

# 利用广义应变比能进行结构损伤识别的数值研究\*

## NUMERICAL RESEARCH OF IDENTIFY STRUCTURAL DAMAGE BY GENERALIZED STRAIN ENERGY DENSITY

刘文峰\*\* 柳春团

(中国科学院力学研究所, 北京 100080)

LIU Wenfeng LIU Chuntu

(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

**摘要** 目前结构损伤识别大多是基于位移模态的试验结果进行的,但由于位移模态结果的局限性,很多情况下识别效果并不明显。本文基于应变模态的工作,利用应变模态识别得到的振型和频率结果,提出广义应变比能(GSED)的概念。将其应用于结构损伤的识别中,具有识别效果明显、物理意义清晰等优点,GSED方法不仅可以判断损伤的存在与否,而且可以对损伤进行较精确的定位,在测试数据充分的情况下还可以大致判断出损伤的程度。最后通过对简支梁的数值仿真计算验证了方法的有效性。

**关键词** 损伤识别 广义应变比能 应变模态 损伤定位 数值分析

**中图分类号** TB115 O342

**Abstract** Most of structural damage identification is based on the results of displacement mode. The limitation of the results makes the identifying effects not well. The paper gives a new concept generalized strain energy density (GSED). It is based on the strain mode frequency and mode shape. It is very effective and its physical meaning is clear. It is easy to get GSED from the strain mode result in measuring. The method of GSED needn't complex mathematical calculation, then it won't induce great noise into the results. GSED can judge the structural damage being, and can give the damage position exactly. It is hard to get high frequency mode in structural testing. GSED can get the results by several low frequency modes. It needn't the high frequency mode. If the data is enough, we can give a round damage extent by this way. The paper gives a pin-forced beam numeric results to validate the validity of GSED.

**Key word** Damage identification; Generalized strain energy density; Strain mode; Damage orientation; Numerical analysis

Correspondent: LIU Wenfeng, E-mail: liuwenfeng@263.net, Fax: +86-10-62561284

Manuscript received 20020603, in revised form 20020801.

## 1 引言

一般诸如超声波、X射线等无损检测手段对于损伤识别的效果较好,不仅可以较为精确地定出损伤的位置,还可以确定损伤的程度。但是对于大型的结构(如大型桥梁)直接采用此方法所花费的人力物力太大,因此必须先寻找某一有效的方法进行损伤定位和大概的损伤程度估算。

对于结构的损伤识别乃至寿命评估有着重大的意义。目前我国现行的检测手段一般为静力测试与动力测试相结合,动力测试的结构一般多为位移量(速度或者加速度),模态识别的结果尤为如此。然而在大多数情况下局部的损伤难以在此类数据中反映出来。针对位移模态对局部损伤不敏感的特点,一些学者提出并发展了应变模态(曲率模态),而且将其应用于结构的损伤识别<sup>[1-4]</sup>。

目前对于损伤检测的研究已有几十年了,有许多相关的成就,文献[5~7]对这些方法进行了综述,总结了近20年来众多学者的研究成果,但也指出大多数方法的问题在于实际测试的可操作性。

Scott W. Doebling等提出通过应变能的方法识别损伤的位置<sup>[8]</sup>,此方法有其优越性,但由于这是基于位移模态的,因此不可避免地受到位移模态识别精度的影响。

基于在实际测试中可以较方便地得到结构的应变(例如在桥梁测试中),因此在应变模态识别的基础上,作者提出广义应变比能的概念,并利用广义应变比能进行损伤识别的新方法。此方法不仅可以判断结构的损伤,而且可以确定损伤的位置,并且在数据完整的情况下可以大致判断出损伤的程度。文中通过数值分析验证这种方法。

\* 20020603收到初稿,20020801收到修改稿。

\*\* 刘文峰,男,1976年8月出生,江西省南昌县人,汉族。中国科学院力学研究所博士研究生,主要从事振动测试分析与桥梁损伤识别研究。

## 2 理论基础

$$[M]\ddot{x} + [C]\dot{x} + [K]x = \{f\} \quad (1)$$

式中  $[M]$  为质量矩阵, 为正定矩阵;  $[C]$  为阻尼矩阵,  $[K]$  为刚度矩阵, 它们均为半正定矩阵。  $\{x\}$  为位移向量,  $\{f\}$  为激励力向量。

$$H_{ij}(\omega) = \frac{X_i(\omega)}{f_j(\omega)} = \sum_{r=1}^m \frac{\varphi_{r,i} \varphi_{r,j}}{m_r [(\omega_r^2 - \omega^2) + j2\xi_r \omega_r \omega]} \quad (2)$$

