

# 边坡稳定性分析极限平衡法的简化条件

黄梦宏, 丁桦

(中国科学院力学研究所, 北京 100080)

**摘要:** 边坡稳定性分析极限平衡法在求解安全系数时, 需要对条块间内力引入假定条件或某些平衡条件在求解时得不到满足。分析这些不同的假设条件对于计算结果的影响, 建立一个满足极限平衡原理和合理性条件的数值优化模型。引入载荷系数, 利用载荷系数与安全系数之间的单调关系, 将模型的求解转化为求解一系列线性规划问题, 算法中不存在数值收敛问题, 且可以求出安全系数的全局最优解。通过对模型各个约束条件的变化来模拟引入的假定条件, 以此探讨各种假定条件或静力平衡条件的缺失对计算结果影响及某些常用方法引入的假定条件可能带来的误差。

**关键词:** 岩土力学; 极限平衡; 载荷系数; 假定条件

**中图分类号:** TU 413.62

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-6915(2006)12-2529-08

## SOME ASSUMPTION CONDITIONS OF LIMIT EQUILIBRIUM METHOD FOR SLOPE STABILITY ANALYSIS

HUANG Menghong, DING Hua

(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

**Abstract:** Different inter-slice conditions and lacks of approximation for some equilibrium conditions are needed for slope stability analysis with different limit equilibrium methods. Errors exist when considering these assumptions in calculation. Therefore, it is important to understand the error range and the influences of the inter-slice assumptions on the safety factors. By introducing the load coefficient, a new method for slope stability analysis based on a series of linear programming problems is proposed. The method transforms the problem of estimating the lower-and-upper bounds for the slope stability of a series of linear programming problems, and the lower-and-upper bounds of safety coefficient using the functions of load's coefficient defined by linear programming are determined. In this method, no extra-assumptions are proposed; and the rational conditions are full employed. So the given estimation by the method will be more realistic and practical; and the influences of the inter-slice assumptions and equilibrium conditions on the slope stability are studied. These results will be useful for the better understanding of the different methods for slope stability analysis.

**Key words:** rock and soil mechanics; limit equilibrium; load coefficient; assumption conditions

### 1 引言

边坡稳定分析的极限平衡法是土力学中的一个经典领域。这种方法以 Mohr-Coulomb 强度理论为基础, 将滑坡体分成若干垂直土条, 求解安全系数。

该方法主要包含 2 条基本法则: (1) 每个条块满足静力平衡条件; (2) 每个条块在滑动面上满足 Mohr-Coulomb 准则。但是通过这些基本法则所建立的方程组是非静定的, 无法通过其直接求出边坡安全系数, 因而在极限平衡法中直接对某些多余的未知量作出一定的假定, 使问题变成静定可解。对多余未

**收稿日期:** 2006-04-06; **修回日期:** 2006-04-22

**基金项目:** 国家重点基础研究发展规划(973)项目(2002CB412706)

**作者简介:** 黄梦宏(1978-), 男, 1999年毕业于中南工业大学资源环境与建筑工程学院城市地下建筑工程专业, 现为博士研究生, 主要从事岩土工程方面的研究工作。E-mail: oceanhmb@tom.com

量进行假定的具体方案可以是多种多样的,但是也并不是完全任意的,必须使计算结果符合土和岩石的力学特性。为了避免引入假定的随意性,目前被普遍接受的合理性条件是:(1)沿着条块两侧垂直面上的剪应力不能超过在这个面上所能发挥的抗剪强度,即条块间的内力不能违反 Mohr-Coulomb 准则;(2)条块之间不产生拉应力<sup>[1]</sup>。

J. M. Duncan<sup>[2]</sup>认为满足全部平衡条件的方法(如 Spencer 法和 Janbu 法)在任何情况下都是精确的,并且计算成果相差不超过 12%; H. S. Yu 等<sup>[3]</sup>则认为当不考虑条块间内力假定条件不同时,这些方法(如 Spencer 法、Janbu 法和 Morgenstern-Price 法)的计算结果差距不超过 5%;但是这些观点都没有经过严格的检验且有一定差异,那么在满足全部平衡条件下各种方法的计算结果差距的大小则成为一个值得研究的问题。

Z. Y. Chen 等<sup>[4~6]</sup>认为,在满足合理性条件的限制下,对条块间的力进行不同假定所计算出来的安全系数结果差别微小。但是不同的条块间内力假定及引入的合理性条件会对计算结果产生多大影响作用却没有得到充分的研究。除此之外,某些“不严格”的条分法,如 Sweden 法<sup>[7]</sup>和不平衡推力法<sup>[8,9]</sup>等,并不完全满足静力平衡条件,这些简化因素会对计算结果造成多大影响也是值得研究的问题。另外,邹广电和蒋婉莹<sup>[10]</sup>从塑性力学理论出发提出了一种满足静力平衡条件和合理性条件的改建条分法,将安全系数的求解归结为一个求解非线性规划,然后采用模拟退火算法求解。但是对于大规模的非线性规划问题,遗憾的是,至今没有成熟的算法能够给出全局最优解,本文将对上述这些问题进行探讨。

