

文章编号 : 0258-1825 (2001) 04-0420-07

# 强粘性层流理论及在粘性流计算中的应用

高 智

(中国科学院力学研究所 LHD 实验室, 北京 100080)

**摘要:** 对高雷诺数流动计算, 为了解决部分粘性项甚至全部惯性粘性项落入误差与流动物理尺度的关系问题, 本文提出强粘性流动理论。强粘性流中至少有一个粘性项与惯性项同量阶, 理论包含了物理尺度各向相同极限、经典边界层和多层边界层理论为其特例, 给出了从经典边界层向物理尺度各向相同极限演化的尺度规律和粘性惯性诸项变化的量阶关系, 阐明了粘性与惯性力强相互作用将在剪切层的法向以及流向同时“激发”小尺度结构。对粘性流计算, 利用强粘性剪切流尺度律重新标度 NS 格式的修正微分方程, 给出临界网格尺度与流动物理尺度和差分格式精度的关系, 得到部分粘性项落入误差和计算结果为非物理数值粘性解的二个判据。并以流场中的边界层、驻点和分离点邻域计算为例说明理论的应用, 对强粘性剪切流计算、证实部分粘性项甚至全部粘性惯性项落入误差的问题值得重视。

**关键词:** 高雷诺数流动; 强粘性层流理论; 计算流体力学; Navier-Stokes 方程组

**中图分类号:** O357      **文献标识码:** A

## 0 引 言

关于高雷诺数流动的 Navier-Stokes (NS) 方程组计算已有大量文献, 近来张涵信等<sup>[1]</sup>对此作了评估, 结论是在常见的差分格式精度和网格尺度条件下, 一些或相当多的粘性项属于计算误差, NS 方程组计算其实相当于计算某种简化的 NS 方程组。这个结论大体也适用于湍流 DNS、湍流大涡模拟 (LES) 和 Reynolds 平均 NS (RANS) 方程组计算。对 LES 和 RANS 方程组计算, 由于雷诺数更高, 粘性项落入误差的情况可能更严重。因此关于粘性项落入计算误差、特别是计算结果为非物理数值粘性解的起因、参量条件和解决办法等, 成为一个值得研究的课题。为此本文提出强粘性流动区域的概念, 强粘性流区域外的流场中粘性作用比较次要, 因此强粘性流的理论和数值分析结果可以比较完整地解决上述课题, 为越来越普及的高  $Re$  数 NS 方程组计算及其改进提供理论依据。

## 1 强粘性层流理论

对高雷诺数流动, 我们定义强粘性流动, 强粘性流动指流场中至少有一个粘性项与惯性项同量阶的流动区域; 在强粘性流以外的流动区域中粘性项比较次要。强粘性剪切流和强粘性扩散迎风流动是最主要的强粘性流动。强粘性剪切流的两个重要特例是经典边界层和多层

收稿日期: 2001-02-19; 修订日期: 2001-06-03.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目, 中国科学院“九五”重大项目和中国科学院 LHD 实验室资助项目.

(三层)边界层的下层<sup>[3,4]</sup>。在流速和坐标变量分别用来流速度  $U$  和边界尺度  $L$  归一化的条件下,不可压二维边界层的流向和法向长度尺度  $x_p$  和  $y_p$  以及流向和法向速度尺度  $u_p$  和  $v_p$  为  $(x_p, y_p; u_p, v_p) = (1, Re^{-\frac{1}{2}}; 1, Re^{-\frac{1}{2}})^{[3]}$ ; 三层下层的物理尺度为  $(Re^{-\frac{3}{8}}, Re^{-\frac{5}{8}}; Re^{-\frac{1}{8}}, Re^{-\frac{3}{8}})^{[4]}$ ,因此二维不可压强粘性流动的物理尺度可表示为<sup>[2]</sup>

$$(x_p, y_p; u_p, v_p) \cong (Re^{-n_x}, Re^{-n_y}; Re^{-n_u}, Re^{-n_v}) \tag{1}$$

其中  $Re = \frac{UL}{\mu}$ ,  $Re \gg 1$ , 物理尺度指数  $n_x, n_y, n_u$  和  $n_v$  通过分析 NS 方程中粘性和惯性诸项的量阶关系求得。二维不可压缩 NS 方程组为

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{2a}$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \tag{2b}$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \tag{2c}$$

