

半浮区液桥热毛细振荡流^{1), 2)}

唐泽眉 阿 燕 胡文瑞
(中国科学院力学研究所, 北京 100080)

摘要 采用非定常、三维直接数值模拟方法研究大 Pr 数半浮区液桥热毛细对流从定常流向振荡流的过渡过程. 文中详细描述了热毛细振荡流的起振和振荡特征, 给出了液桥横截面上振荡流的流场和温度分布. 在地面引力场条件下计算的结果与地面实验的结果进行比较, 得出液桥水平截面上的流场和温度分布图样以一定的速度旋转, 自由表面固定点处流体的环向流速正、负交替变化的一致结论.

关键词 热毛细对流, 三维数值模拟, 微重力流体力学

引 言

在微重力环境中, 浮力对流极大地减弱, 采用浮区晶体生长方法, 可减少器壁污染, 并有可能得到大尺寸的优质晶体. 二十多年来, 浮区法的空间应用前景引起了许多国家的兴趣. 在浮区的自由面或界面上, 温度非均匀分布会驱动流体对流, 称为表面张力梯度驱动或热毛细对流. 70 年代末以来, 透明介质半浮区液桥被广泛地用于热毛细对流研究^[1~3]. 实验发现, 当液桥两端的外加温度差超过其临界值时, 定常和轴对称的热毛细对流会转变为不定常和非对称的三维振荡对流. 振荡对流会在生长的晶体中产生条纹, 影响晶体的质量. 从流体力学的角度看, 这种非浮力驱动的自然对流体体系的转换问题对流体力学基础研究会有重要意义.

直到目前, 提出了多种半浮区液桥中热毛细对流的振荡机理. 一般认为, 大 Pr 数液桥中热毛细对流的振荡机理与小 Pr 数流体热毛细对流的振荡机理不同. 在大 Pr 数流体热毛细振荡流中, 热和流动的耦合十分重要. Smith 和 Davis^[4,5] 对平面流体层进行了线性稳定性分析, 提出热流体不稳定性或表面波不稳定性是热毛细振荡对流产生的原因. 徐建军和 Davis^[6], Wanschura 等人^[7] 采用线性稳定性分析方法, 分析轴对称区域热毛细对流的稳定性, 给出了热毛细振荡流的振荡模式及临界 Marangoni 数. Ostrach 等人^[8] 提出在表面张力梯度驱动的流动中, 流场对温度的响应有一延迟, 由表面变形形成的表面流动和中心回流的时间滞后耦合, 是引起热毛细对流振荡的原因, 胡文瑞和唐泽眉^[9] 对热毛细对流的数值模拟, 地面实验及空间实验结果进行了量级分析, 提出 Rayleigh 不稳定性可以是热毛细振荡对流产生的原因. Rupp 等人^[10] 发现小 Pr 数流体热毛细振荡流形成之前, 会出现三维非对称的定常流态. Hadid 和 Roux^[11], M. Levenstam 等人^[12] 进行的小 Pr 数流体热毛细对流直接数值模拟证明了上述的结果. 一般认为, 小 Pr 数流体热毛细对流的振荡机理是流体动力学不稳定性, 液桥自由面上的温度梯度仅起到驱动流体对流的作用.

1999-03-22 收到第一稿, 1999-04-25 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金资助项目 (19789201).

2) 谨以此文纪念郭永怀教授 90 周年诞辰.

通常的半浮区液桥悬浮在上、下两个同心的铜棒之间，实验中只能观测到液桥纵剖面上的流动情况。日本早稻田大学用透明的蓝宝石上平面代替上铜棒，观测到了液桥水平截面上的流动图样。而韩国的 J. Lee 等人^[13]用镶嵌在铝环中的玻璃平面代替上铜棒，发现了在振荡过程中液桥水平截面上的流动在旋转。阿燕等人^[14]采用 PIV 方法，通过镶嵌在铜环中的玻璃上平面进行了水平和垂直截面内流速场的实时测量。Savino 和 Monti 用直接数值模拟研究了振荡热毛细对流的三维流场结构和温度分布，得到驻波和行波两种模式，计算的临界 Marangoni 数及振荡频率与火箭及空间实验室的实验结果一致。姚永龙等人进行了不同体积比半浮区液桥热毛细对流起振过程中温度和自由面变形的实时测量，发现由温度振荡确定的临界温度差比从自由面振荡确定的临界温度差值要高。