本文建立一个以极限平衡基本法则和合理性条件为约束条件的数值优化模型,通过对这些约束条件的不同组合来计算安全系数的取值范围,探讨其之间的相对变化规律,从而了解某些假定条件和简化方法对计算结果的影响,评估一些常用方法可能造成的误差。

## 2 基本原理

边坡稳定性分析问题的实质是求解边坡在外载荷和重力共同作用下,滑动面上及条块间的未知力,如底滑面上的法向力  $N_i$ 、切向力  $F_i$  及条块间法向力

$X_i$  和切向力  $Y_i$  等以及滑动面上的安全系数,任意边坡示意图如图 1 所示。

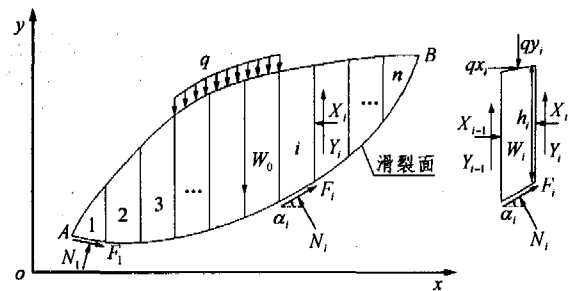


图 1 任意边坡示意图

Fig.1 Schematic diagram of a general slope

由于导致边坡发生破坏的因素较多,因而在本文中主要考虑在自重及外载荷作用下,边坡发生失稳破坏的稳定性计算。类似于一般做法,本文定义某一滑动面的安全系数  $K$  为该滑动面的抗剪强度与实际剪切应力的比值,其物理意义是指当滑动面上的抗剪强度降低为原来的  $\lambda=1/K$  倍( $\lambda$ 通常称之为强度折减系数)时,滑动面处处达到极限平衡状态,此时滑坡体所受到的外载荷如重力等即为使该滑坡体发生破坏的极限载荷。但对条间力的不同假设会导致不同的结果,确定边坡稳定性分析中安全系数在不同假设下的上、下限自然成为本领域关注的问题。在不对条块间内力进行假设的前提下,本文可以建立条分法所需满足的约束条件如下:

(1) 静力平衡条件:每个条块的  $x$  和  $y$  方向的力的平衡条件,这组约束条件为  $2n$  个线性的约束条件,  $n$  为划分的条块数。

(2) 各个条块在其底滑面上必须满足 Mohr-Coulomb 准则,其形式为

$$|F_i| = (c_i l_i + N_i \tan \varphi_i) / K \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

式中:  $F_i$ ,  $N_i$ ,  $c_i$ ,  $l_i$  和  $\varphi_i$  分别为第  $i$  条块的底滑面上的切向力、法向力、黏聚力、条块滑动面的长度和摩擦角,如图 1 所示。

(3) 条块间内力不违反 Mohr-Coulomb 屈服条件,其形式为

$$|Y_i| \leq (c_i h_i + X_i \tan \varphi_i) / K \quad (i=1, 2, \dots, n-1) \quad (2)$$

式中:  $h_i$  为第  $i$  条块右侧面高度。

(4) 条块间及滑裂面上不能有拉应力。

边坡稳定性问题就归结为在约束条件(1)~(4)下来求解给定滑裂面的最大或最小安全系数。但是在约束条件(2), (3)中由于安全系数  $K$  和力  $F_i$ ,  $Y_i$  都

是未知的, 因而其均为非线性约束条件, 这导致方程的求解是极其困难的甚至是不可能的。其中的关键问题之一是 Mohr-Coulomb 条件中的  $F_i$ ,  $Y_i$  和  $K$  之间的关系是非线性的。为解决该这一问题, 本文利用一系列线性规划来求解原非线性规划问题, 通过由线性规划定义的载荷系数极值随安全系数的变化函数来确定出边坡安全系数的上、下限。

引入载荷系数  $m$ , 并作如下定义:

(1) 当边坡受外载荷作用, 且该外载荷是导致边坡发生破坏的主要因素时, 载荷系数  $m$  表示边坡所受外载荷的缩放系数。

(2) 当边坡没有受到外载荷作用, 但是可能在重力的作用下发生破坏, 此时将载荷系数  $m$  定义为坡体密度的缩放系数。即假设作用于坡体的重力是真实情况的  $m$  倍。因此载荷系数  $m$  表示引起边坡发生破坏的载荷的缩放系数。