式中  $H_{ij}$  为传递函数,  $m$  为识别的模式总阶数,  $\varphi_{r,i}$ 、 $\varphi_{r,j}$  为第  $r$  阶时  $i$ 、 $j$  点处振型,  $m_r$  为模式质量,  $\xi_r$  为模式阻尼,  $\omega_r$  为特征频率。

结构的响应和激励力有关, 不同的激励导致不同阶模式在响应中的权重不同, 令  $p_i$  为第  $i$  阶模式的权重, 则在某一激励下响应为

$$X = \sum_{i=1}^m p_i \varphi_i^* \quad (3)$$

因为模式权重  $p_i$  是由于激励信号中不同频段的激励成分所决定的, 因此在此激励下不同应变模式下的权重也为  $p_i$ , 则弯曲产生的挠度应为  $\omega = \sum_{i=1}^m p_i \varphi_i^*$ ,  $X$  向的应变应为

$$\epsilon = \sum_{i=1}^m p_i \varphi_i^* \quad (4)$$

又可表达为

$$\epsilon(x) = \frac{dX}{dx} = \frac{d(\sum_{i=1}^m p_i \varphi_i^*)}{dx} = \sum_{i=1}^m p_i \frac{d\varphi_i^*}{dx} =$$

$$Z \frac{d^2 \omega}{dx^2} = Z \frac{d^2(\sum_{i=1}^m p_i \varphi_i^*)}{dx^2} = Z \sum_{i=1}^m p_i \frac{d^2 \varphi_i^*}{dx^2} \quad (5)$$

$$\text{则} \quad \varphi_i^* = \frac{d\varphi_i}{dx} = Z \frac{d^2 \varphi_i^*}{dx^2} \quad (6)$$

由上面的式(1)至式(6)可得到应变模式的传递函数

$$H_{ij}^s(\omega) = \frac{\epsilon_i(\omega)}{f_j(\omega)} = \sum_{r=1}^m \frac{\varphi_{r,i}^* \varphi_{r,j}}{m_r [(\omega_r^2 - \omega^2) + j2\xi_r \omega_r \omega]} \quad (7)$$

在应变模式识别的测试中, 在结构中布置  $N$  个应变计, 即有  $N$  个测试点, 保证激励点不动, 测试同一激励下的应变响应, 若此点为  $j$ , 则由式(7)可得到一组传递函数  $H_{ij}^s(\omega)$  ( $i = 1, N$ ) 的值, 如下

$$\begin{Bmatrix} H_{1j}^s(\omega) \\ H_{2j}^s(\omega) \\ \vdots \\ H_{Nj}^s(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sum_{r=1}^m \frac{\varphi_{r,1}^* \varphi_{r,j}}{m_r [(\omega_r^2 - \omega^2) + j2\xi_r \omega_r \omega]} \\ \sum_{r=1}^m \frac{\varphi_{r,2}^* \varphi_{r,j}}{m_r [(\omega_r^2 - \omega^2) + j2\xi_r \omega_r \omega]} \\ \vdots \\ \sum_{r=1}^m \frac{\varphi_{r,N}^* \varphi_{r,j}}{m_r [(\omega_r^2 - \omega^2) + j2\xi_r \omega_r \omega]} \end{Bmatrix} =$$

万方数据

$$\sum_{r=1}^m \frac{\varphi_{r,j}^*}{m_r [(\omega_r^2 - \omega^2) + j2\xi_r \omega_r \omega]} \begin{Bmatrix} \varphi_{r,1}^* \\ \varphi_{r,2}^* \\ \vdots \\ \varphi_{r,N}^* \end{Bmatrix} \quad (8)$$

此时识别得到的模式振型为应变模式的振型  $\varphi_i^*$  ( $i = 1, N$ )。

上面的公式说明实际测试中应变模式识别的可行性, 在得到应变模式的振型之后, 在此基础上定义  $w_i$  为结构第  $i$  结点的广义应变比能 GSED (generalized strain energy density)。

$$w_i = \frac{1}{2} \sum_{r=1}^m \frac{1}{\omega_r^2} E (\varphi_{r,i}^*)^2 \quad (9)$$