本文采用三维非定常有限元直接数值模拟方法，研究半浮区液桥热毛细对流的流场和温度的三维结构，定量追踪速度及温度的起振过程，与实验结果进行了比较，更深入地揭示了热毛细对流的振荡机理。有关更广泛参数的结果，将在其它文章中论述。

1 物理模型及数学描述

计算所采用的模型是悬浮在两个平行且同心的铜圆柱之间的 10 cSt 硅油半浮区液体桥。液桥上、下铜圆柱直径为 $d_0 = 5\text{ mm}$ ，液桥高 3.5 mm (图 1) 以 4°C/s 的加热速率逐渐升高上铜柱

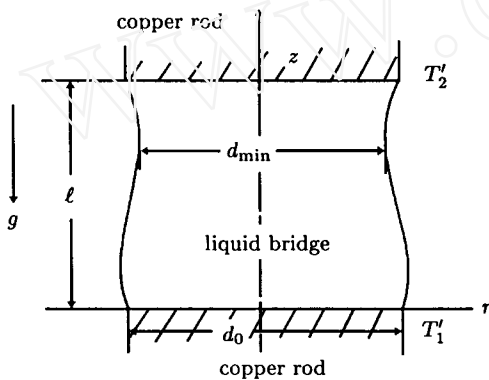


图 1 液桥模型

Fig.1 Model of liquid bridge

的温度 T_2' ，下部铜柱的温度保持常温 T_1' ，上、下温度差导致自由表面上的温度梯度，在液桥中形成表面张力梯度驱动对流。液桥的体积比 $V/V_0 = 0.805$ ，相应于 $d_{\min}/d_0 = 0.8$ ，其中， V 和 V_0 分别为硅油液桥的体积和圆柱体积 $\pi d_0^2 l/4$ ， d_{\min} 是液桥最小直径。采用圆柱坐标系，坐标原点在下方圆柱面中心处， z 轴垂直向上，与引力矢量方向相反。液桥自由面的形状由未加温时的静态平衡条件决定，不计入加温和振荡过程中自由面的变化。液桥高度 L 用作特征长度，特征流速 $U_r = \frac{|\partial\sigma/\partial T|(T_* - T_1')}{\rho\nu}$ ，

从自由面的切向应力平衡条件决定。其中 T_* 为

一参考温度，本计算中取为 45°C 。无量纲量定义如下

$$\left. \begin{aligned} r &= \frac{r'}{\ell}, \quad z = \frac{z'}{\ell}, \quad u = \frac{u'}{U_r}, \quad v = \frac{v'}{U_r}, \quad w = \frac{w'}{U_r} \\ T &= \frac{T'}{(T_* - T_1')}, \quad Rs = \frac{U_r L}{\nu}, \quad Ma = \frac{U_r L}{\kappa}, \quad Gr = \frac{g\beta(T_* - T_1')\ell^3}{\nu^2} \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

其中 β, ν, κ 分别是热膨胀系数，运动学粘性系数和热扩散系数， g 为引力常数， σ, ρ 和 $\Delta T = T_* - T_1'$ 分别指表面张力系数，硅油密度，液桥特征温度差。上标 ' 表示有量纲量。引入涡度 ω ，流函数 ψ 的无量纲方程

$$\nabla \times \psi = V, \quad \nabla \times V = \omega \quad (1.2)$$

则非定常、三维无量纲方程组为

$$\nabla \times \nabla \times \psi = \omega \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \omega - \omega \cdot \nabla \mathbf{V} = \frac{1}{Rs} (\nabla^2 \omega + \nabla \times \mathbf{F}) \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla T = \frac{1}{Ma} \nabla^2 T \quad (1.5)$$

其中外力只包括引力 $\mathbf{F} = -gz$.