在此基础上, 构造 2 个自变量为安全系数  $K$  的函数, 即

$$m_{\max}(K) = \max_H m(K) \quad (3)$$

$$m_{\min}(K) = \min_H m(K) \quad (4)$$

式(3), (4)中, 等式右端的极值是在给定安全系数  $K$  的条件下, 对所有满足约束条件(1)~(4)的滑动面反力  $F_i$ ,  $N_i$  及条块间内力  $Y_i$  和  $X_i$  的分布取极值。对于给定的安全系数  $K$ , 约束条件(1)~(4)都是线性的, 但由于问题是非静定的, 通过这组约束条件仍无法求出与之对应的载荷系数  $m$ , 但是可以求出相应的载荷系数的最大值和最小值  $m_{\max}$  和  $m_{\min}$ 。因此式(3), (4)此时的含义是: 当某一边坡滑动面上的安全系数为  $K$  的时候, 即边坡滑动面的强度为原有强度的  $1/K$  倍, 此时边坡所能承受的外载荷(或重力载荷)与作用于边坡的真实载荷(或重力载荷)之比的最大值或最小值。由于安全系数  $K$  是已知的, 因而这是 2 个线性规划问题, 采用现有的一些算法, 如单纯形方法可以有效地进行求解。于是当给定某一安全系数  $K$  时, 就可以相应的求出  $m_{\min}(K)$  和  $m_{\max}(K)$ 。给定一系列安全系数  $K$  时, 就可以由此作出相应的  $m_{\min}(K)-K$  曲线和  $m_{\max}(K)-K$  曲线, 如图 2 所示。

值得注意的是  $m-K$  曲线是单调递减的, 其原因在于定义的外载荷是使边坡发生破坏的主要原因, 因而随着外载荷的增加边坡趋向于不安全, 即安全系数逐渐减小, 直至边坡发生破坏。

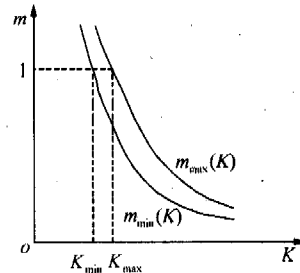


图 2  $m-K$  曲线

Fig.2 Relation curves of load coefficient and safety factor

本文定义  $K_{\min}$  和  $K_{\max}$  存在以下关系:

$$m_{\min}(K_{\min}) = 1 \quad (5)$$

$$m_{\max}(K_{\max}) = 1 \quad (6)$$

当边坡承受的外载荷与作用于边坡的真实载荷之比的最小值和最大值等于 1 时, 此时所对应的安全系数分别为边坡的最小、最大安全系数。因此在满足约束条件时, 边坡安全系数  $K$  的取值范围为

$$K_{\min} \leq K \leq K_{\max} \quad (7)$$

对于常用的某些条分法, 如果只满足条块间力平衡, 而不满足整体力矩平衡, 如不平衡推力法、简化 Janbu 法和工程师团法等, 或者是在算法中不能保证计算出来的内力结果满足合理性条件的 Spencer 法<sup>[11, 12]</sup>, 均为对约束条件的放松, 只满足约束条件中的部分条件, 其计算结果必然会导致计算结果发生某些变化, 产生一定的误差。

### 3 数值模型

由上述的分析可知, 求解某一潜在滑动面的安全系数问题的上、下限可以转化为求解一系列的线性规划问题。本文将首先让来具体构造  $m_{\min}(K)$  和  $m_{\max}(K)$ 。

#### 3.1 线性规划模型

考虑如图 1 所示的边坡。对于给定的安全系数  $K$ , 按照传统条分法将坡面划分为  $n$  个条块, 将坡体作为一个整体考虑, 现在未知量总共有  $4n-1$  个, 即  $n$  个滑动面上的剪切力  $F_i$ ,  $n$  个滑动面上的法向力  $N_i$ ,  $n-1$  个条块间的法向力  $X_i$ ,  $n-1$  个条块间的切向力  $Y_i$  及载荷系数  $m$ , 已知量为每个条块的重力  $W_i$ 、每个条块底面与水平方向的夹角  $\alpha_i$ 、条块底面长度  $l_i$  和侧面高度  $h_i$ 。

这里只对外载荷是边坡破坏的主因这种情况来建立约束条件, 当重力是边坡破坏的主要因素时可

以类推, 结合约束条件有:

(1) 静力平衡条件

① 每个条块的 X 方向静力满足平衡方程, 即

$$F_i \cos \alpha_i - N_i \sin \alpha_i - m q_{x_i} + X_{i-1} - X_i = 0 \quad (8)$$

② 每个条块的 Y 方向静力满足平衡方程, 即

$$F_i \sin \alpha_i + N_i \cos \alpha_i - m q_{y_i} - Y_{i-1} + Y_i = 0 \quad (9)$$

