

文章编号: 1005-9865(2000)01-007-06

确定海洋平台钢裂纹扩展曲线的快速方法^{*}

丁克勤¹, 傅惠民², 柳春图³

(1. 锅炉压力容器检测中心, 北京 100013; 2. 北京航空航天大学 固体力学所, 北京 100083; 3. 中国科学院 力学研究所, 北京 100080)

摘 要: 提出了一种确定海洋平台钢裂纹扩展曲线的快速方法, 该方法可以综合利用以往的经验数据和当前试验数据确定表面疲劳裂纹扩展速率曲线。与传统的只能利用当前试验数据确定表面疲劳裂纹扩展速率曲线相比, 其可利用信息量大幅度增加。所以在精度相同的情况下, 可以节省大量试件; 而且在试样数一定的情况下, 又可大大提高预测精度。文中还给出了海洋平台钢试验对比实例。

关键词: 海洋平台钢; 可靠性; 疲劳试验; 裂纹扩展曲线

中图分类号: P752 文献标识码: A

A method for quickly determining crack growth curve of offshore steel platforms

DING Ke-qin¹, FU Hui-min², LIU Chun-tu³

(1. Centre of Boiler & Pressure Vessel Inspection & Research, Beijing 100013, China; 2. Institute of Solid Mechanics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China; 3. Institute of Mechanics, Academia Sinica, Beijing 100080, China)

Abstract: A method for quickly determining the crack growth curve of offshore steel platforms is presented in the paper. The information used in the method is much more than that in the traditional methods. With this method, engineers can make full use of the current test data and the previous data while, with the traditional method, engineers can only use the current test data. Thus, fewer specimens are required in this method and the result is more accurate. A comparative study is also made in the paper.

Key words: offshore steel platform; reliability; fatigue test; crack growth curve

随着我国海洋石油工业的发展, 海洋结构的疲劳分析变得日益重要。众所周知, 海洋结构受到海水腐蚀和波浪荷载的长期作用, 疲劳破坏是一个重要的课题。在结构破坏事故中, 由表面裂纹疲劳扩展引起的结构局部或整体的破坏是很多的, 平台一旦发生事故, 所造成的损失十分巨大, 因此, 许多国家都十分重视近海采油平台结构疲劳寿命的破坏问题。

海洋平台钢材疲劳裂纹扩展速率与应力强度因子幅值的关系曲线是平台结构寿命预测的重要疲劳性能数据。由于材料微结构的不均匀性, 包括晶格缺陷、不纯原子、晶界、位错、松孔、裂纹和铸造缺陷的随机分布以及试件尺寸、形状、加工过程、热处理过程、试验环境和加载条件等诸多不确定因素影响, 致使试验测定的表面疲劳裂纹扩展速率表现出相当大的统计分散性^[1-12], 即使在控制良好的试验条件下也是如此^[13], 也就是说每块试样具有不同的用 $da/dN \sim \Delta K$ 和 $dc/dN \sim \Delta K$ 关系所表示的抵抗裂纹扩展的能力。随着可靠性

* 收稿日期: 1999-06-01

作者简介: 丁克勤(1968-), 男, 博士后, 副研究员

设计在现代工程结构中的广泛采用,在寿命预测时已经要求用高可靠度的疲劳裂纹扩展性能曲线,但是要测定高可靠度疲劳裂纹扩展性能曲线就需要对非常多的试件进行实验,这势必要耗费大量的人力、物力,因此如何减少试件个数和机时,是当前亟待解决的问题,而且目前进行统计分析的数据仍然仅局限于当前试验数据,未能充分利用以往数据和经验提供的信息。

为此,本文建立一种可以综合利用以往的试验数据和当前试验数据快速确定海洋平台钢材表面裂纹扩展性能曲线的方法。由于该方法充分利用了以往积累的大量材料疲劳裂纹扩展速率试验数据,所以与传统的方法相比,在预测精度相同的条件下,可以节省 60% ~ 80% 的试件,而在试件数一定的情况下,又可以大大提高预测精度。

1 高置信度、高可靠度的表面疲劳裂纹扩展速率曲线

表面疲劳裂纹扩展速率是结构耐久性、损伤容限和疲劳可靠性分析的主要依据。通常表面疲劳裂纹扩展速率可用 Paris-Erdogan 公式^[14]描述

$$\frac{dX_i}{dN} = c_i (\Delta K_i)^{m_i} \quad (i = 1, 2) \quad (1)$$

式中, X_1 、 X_2 分别表示表面疲劳裂纹扩展深度和半长, ΔK_1 和 ΔK_2 分别为深度和长度方向上应力强度因子幅值, c_1 、 m_1 和 c_2 、 m_2 为材料常数。