边界条件可以归纳如下:

在液固界面 $z = 0$ 和 $z = 1$ 上

$$\psi_r = \psi_\theta = 0, \quad \frac{\partial \psi_z}{\partial z} = 0 \quad (1.6)$$

$$\omega_r = -\frac{\partial v}{\partial z}, \quad \omega_\theta = \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \omega_z = 0 \quad (1.7)$$

$$\left. \begin{aligned} T(r, \theta, 0, t) &= 0 \\ T(r, \theta, 1, t) &= f(t) \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

其中

$$f(t) = \begin{cases} \alpha_T t / \Delta T, & t < \Delta T / \alpha_T \\ 1, & t \geq \Delta T / \alpha_T \end{cases} \quad \alpha_T \text{ 为加热速率并假设为常数.}$$

在液桥自由面 $r = f(z)$ 上

$$\psi_s = \psi_\theta = 0, \quad \nabla \cdot \psi = 0 \quad (1.9)$$

$$\omega_\theta = \left\{ \frac{(1+f'^2)}{(1-f'^2)} \frac{\partial T}{\partial S} + \frac{2f'}{(1-f'^2)} \left(\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 2 \frac{\partial u}{\partial z} \right\} \quad (1.10)$$

$$\omega_z = \frac{(1+f'^2)^{1/2}}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + 2 \frac{\partial v}{\partial r} - f' \left(\omega_r + 2 \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (1.11)$$

$$\omega_r = \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{\partial v}{\partial z} \quad (1.12)$$

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad (1.13)$$

其中 $f' = df/dz$, 而 \mathbf{n} 指法向.

初始时刻的外加温度差 ΔT 为零, 速度是零, 温度在液桥内均匀分布. 然后, 外加温度差以 4°C/s 的速率增加, 当温度差增加到 $\Delta T = T_* - T' = 45^\circ\text{C}$ 时, 维持此温度差值不变.

三维、非定常分步杂交有限元方法用于 10 cSt 硅油液体桥热毛细振荡流计算, 半浮区液桥被分为 16416 个四面体单元, 共有 3128 个节点. r, θ, z 方向的网格数相应是 9, 24, 17. 没有网格点与 z 轴重合, 避免了圆柱坐标系中心轴上的奇异性. 特征线法用于涡度及温度方程的对流部分计算, 以计入大外加温度差时热毛细对流的强非线性效应. 流函数方程及涡度、温度方程中的扩散部分用有限元方法处理.

为了校验程序的正确性, 本程序的计算结果 ($g = 0, \ell/d_0 = 10$, 圆柱液桥), 与小对流情况下, 无限长液桥分析解^[6]及二维、轴对称、非定常热毛细对流数值计算结果进行了比较, 除在自由面处有 14% 的误差, 其余部分基本一致. 在大 Rayleigh 数条件下用本计算程序进行了水平圆柱浮力对流计算, 得到的无量纲轴向流速小于 Monti 和 Bontoux 等人的数值结果, 与 Bejan 等人的分析解比较接近 (图 2).

2 数值计算结果

2.1 热毛细对流的起振过程

图 3 给出了在 $z/\ell = 0.5$ 处的液桥横截面自由边界上四个点的 ($\theta = 0, \pi/4, \pi, 3\pi/2$) 环向速度和温度的演化过程. 当 ΔT 小于临界值时, 四个点的温度和流动速度基本一致, 环向速度接近于零, 流动是轴对称的. 当 ΔT 大于临界值时, 振荡环向速度和温度的振幅在大约一个周期内逐渐增加到一定值. 在振幅增加的同时, 四点处的振荡流速和振荡温度曲线逐渐分开, 形成一定的相位差. 之后, 随作用温度差的加大振幅基本不变. 自由面边界的固定点处, 环向速度的方向随时间从正到负周期变化, 环向速度的振幅度约为 10 mm/s 与液桥的最大速度同量级, 振荡温度的最大振幅是 0.17°C , 较外加温度差约小一个量级. 振荡频率为 0.4 Hz.