如果结构是完好的, 则广义应变比能的趋势和理想的振型趋势相近; 如果结构有了损伤, 则在损伤截面及其附近, 由于抗弯刚度减少了, 相应的广义应变比能要增大, 当某处  $w$  的值突然增大时, 即可认为此处具有损伤,  $w_i$  的极大值处, 可认为是损伤部位。

如果结构从完整时定期的进行检测, 则可以定义广义应变比能比值

$$D_i = w_i^d / w_i^* \quad (10)$$

式中  $w_i^d$  为损伤后的广义应变比能,  $w_i^*$  为完整时的广义应变比能。

如果结构完好, 那么  $D_i$  的值应该在 1 附近, 结构损伤时同样也可以通过选取  $D_i$  的极大值处, 认为其为损伤的部位。

从能量的角度出发, 可以认为  $D_i = w_i^d / w_i^* \approx W_w / W_0$ , 其中  $W_d$  为损伤后的截面抗弯刚度,  $W_0$  为完整时的抗弯刚度。所以可以从  $D_i$  的变化中来大致判断出截面损伤的程度。

由于 GSED 的值  $w_i$  大小与振型归一时所采取的方式有关, 本文中振型归一的方法是以一固定参考点的振型为“1”来进行拟合的。

## 3 数值模拟

邓焱等介绍了一种利用位移模式的结果求解结构应变模式结果的数值模拟方法<sup>[4]</sup>, 但是文中使用的是通过曲率模式来运算得到的, 在位移模式的基础上进行两次微分而得到应变模式, 这样可能放大位移模式计算结果中的误差, 使得某些情况下应变模式结果误差较大而影响识别的效果。因此直接根据应变的定义来进行求解。

$$\epsilon_x = \frac{dI^s}{dx} \text{ 所以 } \epsilon_x = \frac{\zeta_i^s - \zeta_{i-1}^s}{x_i - x_{i-1}}$$

其中  $\epsilon_x$  为结构  $x$  方向的应变值,  $\zeta_i^s$  和  $\zeta_{i-1}^s$  为结点  $i$  与结点  $i-1$  在  $x$  方向的位移值,  $x_i$  和  $x_{i-1}$  为结点  $i$  与结点  $i-1$  的坐标位置。

表 1 不同情况下梁的频率  
Tab.1 Beam frequency in different status

振型阶数	第一阶弯曲		第二阶弯曲		第三阶弯曲		第四阶弯曲		
	$d$	$f/\text{Hz}$	$\frac{f-f_i}{f_i}$	$f/\text{Hz}$	$\frac{f-f_i}{f_i}$	$f/\text{Hz}$	$\frac{f-f_i}{f_i}$	$f/\text{Hz}$	$\frac{f-f_i}{f_i}$
情况 I	0	247.8		889.4		2 219.0		3 494.9	
情况 II	1/4 处损伤 20%	247.0	-0.32%	882.4	-0.79%	2 212.8	-0.28%	3 495.0	0%
情况 III	1/4 处损伤 50%	240.6	-2.91%	841.7	-5.36%	2 195.4	-1.06%	3 487.7	-0.21%
情况 IV	1/4、1/2 处各损伤 50%	228.8	-7.67%	840.3	-5.52%	2 066.3	-6.88%	3 468.4	-0.76%

由公式(6)可得

$$\varphi_i^e = \frac{\varphi_i^1 - \varphi_{i-1}^1}{x_i - x_{i-1}} \quad (11)$$

梁为矩形截面,滑动简支,梁的材料特性为,  $E = 2.1 \times 10^{11} \text{ Pa}$ ,  $\mu = 0.3$ ,  $\rho = 7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,如图 1 所示,截面尺寸为  $b \times h \times l = 30 \text{ mm} \times 50 \text{ mm} \times 680 \text{ mm}$ ,其中  $b$ 、 $h$ 、 $l$  分别为梁宽、梁高和梁长。

计算分完整和三种损伤情况进行,这样可以通过不同情况下 GSED 的变化来进行损伤的识别。

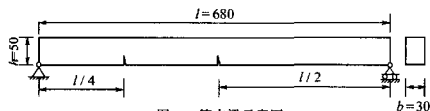


图 1 简支梁示意图  
Fig.1 Pin-forced beam sketch map

损伤程度的定义为截面的抗弯刚度损伤程度,即

$$d = \frac{W_u - W_d}{W_u}$$

为梁上表皮的应变模式的结果。

计算分四种情况进行,情况 I:结构完整,无刚度损失,  $d$  为 0。情况 II:梁在 1/4 处有裂纹,  $d$  为 20%。情况 III:梁在 1/4 处有裂纹,  $d$  为 50%。情况 IV:梁在 1/4 处有裂纹,  $d$  为 50%;在 1/2 处有裂纹,  $d$  为 50%。