若对式(1)两边取对数,则表面疲劳裂纹扩展速率可表示为:

$$\lg \frac{dX_i}{dN} = \lg c_i + m_i \lg (\Delta K_i) \quad (i = 1, 2) \quad (2)$$

设 $\lg \frac{dX_i}{dN}$ 为正态随机变量,即 $\lg \frac{dX_i}{dN} \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$, 其概率为 p 的表面疲劳裂纹扩展速率母体上百分位值 $(\lg \frac{dX_i}{dN})_p$ 由下式定义

$$(\lg \frac{dX_i}{dN})_p = \mu_i + u_p \sigma_i \quad (i = 1, 2) \quad (3)$$

式中 u_p 为标准正态偏量

$$R = \Phi(u_p) = \int_{-\infty}^{u_p} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du \quad (4)$$

高可靠度的 $(\lg \frac{dX_i}{dN})_p$ 在工程中具有十分重要的意义,但是实际中真值 $(\lg \frac{dX_i}{dN})_p$ 无法求得。因此,工程中大量用到的是偏保守的表面疲劳裂纹扩展速率母体上百分位值 $(\lg \frac{dX_i}{dN})_p$ 的置信上限。下面给出一种确定 $(\lg \frac{dX_i}{dN})_p$ 置信上限的方法。

设 $\lg \frac{dX_i}{dN}$ 和 S_i^2 为深度(和长度)方向上疲劳裂纹扩展速率母体均值 μ_i 和方差 σ_i^2 的无偏估计量,它们分别遵循正态分布和 χ^2 分布,即

$$\lg \frac{dX_i}{dN} \sim N(\mu_i, \frac{\sigma_i^2}{n}) \quad (5)$$

$$\frac{nS_i^2}{\sigma_i^2} \sim \chi^2(v) \quad (6)$$

那么随机变量

$$\left(\lg \frac{dX_i}{dN} \right)_{pu} = \lg \frac{dX_i}{dN} + k_p S_i \quad (7)$$

是母体上百分位值 $(\lg \frac{dX_i}{dN})_p = \mu_i + u_p \sigma_i$ 的置信度为 γ ($\gamma = 50\%$) 的置信上限,即

$$P \{ \mu_i + u_p \sigma_i \leq \lg \frac{dX_i}{dN} + k_p S_i \} = \gamma \quad (8)$$

其中 k_p 称为二维单侧容限系数^[15],可由下式求得

$$k_p = \frac{u_p + u_Y \sqrt{\frac{1}{n} (1 - \frac{u_Y^2}{w}) + \frac{u_p^2}{w}}}{1 - \frac{u_Y^2}{w}} \sqrt{\frac{2\nu - 1}{2\nu - 2}} \quad (9)$$

$$w = 2(\nu + u_Y - 0.645 - \frac{1}{\sqrt{\nu + u_Y - 0.645}}) \quad (10)$$

式中 n 被定义为子样均值 $\overline{\lg \frac{dX_i}{dN}}$ 的自由度; ν 为子样方差 S_i^2 的自由度; u_Y 是置信度为 Y 的标准正态偏量, 即 $Y = \Phi(u_Y)$ 。常用的有: 当 $Y = 90\%$ 时, $u_Y = 1.282$; 当 $Y = 95\%$ 时, $u_Y = 1.645$ 。值得注意的是 $\overline{\lg \frac{dX_i}{dN}}$ 和 S_i^2 可以来自不同的子样, 所以, 这里 ν 不一定等于 $n - 1$, 并且 n 可以是任意正实数, ν 和 n 之间没有任何关系。

如果 $\overline{\lg \frac{dX_i}{dN}}$ 和 S_i 是同一个子样 $(\lg \frac{dX_i}{dN})_1, (\lg \frac{dX_i}{dN})_2, \dots, (\lg \frac{dX_i}{dN})_n$ 的均值和标准差, 即

$$\overline{\lg \frac{dX_i}{dN}} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\lg \frac{dX_i}{dN})_j \quad (11)$$

$$S_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n [(\lg \frac{dX_i}{dN})_j - \overline{\lg \frac{dX_i}{dN}}]^2}{n - 1}} \quad (12)$$