若强粘性剪切流的近似主流方向为  $x$  - 方向,则由 NS 方程组(2) 推知:  $\frac{\partial u}{\partial x} \sim \frac{\partial v}{\partial y}, u \frac{\partial u}{\partial x} \sim \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ , 并假设剪切层内能量耗散率

$$= \frac{d}{dt} \left[ \frac{1}{2} (u^2 + v^2) \right] \cong \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} u^2 \right) \cong \left( u \frac{\partial u^2/2}{\partial x} + v \frac{\partial u^2/2}{\partial y} \right) \tag{3}$$

与  $Re$  近似无关(该假设的正确性见下文),由此导出强粘性剪切流的物理尺度为

$$(x_{ps}, y_{ps}; u_{ps}, v_{ps}) \cong (Re^{-\frac{3}{2}q}, Re^{-\frac{1}{2}(1+q)}; Re^{-\frac{1}{2}q}, Re^{-\frac{1}{2}(1-q)}) \tag{4a}$$

其中

$$q = \ln \frac{u_{ps}}{x_{ps}} / \ln Re = - n_u + n_x \tag{4b}$$

在强粘性剪切层主流方向上,粘性项与惯性项为同量阶的强粘性扩散迎风层的物理尺度  $(x_{pd}; u_{pd})$  推出为

$$(x_{pd}; u_{pd}) \cong (Re^{-(1-n_{ud})}; Re^{-n_{ud}}) = (Re^{-(1-\frac{q}{2})}, Re^{-\frac{1}{2}q}) \tag{5}$$

图 1 给出  $-\ln / \ln Re$  随参数  $q$  的变化关系,这里  $x_{ps}, y_{ps}, u_{ps}, v_{ps}, x_{pd}$  和  $u_{pd}$  中的任何一个量。由式(4)、(5)及图 1 可知:(1) 参量  $q$  的变化范围是:  $0 \leq q \leq \frac{1}{2}$ 。  $q=0$  时强粘性剪切流为经典边界层<sup>[3]</sup>,  $q = \frac{1}{4}$  时为边界层分离点邻域多层边界层(三层)的下层<sup>[4]</sup>,  $q = \frac{1}{2}$  时为物理尺度各向相同的流动结构。可见,粘性力与惯性力之间同量阶的强相互作用不仅“激发”法向小尺度流动结构,而且也“激发”流向小尺度结构。(2) 当  $q < \frac{1}{2}$  时,剪切层流向长度尺度远大

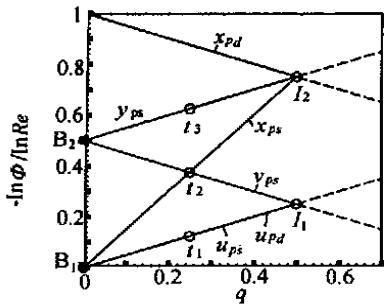


图 1  $-\ln \phi / \ln Re$  随参数  $q$  的变化  
Fig. 1 Variation of  $-\ln \phi / \ln Re$  with parameter  $q$

于法向长度尺度,  $x_{ps} \gg y_{ps}$ , 强粘性剪切层为薄层。当  $q < \frac{1}{2}$ ,  $x_{ps} \gg y_{ps} \gg x_{pd}$ , 粘性剪切与粘性扩散物理尺度趋向相同。(3) 利用物理尺度关系式(4) 容易对 NS 方程中粘性和惯性诸项在剪切层内的量阶大小作出估计, 它们已在 NS 方程组(2) 的下方标出。可见,  $q < \frac{1}{2}$  时剪切粘性项占优;  $q = \frac{1}{2}$  剪切粘性与粘性扩散同等重要。(4) 考虑到强粘性流动以外的流动区域中粘性项比较次要, 因此除了  $q \cong \frac{1}{2}$  的强粘性区域运动方程为完全 NS 方程外, 在其它流动区域中 NS 方程均可简化, 即 NS 方程均可扩散抛物化<sup>[2,5]</sup>。(5) 值得指出,  $q = \frac{1}{2}$  时的各向同性层流流动有待实验证实, 把物理尺度关系式(4) 代入式(3) 直接推知剪切层内粘性耗散率  $d$  与  $Re$  无关。此外, 由粘性耗散量  $d$  的如下完整表达式<sup>[3,6]</sup>

$$d = \frac{2}{Re^{-(1-2q)}} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{1}{Re^{-(1-2q)}} \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (6)$$

同样推知, 若  $q \leq \frac{1}{2}$ , 在  $Re$  数很大的极限意义下,  $d \cong Re^0$ , 即剪切层内粘性耗散率  $d$  与  $Re$  数近似无关的假定成立。