由表 1 可见,一定程度的损伤是可以通过频率识别出来的,但是这需要考虑到测试中频率分辨率的问题,文献[6]指出一般实际测量中频率的改变率超过 5% 才能较好的识别。而且不同的损伤位置造成的频率变化不一样。由表中也可看出,当损伤位置在模式振型的较大处时其频率变化也很大,如第二阶弯曲时的情况 II 和情况 III 即如此;而当损伤位置在模式振型的节点(模式不动点,此时应变值为 0)处时,其频率改变则非常的小,如第四阶弯曲时的情况 II、情况 III 和情况 IV 即如此。

即使在某些时候可以通过频率识别出结构损伤的存在,但是却很难确定其损伤的位置。因此可以通过其他的物理量来识别损伤的位置,甚至是损伤的程度。

图 2 为第一阶的 GSED,  $w_i^I = \frac{1}{2} \frac{1}{\omega_i^I} E (\varphi_i^1)^2$ ;图 3

为第二阶的 GSED,  $w_i^{II} = \frac{1}{2} \frac{1}{\omega_i^{II}} E (\varphi_i^2)^2$ 。

根据前面所述,某处  $w$  突然增大,则意味着此截面有损伤,由图 2 ~ 图 4 可见,情况 II ~ 情况 IV 的广义应变比能在离梁左端 0.17 m 处为极大值,而这正好是在 1/4 处,此处情况 II ~ 情况 IV 中均有不同程度损伤,说明用 GSED 可以识别损伤的存在。

图 2 和图 4 中,情况 IV 的 GSED 在离梁左端 0.34 m 处于极大值,此处为梁 1/2 处,有损伤存在。而在图 3 中则没有极大值存在,这是因为此时为二次弯曲振型,在梁跨中部为节点,此处的应变趋于零,即使损伤也不会改变其特性,所以此时情况 III 和情况 IV 的结果重合在一起。

针对结构振型中节点存在的事实,不能单纯通过计算某一阶的 GSED 来识别损伤,这时可能造成遗漏。所以应该比较严格的按照式(9)中的定义,将几阶的结果相加,这样可以有效地避免某阶的节点。前几阶振型 GSED 的结果相加一般能较好保证识别出损伤的存在和位置。

另外应尽量选取低阶振型,这是因为从能量的角度来说,低频的振动容易发生,对结构影响更大,所以式(9)中定义的 GSED 与  $\omega^2$  成反比,而且高阶振型可能混淆振型峰值和损伤引起的 GSED 极大值。

表 2  $D_i$  进行损伤程度的识别

Tab.2 Damage Extent Identifying by  $D_i$

损伤状况	情况 I	情况 II	情况 III	情况 IV
$D_i$ 极大值	1	1.14	2.30	2.13 2.02
识别的刚度损伤 $\Delta W_I / \%$	0	12.3	56.5	53.1 50.5
实际刚度损失 $\Delta W_R / \%$	0	20	50	50 50
误差 $[(\Delta W_I - \Delta W_R) \Delta W_R] / \%$	0.0	-38.5	13.0	6.2 1.0

由表 2 可见,在一定程度上可以通过  $D_i$  识别出损伤程度,而且损伤越严重,其识别的精度越高。但是要注意,如果裂纹位置离测试结点很近,那么很可能由于应力集中而使识别出的结果偏大。