那么, $\nu = n - 1$, 二维单侧容限系数 k_p 由下式求得

$$k_p = \frac{u_p + u_Y \sqrt{\frac{1}{n} (1 - \frac{u_Y^2}{w}) + \frac{u_p^2}{w}}}{1 - \frac{u_Y^2}{w}} \sqrt{\frac{2n - 3}{2n - 4}} \quad (13)$$

$$w = 2(n + u_Y - 1.645 - \frac{1}{\sqrt{n + u_Y - 1.645}}) \quad (14)$$

通常表面疲劳裂纹扩展速率均值 $\overline{\lg \frac{dX_i}{dN}}$ 可由下式求得:

$$\overline{\lg \frac{dX_i}{dN}} = \bar{c}_i + \bar{m}_i \lg(\Delta K_i) \quad (15)$$

式中 \bar{c}_i, \bar{m}_i 分别表示某种材料状态下不同试样 c_i, m_i 的均值。则疲劳裂纹扩展速率 $\lg \frac{dX_i}{dN}$ 置信度为 Y 的置信上限由 (7) 式可改写为:

$$(\lg \frac{dX_i}{dN})_{pu} = \bar{c}_i + \bar{m}_i \lg(\Delta K_i) + k_p S_i \quad (i = 1, 2) \quad (16)$$

2 表面疲劳裂纹扩展速率的标准差

令 $Z_i = \lg \frac{dX_i}{dN}, Y_i = \lg(\Delta K_i), c_i = \lg c_i$

则 (2) 式改写为

$$Z_i = c_i + m_i Y_i \quad (17)$$

随机变量 Z_i 的均值 $E(Z_i)$ 和方差 $\text{Var}(Z_i)$ 为

$$E(Z_i) = E(c_i) + E(m_i) Y_i \quad (18)$$

$$\text{Var}(Z_i) = \text{Var}(c_i) + \text{Var}(m_i) Y_i^2 + 2\text{COV}(c_i, m_i) Y_i \quad (19)$$

又

$$\bar{Z}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (Z_i)_j = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (c_i)_j + \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (m_i Y_i)_j \quad (20)$$

则表面疲劳裂纹扩展速率的子样方差为

$$\begin{aligned}
S_i^2 &= \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n [(Z_i)_j - \bar{Z}_i]^2 \\
&= \frac{\sum_{j=1}^n [(c_i)_j + (m_i Y_i)_j - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (c_i)_j - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (m_i Y_i)_j]^2}{n-1} \\
&= \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n [(c_i)_j - \bar{c}_i]^2 + \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n [(m_i)_j - \bar{m}_i]^2 Y_i^2 \\
&\quad + 2 \cdot \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n [(c_i)_j - \bar{c}_i][(m_i)_j - \bar{m}_i] Y_i \\
&= S_{c_i}^2 + S_{m_i}^2 Y_i^2 + 2S_{c_i m_i} Y_i
\end{aligned} \tag{21}$$

即表面疲劳裂纹扩展速率的标准差由(21)式得

$$S_i = \sqrt{S_{c_i}^2 + S_{m_i}^2 \lg^2(\Delta K_i) + 2S_{c_i m_i} \lg(\Delta K_i)} \tag{22}$$

式中 $S_{c_i}^2$ 、 $S_{m_i}^2$ 和 $S_{c_i m_i}$ 分别为 c_i 和 m_i 的方差以及其协方差。由(22)式可知, 只要已知一组试样的 c_i 和 m_i 以及应力强度因子幅值的某一定值, 就可以利用(22)式求得表面疲劳裂纹扩展速率的标准差。将(22)式代入(16)式, 则表面疲劳裂纹扩展速率置信度为 γ 的置信上限为

$$\left(\lg \frac{dX_i}{dN}\right)_{pu} = \bar{c}_i + \bar{m}_i \lg(\Delta K_i) + k_p \sqrt{S_{c_i}^2 + S_{m_i}^2 \lg^2(\Delta K_i) + 2S_{c_i m_i} \lg(\Delta K_i)} \tag{23}$$

3 当前数据和以往数据的综合利用

设有 m 组以往积累的疲劳裂纹扩展速率试验数据, 它们分别来自于均值为 μ_j 和方差为 σ_j^2 的正态母体, μ_j 和 σ_j^2 与当前的 μ_i 和 σ_i^2 可以相同也可以不相同。由式(21)求得的子样方差为 S_i^2 , 自由度为 $\nu_j, j=1, 2, \dots, m$, 且相互独立。那么它们的组合方差为

$$S_{\text{com } i}^2 = \frac{\sum_{j=1}^m \nu_j S_j^2 + (n-1) S_i^2}{\nu + n - 1} \tag{24}$$