## 2 粘性流计算的几个问题

### 2.1 对网格尺度的要求

对高  $Re$  数流动计算, 网格和算法设计必须能够保证分辨并捕捉强粘性剪切流。一方面, 网格尺度  $x$  和  $y$  不能太小, 而应大到使连续介质近似成立, 亦应大到使舍入误差不超过物理粘性项(本文不讨论这方面的问题)。另一方面,  $x$  和  $y$  亦不能太大, 既应很小于流动物理尺度, 亦应很小于截断误差临界网格尺度<sup>[2]</sup>, 即

$$x \ll \min(x_p, x_{tes}) \quad (7)$$

$$y \ll \min(y_p, y_{tes}) \quad (8)$$

其中  $x_{tes}$  和  $y_{tes}$  为截断误差临界网格尺度, 当  $x = x_{tes}$ ,  $y = y_{tes}$  时, NS 方程中的物理粘性项与 NS 差分格式修正微分方程中的截断误差项为同量阶。

### 2.2 强粘性剪切流计算的临界网格尺度估计

为了给出强粘性剪切流计算的截断误差临界网格尺度, 考虑 NS 动量方程(2b) 半离散差分格式的如下修正微分方程

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{Re} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \sum_n \frac{\partial^{2n+1} p}{\partial x^{2n+1}} x^{2n} + \sum_n n u \frac{\partial^{2n} u}{\partial x^{2n}} x^{2n-1} + \sum_n \left( u \frac{\partial^{2n+1} u}{\partial x^{2n+1}} + \frac{v}{Re} \frac{\partial^{2n-2} u}{\partial x^{2n-2}} \right) x^{2n} +$$

$$\sum n v \frac{\partial^{2n} u}{\partial y^{2n}} y^{2n-1} + \sum n \left[ v \frac{\partial^{2n+1} u}{\partial y^{2n+1}} + \frac{u}{Re} \frac{\partial^{2n-2} u}{\partial y^{2n-2}} \right] y^{2n} \quad (9)$$

其中  $n$ 、 $n$ 、 $n$ 、 $n$ 、 $n$ 、 $n$  和  $n$  为常数。对 NS 动量方程 (2c) 亦可写出类似于方程 (8) 的修正微分方程 (这里不再写出该方程)。对强粘性剪切流,把物理尺度关系式 (4) 代入修正微分方程 (8),即用强粘性剪切流尺度律重新标度方程式 (8) 后能够推出,  $u \frac{\partial u}{\partial x}$ ,  $v \frac{\partial u}{\partial y}$  和  $\frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$  与截断误差项为同量阶的临界网格尺度为

$$(x_{ics}, y_{ics})_{\max} \cong (x_p, y_p) = (Re^{-\frac{3}{2}q}, Re^{-\frac{1}{2}(1+q)}) \quad (10)$$

最小粘性项  $\frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  与截断误差项为同量阶的临界网格尺度为

$$\begin{aligned} (x_{ics}, y_{ics})_{\min} &\cong (x_p, y_p) Re^{-\frac{1}{m}(1-2q)} \\ &= \left( Re^{-l\frac{1}{m}+(\frac{3}{2}-\frac{2}{m})q}, Re^{-l\frac{1}{m}+\frac{1}{2}+(\frac{1}{2}-\frac{2}{m})q} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

在式 (10) 和式 (11) 中的  $m$  为差分格式精度阶。很显然,与  $u \frac{\partial v}{\partial x}$ ,  $v \frac{\partial v}{\partial y}$  和  $\frac{1}{Re} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}$  相应的临界网格尺度为式 (10),与  $\frac{1}{Re} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$  相应的临界网格尺度为式 (11)。

在式 (11) 中取  $q=0$ ,且  $x_p = y_p = 1$  时,该式简化为文献 [1、7] 给出的截断误差临界网格尺度估计,即

$$(x_{ics}, y_{ics}) \cong (Re^{-\frac{1}{m}}, Re^{-\frac{1}{m}}) \quad (12)$$

式 (12) 说明提高差分格式精度  $m$  可大大增大临界网格尺度,因此可大大减少计算必须的网格数目。不过应该注意到,式 (12) 是在流动物理尺度  $x_p = y_p = 1$ ,即有量纲物理尺度为流动边界尺度  $L$  的条件下得到的,因此式 (12) 适用于缓变流场。然而,对高  $Re$  数流动,粘性项和惯性项同时起作用的区域至少在一个方向上为小尺度结构即物理尺度很小于 1。而在强粘性剪切流中,法向物理长度尺度  $y_p \ll 1$ ,流向长度尺度  $x_p \leq 1$  或  $x_p \ll 1$ ,即在两个方向均为小尺度结构。更为重要的是在强粘性剪切流的计算中,最小粘性项  $\frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  计算的临界网格尺度与格式精度  $m$  有关;最大粘性项  $\frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$  计算的临界网格尺度就是流动物理尺度,它们与格式精度无关,参见式 (10) 和式 (11)。应该指出的是:在强粘性剪切流的 NS 计算中,最小粘性项属于截断误差。