## 4 结论

首次在应变模式识别结果的基础上提出广义应变

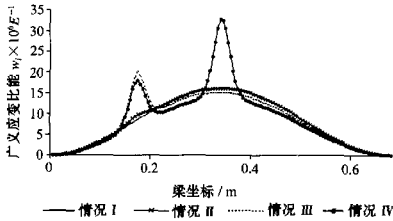


图2 第一阶 GSED

Fig.2 First bank GSED

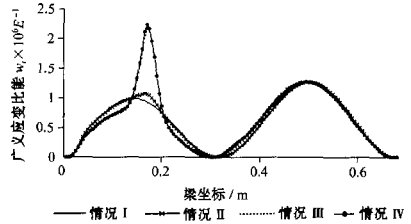


图3 第二阶 GSED

Fig.3 Second bank GSED

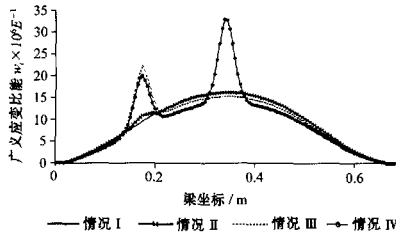
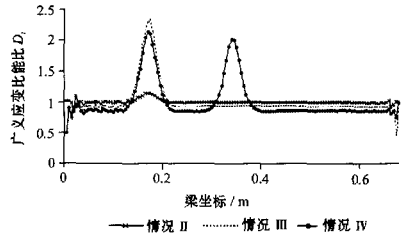


图4 综合 GSED

Fig.4 General GSED

图5 广义应变比能比  $D_i$ Fig.5 GSED ratio  $D_i$ 

## References

- LI Debao, ZHUGE Hongcheng, WANG Bo. On the principle and technique of experimental strain modal analysis. *Journal of Tsinghua University*, 1990, 30(2): 105-112 (In Chinese) (李德葆, 诸葛鸿程, 王波. 实验应变模态分析原理和方法. 清华大学学报, 1990, 30(2): 105-112).
- LIU Quhai. Neural networks methods in detection of structural modification and damage based on strain mode theory [Ph D Thesis]. Beijing: Tsinghua University, 1997 (In Chinese) (陆秋海. 基于应变模态理论的结构修改和损伤神经网络辨识方法研究 [博士学位论文]. 北京: 清华大学, 1997).
- DONG Cong. A method for locating damage using structural dynamics parameter. *Mechanics and Practice*, 1999, 21(4): 62-63 (In Chinese) (董聪. 基于动力特性的结构损伤定位方法. 力学与实践, 1999, 21(4): 62-63).
- DENG Yan, YAN Puchiang. New approach for strain modal measurement and damage detection of bridges. *Journal of Tsinghua University*, 2000, 40(11): 123-127 (In Chinese) (邓彦, 严普强. 梁及桥梁应变模态与损伤测量的新方法. 清华大学学报, 2000, 40(11): 123-127).
- MA Hongwei, YANG Guitong. Methods and advances of structural damage detection. *Advances in Mechanics*, 1999, 29(4): 513-527 (In Chinese) (马宏伟, 杨佳通. 结构损伤探测的基本方法和研究进展. 力学进展, 1999, 29(4): 513-527).
- Salawu O S. Detection of structural damage through changes in frequency: A review. *Eng. Struct.*, 1997, 19(9): 718-723.
- Scott W Doebbling, Charles R Farrar, Michael B. Prime. A summary review of vibration-based damage identification methods. *The Shock and Vibration Digest*, 1998, 30(2): 91-105.
- Scott W Doebbling, Francois M Hemez, Lee D Peterson, et al. Improved location accuracy using strain energy-based mode selection criteria. *AIAA Journal*, 1997, 35(4): 693-699.

比能(GSED)的概念,并将其应用于结构的损伤识别之中。通过前面所述,GSED方法有如下优点:

1)实际测试中广义应变比能(GSED)可以直接利用识别出的应变模态振型结果来分析,无需复杂的数学运算,可以较好地避免由于多次运算带来的噪声放大,因此能较好地应用于工程实际中。

2)在单个损伤和多处损伤的情况下,运用 GSED 识别结构损伤的方法同样可以得到很好的结果。由图 2、图 4、图 5 所示可以很明显的识别出损伤以及损伤的位置,特别是图 4 和图 5 中的结果不受振型结点的限制。

3)GSED 不仅可以判别结构是否存在损伤,而且可以识别出损伤的位置,并且在结构的测试数据完整的情况时可以有较好的判断结构损伤的程度。由表 2 可见,当损伤较大时,判别出的损伤程度和实际值误差在 10% 以内。

4)在实际测试中,往往只能得到结构的低阶模态,而采用 GSED 方法进行损伤识别只需要前几阶模态结果即可得到较理想的结果。

在结构的材料特性和边界条件都比较清楚的情况下,可以将测试点结果和理想结构(一般为完整结构)的计算结果进行比较,这样可以更好地通过正问题来协助损伤识别。