式中: $\nu = \sum_{j=1}^m \nu_j$; S_i^2 是当前数据的子样方差, 其自由度为 $n-1$ 。可以证明, 若 $E(S_j^2) = \sigma_j^2, j=1, 2, \dots, m$, 则将组合方差 $S_{\text{com } i}^2$ 代入式(22), 即可求得置信度为 γ 的表面疲劳裂纹扩展速率的置信上限 $\left(\lg \frac{dX_i}{dN}\right)_{pu}$ 。

对于以往数据提供了子样方差 S_j^2 , 若 $E(S_j^2) = \sigma_j^2, j=1, 2, \dots, m$, 则一般均可采用。除非 S_j^2 太大, 以致于经式(24)组合后, 在提高 $S_{c_i}^2$ 的自由度, 减少 k_p 值的同时, $S_{c_i}^2$ 值也变得较大, 最后, 由式(23)求得的置信上限则变大, 即 $\left(\lg \frac{dX_i}{dN}\right)_{pu}$ 更加偏离真值, 那么这样的子样方差 S_j^2 就不能用。

判断 $E(S_j^2)$ 是否大于或等于 σ_j^2 , 可以采用两种方法, 一是假设检验, 如 F 检验; 二是根据经验和有关物理性质进行判断, 例如, 在其他条件相同的情况下, “金属材料的寿命分散性不会大于复合材料的寿命分散性”, “缺口试件的寿命分散性不会大于光滑试件的寿命分散性”, “试件在高应力水平的寿命分散性不会大于低应力水平的寿命分散性”, “某厂家由于设备更新、技术培训和质量管理的实施, 各种波动因素得到了进一步控制, 其产品性能的分散性不会比原来的大”等等。利用以往试验数据的进一步信息详见文献[16]。

4 对比试验分析

表面疲劳裂纹扩展试验数据 (a, N) , (c, N) 取自七根国产 Z 向钢母材试验结果^[11]。试样尺寸: 厚度 $B = 28\text{mm}$, 高度 $w = 85\text{mm}$, 长度 $L = 340\text{mm}$ 。表面裂纹用电火花切割产生, 深度为 1mm , 表面长度为 2mm , 切口宽度为 0.2mm 。试验在 MTS810.12 疲劳试验机上进行, 试验频率为 10Hz 。母材表面疲劳裂纹扩展速率曲线包括 $P - da/dN - \Delta K_a$ 和 $P - dc/dN - \Delta K_c$ 两根曲线, 其测定过程如下:

(1) $P - da/dN - \Delta K_a$ 曲线

将前三根试样的疲劳裂纹扩展速率参数 $(c_{ai}, m_{ai}) (i=1, 2, 3)$ 以及其最大的应力强度因子幅值 $(\Delta K)_{\max}$,

代入式 (21)、(22) 求得疲劳裂纹扩展速率在 $(\Delta K)_{\max}$ 的方差和标准差为

$$S_{1a}^2 = 4.0711 \times 10^{-2} \quad S_{1a} = 0.2018$$

前三根试样的 c_{ai} 和 m_{ai} 的均值分别为 $\overline{\lg c_a} = -11.5588, \overline{m_a} = 3.1096$, 置信度为 95%, 可靠度为 99.9% 的单侧容限系数由 GB 4885-85 中确定正态分布可靠度单侧置信下限的 K 系数表查得, $k_{13} = 13.85707$ 。因此, 前三根试样置信度为 95%, 可靠度为 99.9% 的疲劳扩展速率的置信上限由式 (23) 得

$$\lg \frac{da}{dN} = -8.7618 + 3.1096 \lg(\Delta K_a)$$

同理, 七根试样置信度为 95%, 可靠度为 99.9% 的疲劳裂纹扩展速率的置信上限为

$$\lg \frac{da}{dN} = -9.2032 + 2.8548 \lg(\Delta K_a)$$

采用综合当前试验数据和以往试验数据由前三根试样确定置信度为 95%, 可靠度为 99.9% 的疲劳裂纹扩展速率置信上限。将 [17] 中 Q235A 级钢 10 根试样的数据作为以往经验数据, 由式 (21) 求得疲劳裂纹扩展速率方差为 $S_{2a}^2 = 2.3315 \times 10^{-2}$, 则可由式 (24) 求得组合标准差为 $S_{\text{coma}} = 0.1627$ 。