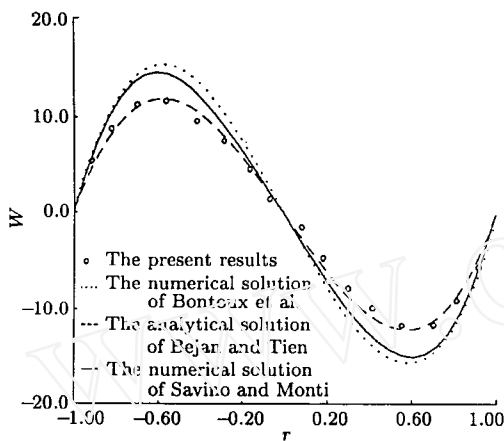


图 2 不同加热端壁, 传导侧壁水平圆柱浮力对流的轴向速度比较 ($z/\ell = 0.5$)

Fig.2 Comparison of the longitudinal velocities at $z/\ell = 0.5$ cross-section for the convection driven by buoyancy in a horizontal cylinder with different-temperature end walls

实验观测发现, 当外加温度差低于临界温度差时, 流场和温度分布是定常和轴对称的. 反之, 流场和温度分布是三维非定常的. 选取液桥横截面 ($z/\ell = 0.5$) 边界上最大温度和最小温度之差与外加温度差之比 $\delta_T = (T_{\max} - T_{\min})/\Delta T$ 和 $\delta_v = (V_{\max} - V_{\min})/U_{\max}$ 表征温度和流场的非对称性, 其中, δ_v 为液桥横截面 ($z/\ell = 0.5$)

实验观测发现, 当外加温度差低于临界温度差时, 流场和温度分布是定常和轴对称的. 反之, 流场和温度分布是三维非定常的. 选取液桥横截面 ($z/\ell = 0.5$) 边界上最大温度和最小温度之差与外加温度差之比 $\delta_T = (T_{\max} - T_{\min})/\Delta T$ 和 $\delta_v = (V_{\max} - V_{\min})/U_{\max}$ 表征温度和流场的非对称性, 其中, δ_v 为液桥横截面 ($z/\ell = 0.5$)

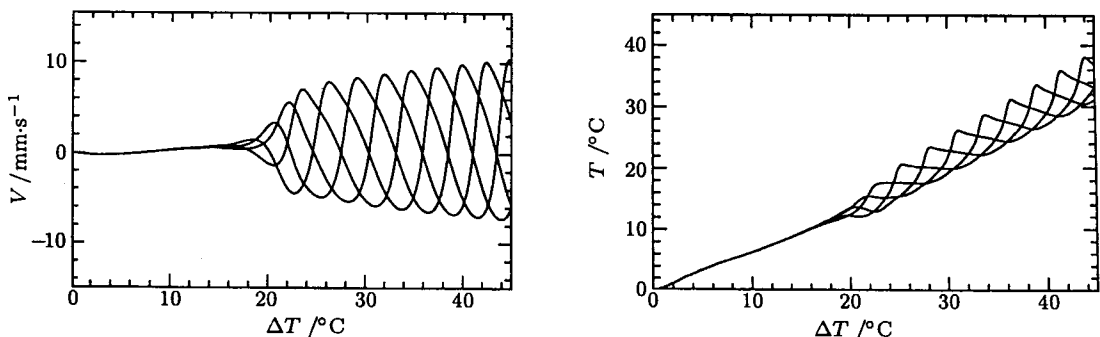


图 3 液桥横截面边界上四点 ($\varphi = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$) 的环向速度 (左) 和温度 (右) 随温度的演化过程 ($z/\ell = 0.5$)

Fig.3 The evolitional processes of azimuthal velocity (left) and temperature (right) depending on the increasing temperature at the four boundary locations ($\varphi = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$) of the cross-section $z/\ell = 0.5$