③ 整体力矩平衡方程

设  $F_i$  和  $N_i$  的合力作用点的位置假定为该条块上滑动面中点, 其坐标为  $(x_i, y_i)$ ,  $W_i$  的方向通过底滑面中点,  $q_{x_i}$  和  $q_{y_i}$  的作用点位置为  $(x'_i, y'_i)$ , 如图 3 所示。

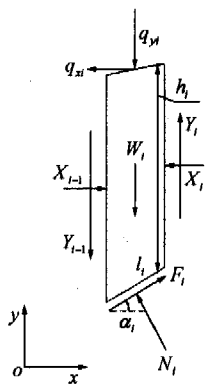


图 3 条块受力示意图

Fig.3 Schematic diagram of forces acting on slices

现在对坐标原点  $o$  取力矩平衡(如图 1 所示), 可得

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n (F_i \cos \alpha_i - N_i \sin \alpha_i) y_i - \\ & \sum_{i=1}^n (F_i \sin \alpha_i + N_i \cos \alpha_i - W_i) x_i - \\ & \sum_{i=1}^n m q_{x_i} y'_i + \sum_{i=1}^n m q_{y_i} x'_i = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

(2) Mohr-Coulomb 条件的满足

各条块滑动面上, 其受力应该满足 Mohr-Coulomb 条件, 即

$$F_i = \frac{c_i l_i + N_i \tan \phi_i}{K} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (11)$$

(3) 合理性条件

假设条块间剪切力  $Y_i$  和法向力  $X_i$  均不违反 Mohr-Coulomb 条件, 即

$$|Y_i| \leq \frac{c_i h_i + X_i \tan \phi_i}{K} \quad (i=1, 2, \dots, n-1) \quad (12)$$

同时, 条块的底滑面和相邻条块之间的界面不出现拉应力, 即

$$\left. \begin{aligned} N_i & \geq 0 \\ X_i & \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

这样对每一个给定的安全系数  $K$  和在式(8)~(13)的约束条件限制下, 本文就可以通过线性规划求出载荷系数  $m$  的最大值  $m_{\max}$  和最小值  $m_{\min}$ 。通过计算一系列的安全系数  $K$  所对应的载荷系数极值  $m_{\max}$  和  $m_{\min}$ , 就求出相应的  $m_{\max}(K)$  和  $m_{\min}(K)$  关系。一旦得到上述载荷系数极值与安全系数的对应关系, 由于其均为单调递减的关系, 因而很容易求出:

$$\left. \begin{aligned} m_{\min}(K) & = 1 \\ m_{\max}(K) & = 1 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

要求解最小、最大安全系数  $K_{\min}$  和  $K_{\max}$ 。最简便的方法就是在一定步长下递增安全系数  $K$ , 直到载荷系数小于 1, 而后通过在前后 2 个  $K$  值间进行二分法, 最终得到满足精度的解。

3.2 约束条件分类

利用上述建立的线性规划模型, 就可以探讨条分法中引入的假定条件和某些静力平衡条件的缺失对于计算结果的影响, 判断哪些约束条件对于计算结果影响大。在这种情况下, 就可以知道不应该对某种约束条件进行假定或者简化。下面对约束条件进行简单的分类:

(1) 作为对比, 需要了解在完全满足约束条件(1)~(4)时, 边坡安全系数的取值范围为  $[K_{\min}, K_{\max}]$ 。

(2) 为探讨条块间内力假定条件和静力平衡条件缺失对计算结果的影响, 必须了解约束条件(1)~(4)中的每一项可能对计算结果造成的影响, 及相应的安全系数上、下限的变化规律。

(3) 探讨一些常用的极限平衡方法对约束条件(1)~(4)的取舍, 即简化某些约束条件的组合, 对计算结果造成的影响, 如:

① 满足约束条件(1), (2), 即满足极限平衡原理, 但是没有检验是否满足合理性条件, 以此对应的是 Spencer 法。

② 仅满足条块  $x, y$  方向力的平衡条件和滑裂

面上 Mohr-Coulomb 条件, 对应于不平衡推力法、简化 Janbu 法、工程师团法等。

## 4 算例分析

利用前面建立的模型和对约束条件的分类, 本文对边坡单独受外载荷和单独受到重力载荷这 2 种情况分别进行讨论, 以下利用 2 个算例进行具体分析。

### 4.1 算例 1

取算例 1<sup>[5]</sup>进行计算, 即引起边坡发生破坏的主要因素是外载荷。如图 4 所示为一无重力承受垂直载荷的边坡, 摩擦角  $\varphi = 30^\circ$ , 黏聚力  $c = 88.2 \text{ kPa}$ , 重度  $\gamma = 0.0 \text{ kN/m}^3$ 。边坡的滑动面由对数螺旋线  $BC$  和两条直线段  $AB, CD$  组成, 其中对数螺旋线  $BC$  的中心角为  $45^\circ$ 。据滑移线理论可得极限载荷为  $q = 1092.1 \text{ kPa}$ , 此时安全系数滑移线理论解  $K = 1$ 。