再根据式 (9) 求得 $n = 3, v = 11, Y = 95\%, R = 99.9\%$ 时的二维单侧容限系数

$$k_p = \frac{u_p + u_Y \sqrt{\frac{1}{n} (1 - \frac{u_Y^2}{w}) + \frac{u_p^2}{w}}}{1 - \frac{u_Y^2}{w}} \sqrt{\frac{2v-1}{2v-2}} = 5.1784$$

将 $\overline{\lg c_a} = -11.5588, \overline{m_a} = 3.1096, S_{\text{coma}} = 0.1627$ 和 $k_p = 5.1784$ 代入式 (16) 以利用以往经验数据, 由前三根试样的数据确定置信度为 95%, 可靠度为 99.9% 的疲劳裂纹扩展速率曲线的置信上限为

$$\begin{aligned} \lg \frac{da}{dN} &= \overline{\lg c_a} + \overline{m_a} \lg(\Delta K_a) + k_p \cdot S_{\text{coma}} \\ &= -11.5588 + 3.1096 \lg(\Delta K_a) + 5.1784 \times 0.1627 \\ &= -10.7157 + 3.1096 \lg(\Delta K_a) \end{aligned}$$

图 1 表示置信度为 95%, 可靠度为 99.9% 的对比试验结果。

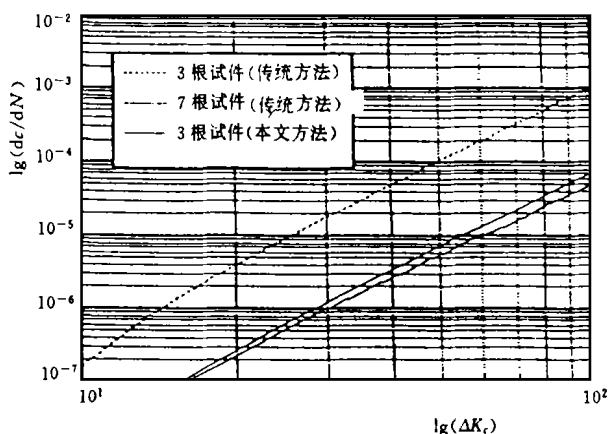
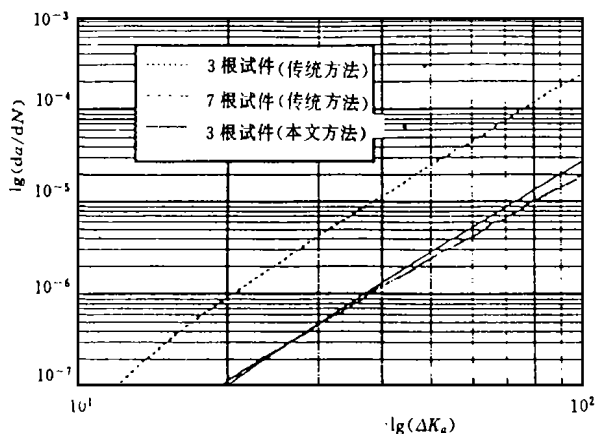


图 1 $P-da/dN-\Delta K_a$ 对比试验结果 ($Y=95\%, P=99.9\%$) 图 2 $P-dc/dN-\Delta K_c$ 对比试验结果 ($Y=95\%, P=99.9\%$)

Fig. 1 Comparison of experimental results of $P-da/dN-\Delta K_a (r=95\%, P=99.9\%)$

Fig. 2 Comparison of experimental results of $P-dc/dN-\Delta K_c (r=95\%, P=99.9\%)$

(2) $P-dc/dN-\Delta K_c$ 曲线

如上所述, 前三根试样和七根试样的疲劳裂纹扩展速率的方差和标准差分别为:

$$\begin{aligned} S_{1c}^2 &= 2.4321 \times 10^{-2} & S_{1c} &= 0.1559 \\ S_{7c}^2 &= 1.4297 \times 10^{-2} & S_{7c} &= 0.1196 \end{aligned}$$

由于前三根试样和七根试样的 c_{ci} 和 m_{ci} 的均值分别为 $\overline{\lg c_c} = -11.2913, \overline{m_c} = 3.1021$ 和 $\overline{\lg c_c} = -11.1469, \overline{m_c} = 2.9879$, 三根试样和七根试样的置信度为 95%, 可靠度为 99.9% 的单侧容限系数由 GB 4885