边界上最大环向速度和最小环向速度之差与液桥中最大流速之比。 δ_T 和 δ_v 随外加温度差增加的演化过程如图 4 所示。图 4 表明，环向扰动速度与平均速度同量级而扰动温度却比平均温度小一个量级。这些结果与实验观测相符。这表明，在逐渐加热的过程中，环向速度先于温度失去轴对称性，由定常流转变为振荡流。直接数值模拟克服了线性稳定性分析方法的局限性，给出了液桥热毛细振荡对流的非线性起振过程和振荡特征。

2.2 液桥横截面上的三维流场和温度分布

当外加温度差 ΔT 超过临界温度差 $(\Delta T)_c$ 并维持在 45°C 时，液桥 $z/\ell = 0.5$ 的中心截面上，流场和温度分布在一个周期内的演化过程绘制在图 5 上。从图 5 可以看出，流场和温度分布是非轴对称的，流速和温度分布的图样以一定的频率向反时针方向旋转，旋转过程中图样保持不变。10 cSt 硅油实验液桥具有与计算液桥相同的直径，尺度比和体积比。实验液桥的上端是透明的 4 mm 直径玻璃圆盘，镶嵌在 5 mm 外径的铜圆环中。当外加温度差维持在 45°C 时，采用 PIV 方法量测得出的 $z/\ell = 0$ 截面上的振荡流场。由于铜环的遮挡，实验仅观测到内部的流场(图 6)。对比图 6 与图 5 可以看出，实验和计算所得到的横截面上的流动图样相似，流速量级一致，随着时间的增加，均向反时针方向旋转。图 7 表示，相应于 $\Delta T = 45^\circ\text{C}$ 的某一时刻，计算得到的液桥三个不同高度的横截面上， $z/\ell = 0.26, 0.5, 0.74$ 的流场及温度分布。我们注意到(图 7)在液桥的中心，流体从高温区流向低温区流动。而在任一水平截面的边界上，环向速度从冷点朝向热点，这与小 Pr 数液桥的计算结果一致，与一般对大 Pr 数液桥热毛细对流行为的估计相反。

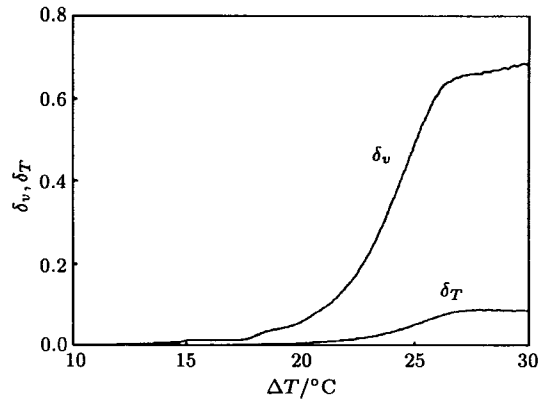


图 4 δ_v 和 δ_T 随外加温度差 ΔT 的演化
Fig.4 The evolution of δ_v and δ_T depending on the applied temperature difference ΔT