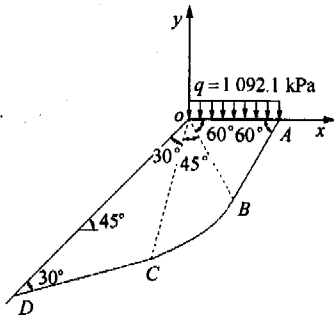


图 4 算例 1 示意图

Fig.4 Schematic diagram of example 1

### 4.2 算例 2

算例 2 为一边坡<sup>[8]</sup>, 如图 5 所示。其滑动面为一圆弧。摩擦角  $\varphi = 15^\circ$ , 黏聚力  $c = 20.0 \text{ kPa}$ , 重度  $\gamma = 19.6 \text{ kN/m}^3$ 。

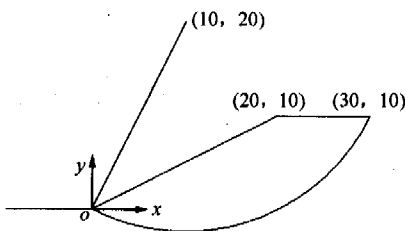


图 5 算例 2 示意图(单位: m)<sup>[6]</sup>

Fig.5 Schematic diagram of example 2(unit: m)<sup>[6]</sup>

根据前面对约束条件的分类, 计算结果如下:

### 4.3 考虑各种约束条件

#### 4.3.1 满足约束条件(1)~(4)的情况

在完全满足约束条件(1)~(4)的情况下, 2 个算例的计算结果如图 6, 7 所示。

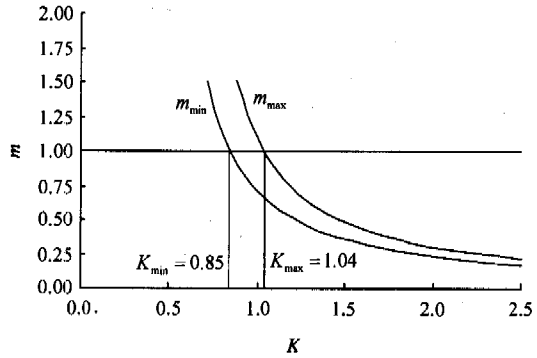


图 6 算例 1 完全满足约束条件的载荷系数安全系数曲线  
Fig.6 Relation of load-coefficient and safety which satisfy all constraint conditions of example 1

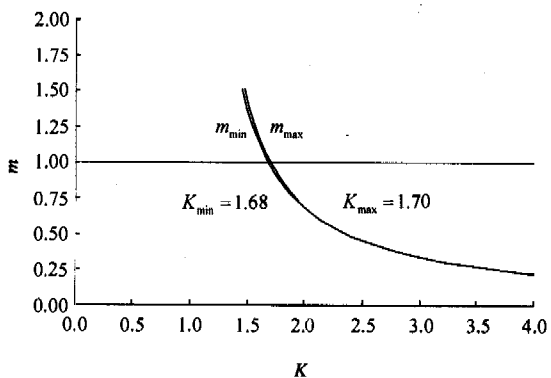


图 7 算例 2 完全满足约束条件的载荷系数安全系数曲线  
Fig.7 Relation of load-coefficient and safety which satisfy all constraint conditions of example 2

由图 6, 7 可知, 无论是在求安全系数极大值还是极小值时, 2 个算例的载荷系数  $m$  和安全系数  $K$  之间的变化规律都是单调递减的。算例 1 计算出来的最大安全系数  $K_{\max}$  和最小安全系数  $K_{\min}$  相差 20% 左右。算例 2 的最大、最小安全系数则非常接近。这说明在满足合理性条件的限制下, 利用极限平衡法的框架下计算出来的安全系数仍然有可能会产生比较大的差距。因此认为“不同的关于土条作用力的假定, 只要满足合理性条件限制, 相应的安全系数彼此差别不大”的观点值得商榷。

#### 4.3.2 单独放松某些约束条件

单独放松某些约束条件对计算结果的影响, 在此分 2 种情况进行讨论:

(1) 在满足合理性条件的限定下, 每一项静力

平衡条件对计算结果的影响，计算结果如表 1, 2 所示。

表 1 算例 1 放松静力平衡条件计算结果

Table 1 Safety of considering some force equilibrium conditions for example 1

条件	$K_{max}$	$K_{min}$
$a_1$	Unbound	0.45
$a_2$	1.25	0.00
$a_3$	1.04	0.75

注：“Unbound”表示上限可以任意大；条件“ $a_1$ ”表示当不要求条块满足  $x$  方向平衡条件时的计算结果；条件“ $a_2$ ”表示当不要求条块满足  $y$  方向平衡条件时的计算结果；条件“ $a_3$ ”表示当不要求满足整体力矩平衡条件时的计算结果。下同。

