~ 398
 - 18 Kim J, Moin P, Moser R. Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number. *J Fluid Mech*, 1987, 177: 133 ~ 166