- 85 中确定正态分布可靠度单侧置信下限的 K 系数表查得 $k_{13}=13.85707, k_{17}=6.06266$, 则三根试样和七根试样的置信度为 95%, 可靠度为 99.9% 的疲劳裂纹扩展速率的置信上限为

$$\lg \frac{dc}{dN} = -9.1310 + 3.1021 \lg(\Delta K_c)$$

$$\lg \frac{dc}{dN} = -10.2218 + 2.9879 \lg(\Delta K_c)$$

将文献[1]中七根焊板试样的裂纹扩展试验数据作为经验数据, 其方差和标准差分别为 $S^2=2.6023 \times 10^{-2}, S=0.1613$, 则由式(24)求得组合标准差为 $S_{\text{com.c}}=0.1600$

再根据式(9)求得 $n=3, v=8, Y=95\%, R=99.9\%$ 的二维单侧容限系数为 $k_p=6.2369$ 。将 $\overline{\lg c_c} = 11.2913, \overline{m_c} = 3.1021, S_{\text{com.c}} = 0.1600$ 和 $k_p = 6.2369$ 代入式(16)以利用以往经验数据, 由前三根试样的数据确定置信度为 95%, 可靠度为 99.9% 的疲劳裂纹扩展速率曲线的置信上限为

$$\begin{aligned} \lg \frac{dc}{dN} &= \overline{c_c} + \overline{m_c} \lg(\Delta K_c) + k_p \cdot S_{\text{com.c}} \\ &= -11.2913 + 3.1021 \lg(\Delta K_c) + 6.2369 \times 0.1600 \\ &= -10.2934 + 3.1021 \lg(\Delta K_c) \end{aligned}$$

图 2 表示置信度为 95%, 可靠度为 99.9% 的对比试验结果。由图 1, 2 可见, 综合利用当前数据和以往数据可以节省大量试件, 而在试件数一定的条件下, 又能提高精度。

参考文献:

- [1] 丁克勤 工程结构疲劳裂纹随机扩展及可靠性分析方法研究[D] [博士论文] 北京: 中国科学院力学研究所, 1997
- [2] 丁克勤 海洋平台 E36-Z35 钢表面疲劳裂纹扩展速率的蒙特卡罗模拟[J] 海洋工程, 1998, 16(2):
- [3] Ding Keqin, Liu Chuntu Monte Carlo simulation of surface fatigue crack growth in offshore structural steel E36-Z35 [J] China Ocean Engineering, 1999, 13(1):
- [4] Sobczyk K. Adv[J]. Appl prob, 1987, 19: 652~ 673
- [5] 柳春图, 丁克勤, 崔民子. E36-Z35 钢材表面裂纹疲劳扩展特性的实验研究和概率分析[A] 第八届全国断裂学术会议论文集[C] 四川: 1996
- [6] 孙学伟 LY12-CZ 板材表面裂纹疲劳扩展特性的实验研究[J] 固体力学学报, 1986, 1: 28~ 35
- [7] M Truchun, H P Lieurade Experimental study of surface crack propagation in an E36 steel[A] 5th International conf On Fracture, Advances in Fracture Research[C] 1981, 1: 33~ 39
- [8] 蒋怀庆, 柳春图 海洋平台用钢表面裂纹疲劳扩展规律的研究[A] 第七届华东固体力学学术会议论文集[C] 1991
- [9] Siyi Chen, Zhen yuan Cui Surface crack growth behaviour under tensive cyclic loading[J] Int J. Fatigue, 1988, 10(1): 43~ 47.
- [10] H L J Pang, T G F Gray. Fatigue analysis of surface cracks at fillet welded toes[J] Fatigue Fract Engne Mater Struct, 1993, 16(2): 151~ 164
- [11] Clark W G, Hudak S J, J. Test Eval[J], 1975, 3: 454~ 467.
- [12] Yang J N, J. A IAA [J], 1980, 17: 528~ 535
- [13] Virkler D A, Hillberry B M, Goel P k. J. Engng Mater[J] Technol, 1979, 101: 148~ 155
- [14] Paris P C, Erdogan F. A critical anaysis of crack propagation law s[J]. J. Basic Engng, Trans A S M E, Sereis D, 85, 1963, 528~ 534
- [15] 傅惠民 二维单侧容限系数方法[J] 航空学报, 1993, 14(3): A 166~ A 172
- [16] 傅惠民 正态分布百分位值和百分率的置信限和容忍限公式[J] 航空学报, 1994, 15(1): 94~ 101
- [17] 机械工程材料性能数据手册[S] 北京: 机械工业出版社, 1995