表 2 算例 2 放松静力平衡条件计算结果

Table 2 Safety of considering some force equilibrium conditions for example 2

条件	$K_{max}$	$K_{min}$
$a_1$	Unbound	0.14
$a_2$	Unbound	0.59
$a_3$	1.81	1.24

由表 1, 2 的计算结果可知，在满足合理性条件的前提下：

① 条块  $x, y$  方向的静力平衡条件对于计算结果是至关重要的，对静力平衡条件进行放松将会导致计算结果的变化范围急剧扩大，因而可能会产生错误的计算结果，任何简化方法都不应当忽略。

② 满足合理性条件，单独不满足整体力矩平衡条件对计算结果仍然会产生比较大的影响，就影响趋势而言，整体力矩平衡条件更容易使得安全系数计算结果向小的方向偏离。

(2) 满足静力平衡条件和底滑面满足 Mohr-Coulomb 条件的限定下，每一项合理性条件对计算结果的影响，计算结果如表 3, 4 所示。

表 3 算例 1 放松合理性条件的计算结果

Table 3 Calculation results of safety factors of example 1 without considering some rational conditions

条件	$K_{max}$	$K_{min}$
$b_1$	1.04	0.85
$b_2$	1.24	0.82
$b_3$	1.04	0.68

注：条件“ $b_1$ ”表示当不要求条块间法向力  $X_i > 0$  的条件时的计算结果；条件“ $b_2$ ”表示当不要求条块间的内力关系满足 Mohr-Coulomb 法则时的计算结果；条件“ $b_3$ ”表示当不要求条块底面法向力  $N_i > 0$  的条件时的计算结果。下同。

表 4 算例 2 放松合理性条件的计算结果

Table 4 Calculation results of safety factors of example 2 without considering some rational conditions

条件	$K_{max}$	$K_{min}$
$b_1$	1.70	1.68
$b_2$	1.96	1.64
$b_3$	1.70	1.68

由表 3, 4 的计算结果可知，在条块满足条块静力平衡和滑裂面满足 Mohr-Coulomb 条件下：

(1) 条块间是否产生拉应力条件对计算结果几乎没有影响。此时 2 个算例的条块间内力  $X_i$  的分布如图 8, 9 所示。

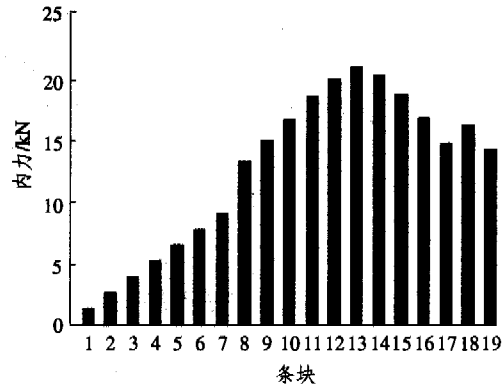


图 8 算例 1 条块间内力  $X_i$  的分布

Fig.8 Forces distribution of the  $X_i$  of example 1

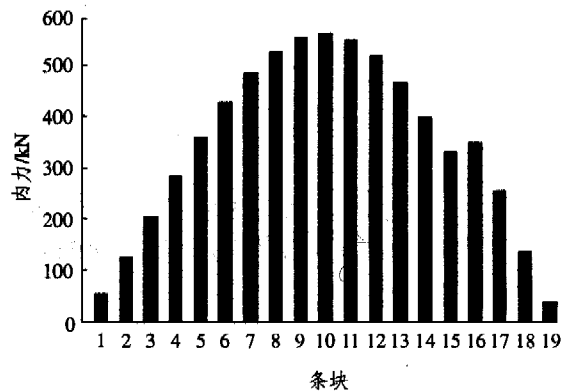


图 9 算例 2 条块间内力  $X_i$  的分布

Fig.9 Forces distribution of the  $X_i$  of example 2

图 8, 9 中的横坐标表示第  $i$  个条块和第  $i+1$  个条块之间的  $X_i$  力，纵坐标表示受力的大小，条块编号顺序从坡脚至坡顶，这 2 个分布都是对应于  $K_{max}$  的情况， $K_{min}$  的情况与之类似。

由图 8, 9 可知，当不要求条块间法向力  $X > 0$  时，利用函数  $m_{min}(K)$  和  $m_{max}(K)$  所定义的线性规划

计算出来的条块间内力分布  $X_i$  仍然都是非负的, 即在这种情况下并没有真正出现拉应力, 因此在本文的算例中相应的安全系数计算结果同完全满足约束条件(1)~(4)时计算出来的结果是一样的。但是如果在这种情况下条块间内力计算结果出现拉应力, 即某些条块间的  $X_i < 0$ , 那么对计算结果肯定会有影响。