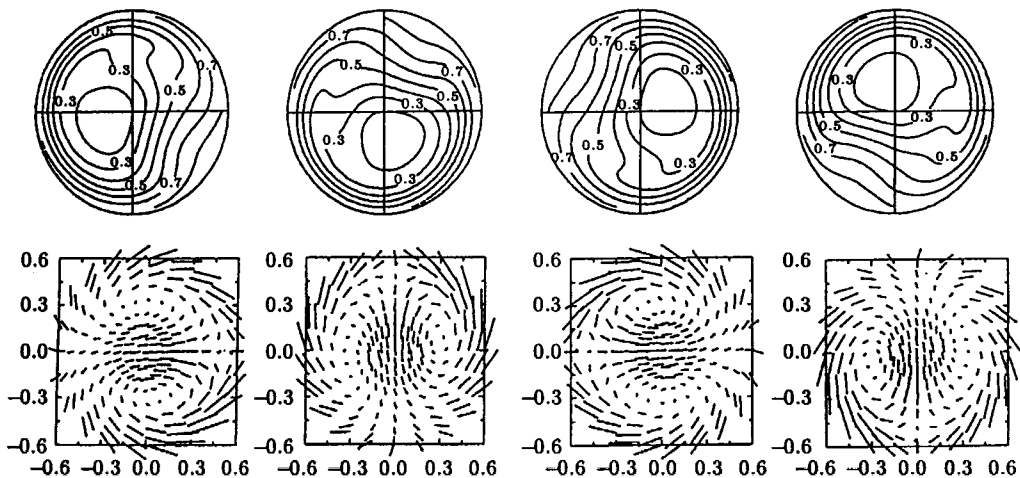


图 5 一振荡周期内液桥横截面上的流场(下)和温度分布(上) ($z/\ell = 0.5$)
Fig.5 Flow field (lower) and temperature field (upper) at a cross-section $z/\ell = 0.5$ in one period

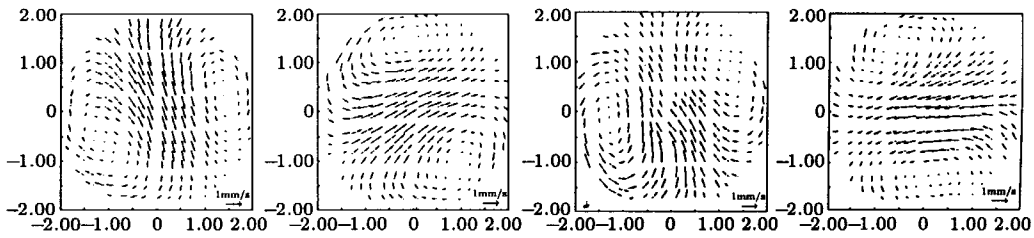


图 6 一振荡周期内液桥横截面上的实测流场 ($z/l = 0.5$)

Fig.6 Experimental results of flow field at a cross-section $z/l = 0.5$ in one period

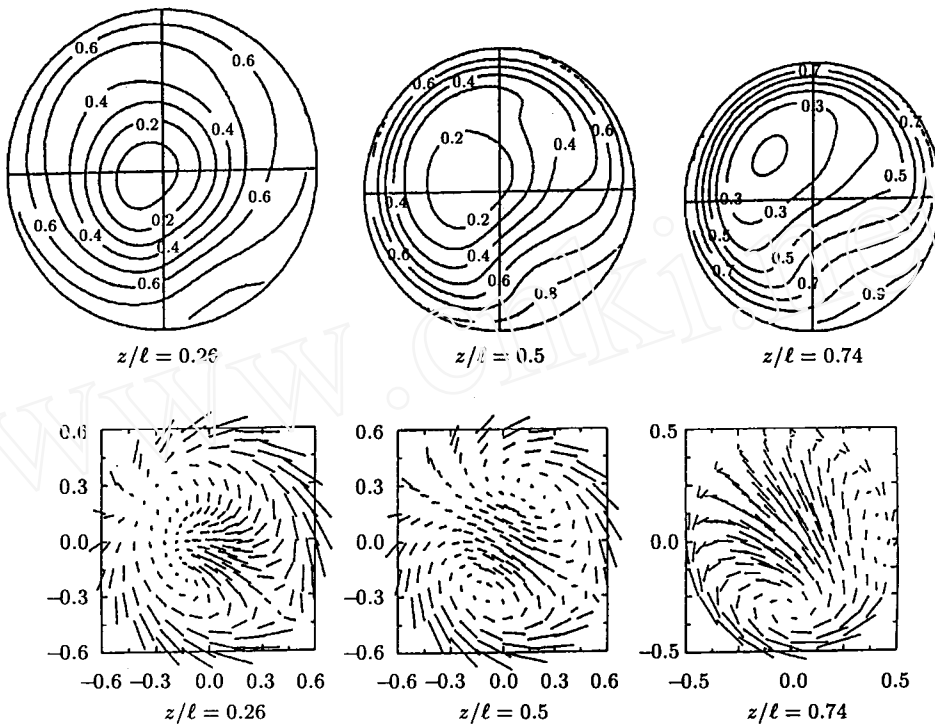


图 7 液桥不同高度横截面上的流场 (下) 和温度分布 (上) ($\Delta T = 45^\circ\text{C}$)

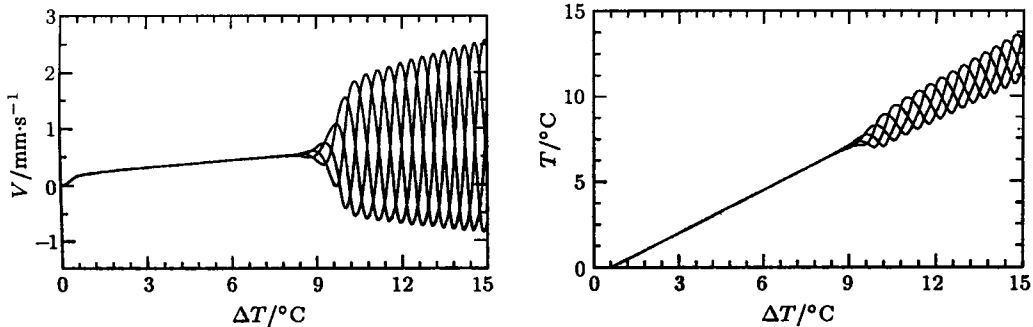
Fig.7 The flow fields (lower) and temperature distributions (upper) at the different horizontal cross-section of the liquid bridge for case $\Delta T = 45^\circ\text{C}$

3 结论和讨论

外加温度差在液桥自由面上形成表面张力梯度, 驱动液桥中的流体对流. 当外加温度差超过临界温度差时, 流动失稳, 流场和温度场均发生振荡. 液桥起振时的临界温度差随充液液体的性质 (Pr 数), 液桥的尺度比, 体积比和重力水平而变化. 三维数值模拟按 $\delta_v/2 = 0.01$ 确定的临界温度差要低于实验所测得的温度差. 三维数值模拟得到了地面液桥的临界温度差与体积比的关系曲线, 该曲线按体积比分为两支, 瘦桥和胖桥分支有不同的变化规律, 与地面实验结果一致 [15].

图 8 描述了空间微重力条件下液桥热毛细对流的起振过程, 空间液桥的直径为 15 mm, 液桥高度为 12 mm, 体积比 $V/V_0 = 0.8$, 重力水平 $g = 10^{-4}g_0$. 图 8 和图 3 十分相似, 但空间液桥

的起振温度远小于地面液桥的起振温度，这是由于空间液桥的高度大于地面液桥的高度所致。二者的临界 Marangoni 数量级一致，差别不大。这表明，在地面实验中，采用小尺度液桥，其 Bond 数 ≤ 1 ，接近空间液桥的 Bond，可以较好地模拟空间液桥热毛细对流。



$$L = 12 \text{ mm}, D_0 = 15 \text{ mm}, V/V_0 = 0.8, g = 1 \times 10^{-4} g_0$$

图 8 空间液桥横截面边界上四点 ($\theta = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$) 的环向速度 (左) 和温度 (右) 随温度的演化过程

Fig.8 The evolitional processes of azimuthal velocities (left) and temperatures (right) depending on the four boundary locations ($\theta = 0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$) of cross-section $z/l = 0.55$ in case of the microgravity environment

所得到的液桥横截面上的流场结构和温度分布表明，在液桥横截面上的流场和温度分布的图样以固定频率朝一定方向旋转，液桥横截面边界固定点处的环向速度正、负方向交替变化。与 J. Lee^[15] 的结论不同，流场和温度分布图样的旋转速度不同于流体质点的流动速度。这说明了热毛细振荡对流的波动特征。