(2) 条块间是否满足 Mohr-Coulomb 条件会对计算结果会产生较大的影响, 将会使安全系数的取值范围扩大, 尤其是安全系数的上限有较大幅度的提高, 因此对于那些在算法中没有满足这一条合理性条件的条分法, 必须对计算出来的内力结果进行本条合理性条件的检查。

(3) 滑裂面上是否产生拉应力也会对计算结果产生影响, 如算例 1 所示的可能使安全系数向小的方向发展, 因此这也是必须进行检查的一个条件。

### 4.3.3 极限平衡法的假定条件可能带来的误差

下面探讨某些常用极限平衡法的假定条件可能带来的误差, 在此分 2 种情况进行讨论:

(1) 当方法只满足条件(1)~(4)时, 对应于传统的 Spencer 法, 即算法不能保证计算结果满足合理性条件, 2 个算例的计算结果如图 10, 11 所示( $m_{max}^s$ ,  $m_{min}^s$  分别表示此时的载荷系数和安全系数的关系, 作为对比的两根虚线  $m_{max}$ ,  $m_{min}$  分别表示不作任何放松时的载荷系数与安全系数关系)。

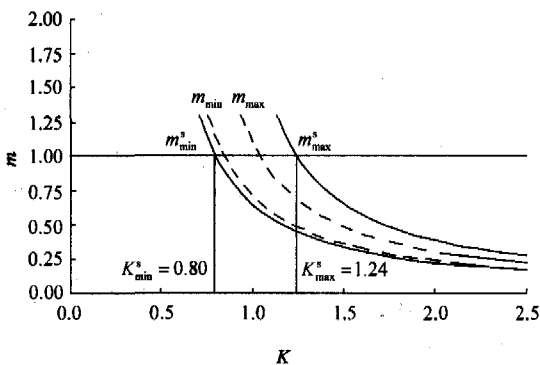


图 10 算例 1 满足 Spencer 法约束条件  $m-K$  曲线  
Fig.10 Curves of load-coefficient and safety( $m-K$ ) which satisfy Spencer method for example 1

由图 10, 11 可知, 安全系数的最大值增加较多, 因而可能会造成计算出来的安全系数偏大, 因此在使用 Spencer 法时, 必须对计算出来的条块间内力结果检查是否满足合理性条件。

(2) 当只满足条块  $x, y$  方向力平衡条件和滑裂

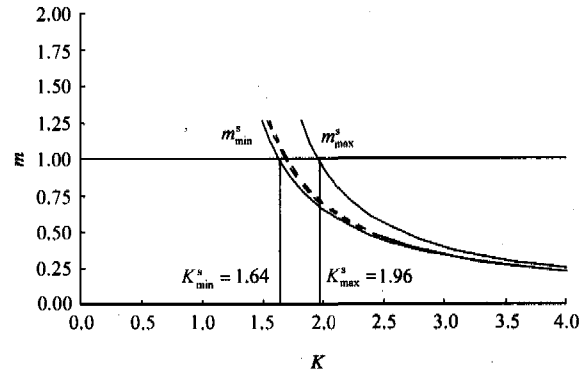


图 11 算例 2 满足 Spencer 法约束条件  $m-K$  曲线  
Fig.11 Curves of load-coefficient and safety( $m-K$ ) which satisfy Spencer method for example 2

面上的 Mohr-Coulomb 准则时, 对应于不平衡推力法等。2 个算例的计算结果如图 12, 13 所示( $m_{max}^i$ ,  $m_{min}^i$  表示此时的载荷系数和安全系数的关系, 作为对比两根虚线  $m_{max}$ ,  $m_{min}$  分别表示不作任何放松时的载荷系数和安全系数关系)。

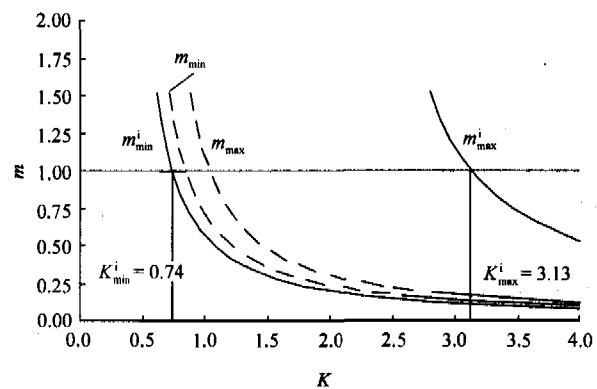


图 12 算例 1 满足  $x, y$  方向静力平衡条件时的  $m-K$  曲线  
Fig.12 Curves of load-coefficient and safety( $m-K$ ) which satisfy force equilibrium in  $x$ - and  $y$ -axes of example 1