参 考 文 献

- 1 Chun CH, West W. Experiments on the transition from the steady to the oscillatory Marangoni convection of a floating zone under reduced gravity effect. *Acta Astronautica*, 1979, 6: 1073
- 2 Preisser F, Schwabe D, Scharmm A. Steady and oscillatory Marangoni convection in liquid columns with free cylindrical surface. *J Fluid Mechanics*, 1983, 126: 545
- 3 Cao ZH, You HT, Tang ZM, Hu WR. Experimental investigation of thermocapillary convection in half floating zone. *Adv Space Res*, 1991, 11(7): 229
- 4 Smith MK, Davis SH. Instabilities of dynamic thermocapillary liquid layers. Part 1. Convective instability. *J Fluid Mech*, 1983, 132: 119
- 5 Smith MK, Davis SH. Instabilities of dynamic thermocapillary liquid layers. Part 2. Surface-Wave instability. *J Fluid Mech*, 1983, 132: 145
- 6 Xu J-J, Davis SH. Convective thermocapillary instabilities in liquid bridges. *Phys Fluid*, 1984, 27(5): 1102~1107
- 7 Wanschura M, Shevtsova VM, Kuhlmann HC, Rath HJ. Convective instability mechanisms in thermocapillary liquid bridges. *Phys Fluids*, 1995, 7(5): 912~925
- 8 Ostrach S, Kamotani Y, Lai CL. Oscillatory thermocapillary flows. *PCH Physico Chemical Hydrodynamics*, 1985, 6: 585
- 9 Hu WR, Tang ZM. Excitation mechanism of thermocapillary oscillatory convection. *Science in China*, 1990, 33: 934
- 10 Rupp R, Muller G, Neumann G. Three-dimensional time dependent modelling of the Marangoni convection in a zone melting configuration for GaAs. *J Crystal Growth*, 1989, 97: 34
- 11 Hadid B, Roux B. Thermocapillary convection in long horizontal layers of low-Prandtl number melts subject to a horizontal temperature gradient. *J Fluid Mech*, 1990, 221: 77

- 12 Levenstam M, Amberg G. Hydrodynamic instabilities of thermocapillary flow in a Half-zone. *J Fluid Mech*, 1995, 297: 357~372
- 13 Lee J, Lee D-J, Lee JH. On the mechanism of oscillation in a simulated floating zone. *J Crystal Growth*, 1995, 152: 341~346
- 14 Ar Y, Tang ZM, Hu WR. The measurement of azimuthal velocity field for oscillatory thermocapillary convection of floating half zone. *Microgravity Science and Application*, 1998, 10: 129
- 15 Hu WR, Shu JZ, Zhou R, Tang ZM. Influence of liquid bridge volume on the onset of oscillation in floating zone convection. I Experiment. *J Crystal Growth*, 1994, 142: 379

THE OSCILLATORY THERMOCAPILLARY CONVECTION IN A FLOATING ZONE^{1),2)}

Tang Zemei Ar Yan Hu Wenrui

(*Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China*)

Abstract The convection driven by buoyancy is weakened in microgravity environment. It is possible to obtain a high-quality and large-scale crystal by using floating zone method without pollution and shear from wall of the container in space. The convection driven by surface-tension gradient at the free surface, called as thermocapillary convection, will be dominant in microgravity environment. The half floating zone has been used as one of the models to study thermocapillary convection since the end of 1970s. The experiments discovered that the steady and axisymmetric thermocapillary convection becomes unsteady and asymmetric oscillatory convection if the applied temperature difference is over the critical value. The thermocapillary oscillatory convection will affect the quality of the crystal. The oscillatory mechanism of thermocapillary convection is an open and interesting problem.

The transient process from steady convection to oscillatory convection in a liquid bridge of floating half zone with large Prandtl number fluid is studied by using the numerical method of unsteady and three-dimensional calculation in the present paper. The onset process of oscillation and oscillatory features are discussed in detail, and the flow fields and temperature distributions in the cross-section of liquid bridge are obtained. The calculated results for the case of one-g condition on the ground are compared with the experimental one for the same condition. Both results conclude that, the patterns of flow field and temperature field in a horizontal cross-section of liquid bridge rotate at a certain rotating velocity, however, the azimuthal velocity at a fixed point changes alternately between positive and negative values.

Key words thermocapillary convection, three-dimensional numerical simulation, microgravity fluid mechanics

Received 22 March 1998, revised 25 April 1999.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China.

2) In memory of academician Kuo Yonghai's 90 anniversary.