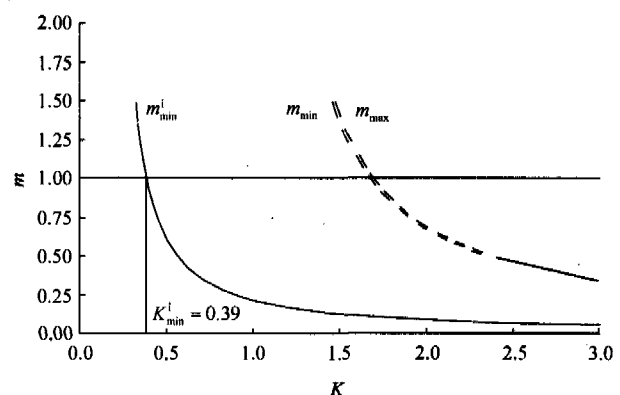


图 13 算例 2 满足  $x, y$  方向静力平衡条件时的  $m-K$  曲线  
Fig.13 Curves of load-coefficient and safety( $m-K$ ) which satisfy force equilibrium in  $x$ - and  $y$ -axes of example 2

相对于完全满足约束条件的情况, 算例 1 安全的系数上限提高约 3 倍, 下限则降低 12%; 对于算例 2, 安全系数的上限可以任意大, 因而无法作出对应的  $m-K$  曲线, 下限则降低好几倍, 因而这类方法常常导致计算出来的安全系数严重偏离真实解, 这也从另外的一个角度证实关于这类方法计算结果偏大的观点。

## 5 结 语

本文建立计算边坡安全系数上、下限的线性规划模型, 通过这个模型探讨极限平衡法的某些简化条件和静力平衡条件缺失对于计算结果的影响。研究表明:

(1) 在极限平衡法框架下, 即使有合理性条件的限制, 计算出来的安全系数结果仍然可能有较大的差距。

(2) 在极限平衡法中, 条块  $x$ ,  $y$  方向的静力平衡条件对计算结果的影响最为重要, 因此任何方法不应该对它们进行简化。

(3) 对于在算法中不能保证满足合理性条件的方法, 必须对计算出来的条块间内力结果检验每一项合理性条件。

## 参考文献(References):

- [1] 陈祖煜. 土质边坡稳定性分析——原理、方法、程序[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003.(Chen Zuyu. Soil Slope Stability Analysis—Theory, Methods, and Programs[M]. Beijing: China Water Power Press, 2003.(in Chinese))
- [2] Duncan J M. State of art: limit equilibrium and finite-element analysis of slopes[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1996, 122(7): 577 - 596.
- [3] Yu H S, Salgado R, Sloan S W. Limit analysis versus limit equilibrium for slope stability[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1998, 124(1): 1 - 11.
- [4] Chen Z Y, Morgenstern N R. Extensions to the generalized method of slices for stability analysis[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1983, 20(1): 104 - 109.
- [5] 陈祖煜, 汪小刚, 杨 健, 等. 岩质边坡稳定性分析——原理、方法、程序[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2005.(Chen Zuyu, Wang Xiaogang, Yang Jian, et al. Rock Slope Stability Analysis—Theory, Methods, and Programs[M]. Beijing: China Water Power Press, 2005.(in Chinese))
- [6] 陈祖煜. 土力学经典问题的极限分析上、下限解[J]. 岩土工程学报 2002, 24(1): 1 - 11.(Chen Zuyu. Limit analysis for the classic problems of soil mechanics[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, 24(1): 1 - 11.(in Chinese))
- [7] 钱家欢, 殷宗泽. 土工原理与计算[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1996.(Qian Jiahuan, Yin Zongze. Principle and Calculation of Soil Mechanics and Engineering[M]. Beijing: China Water Power Press, 1996.(in Chinese))
- [8] 时卫民, 郑颖人, 唐伯明, 等. 边坡稳定不平衡推力法的精度分析及其使用条件[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(3): 313 - 317.(Shi Weimin, Zheng Yingren, Tang Boming, et al. Accuracy and application range of imbalance thrust force method for slope stability analysis[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, 26(3): 313 - 317.(in Chinese))
- [9] 郑颖人, 时卫民, 杨明成. 不平衡推力法与 Sarma 法的讨论[J]. 岩石力学与工程学报 2004, 23(17): 3 030 - 3 036.(Zheng Yingren, Shi Weimin, Yang Mingcheng. Discussion on imbalance thrust force method and Sarma's method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(17): 3 030 - 3 036.(in Chinese))
- [10] 邹广电, 蒋婉莹. 边坡稳定性分析的一个改建条分法[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(12): 1 953 - 1 959.(Zou Guangdian, Jiang Wanying. Rebuilt slice method for slope stability analysis[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(12): 1 953 - 1 959. (in Chinese))
- [11] Spencer E. A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces[J]. Geotechnique, 1967, 17(1): 11 - 26.
- [12] Spencer E. Thrust line criterion in embankment stability analysis[J]. Geotechnique, 1973, 23(1): 85 - 100.