### 2.3 强粘性剪切流计算的二个判据

由式 (10) ~ (11) 可以推出:惯性项  $\frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$  以及  $\frac{1}{Re} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}$  不落入截断误差项、 $\frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  和  $\frac{1}{Re} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$  不落入截断误差项的最少网格数目  $N_l$  估计为

$$\lg N_l = 1 + \frac{1}{m} (1 - 2q) \lg Re \quad N_l = \frac{10x_p}{x_{ics}} \text{ 或 } \frac{10y_p}{y_{ics}} \quad (13)$$

式 (13) 中  $N_l = \frac{10x_p}{x_{ics}}$  表示在流动物理尺度范围内取了约 10 个网格,这应是网格数的下限,通常

认为应多于 10 个网格。对惯性项和粘性项  $\frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$  及  $\frac{1}{Re} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}$ ,  $\lambda = 1$ ; 对最小粘性项  $\frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  和  $\frac{1}{Re} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$ ,  $\lambda = 1$ 。图 2 给出  $\lg N_l$  随格式精度  $m$  的变化关系。由式 (13) 和图 2 可知: (1)  $\lambda = 1$  时式 (13) 给出强粘性剪切流 NS 计算中惯性项和最大粘性项不落入截断误差项的最少网格数  $N_l = 10(\lambda = 1$  或  $q = \frac{1}{2})$ ; 当时  $N_l < 10$  时, 惯性项和最大粘性项均为截断误差项, 因此式 (13) ( $\lambda = 1$ ) 给出强粘性剪切流 NS 计算为非物理解的判据。 (2) 当  $\lambda = 1$  且  $N_l$  满足

$$10 < N_l < 10^{\frac{1}{m}(1-2q)\lg Re} \tag{14}$$

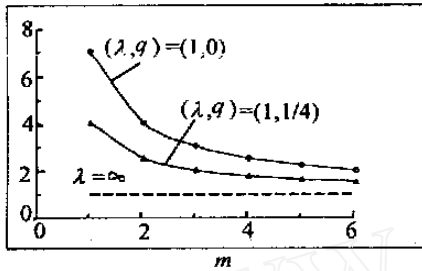


图 2 最少网格数  $\lg N_l$  随差分格式精度阶  $m$  的变化 ( $Re = 10^6$ )

Fig. 2 Variations of  $\lg N_l$  with the accuracy - order  $m$  of NS difference scheme ( $Re = 10^6$ )

时, 强粘性剪切流 NS 计算中惯性项和最大粘性项在计算精度范围内, 而最小粘性项  $\frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  和  $\frac{1}{Re} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$  均属截断误差项, 因此式 (14) 或式 (13) ( $\lambda = 1$ ) 给出部分粘性项 (即对  $x$  求偏导的粘性项) 为计算误差的判据, 也就是说给出 NS 计算实际上为扩散抛物化 NS 方程组<sup>[2,6]</sup>计算的判据。 (3) 当  $\lambda = 1$  且

$$N_l > 10^{\frac{1}{m}(1-2q)\lg Re} \tag{15}$$

时, 从理论上说, 强粘性剪切流 NS 计算中, 所有惯性项和所有粘性项均在计算精度范围内。然而正如图 2 所示, 例如对  $Re = 10^6$ ,  $\lambda = 1$  和  $q = 0$ , 即使格式精度  $m = 6$ , 要满足式 (15)、剪切层内法向方向上仍需 100 个网格; 进一步考虑到高精度格式在固壁附近不得不降阶的情况, 说明最小粘性项只能属于截断误差, 因此高  $Re$  数流动的完全 NS 计算并不可能。这正是书<sup>[8]</sup>序言中所说的数值模拟高  $Re$  数流动的一个固有限制。 (4) 由于强粘性剪切流动的物理尺度相差悬殊, 最大与最小尺度之比达  $Re^{3/4}$ , 因此对小尺度流动区域的计算, 最好用当地物理尺度进行重新标度。正如文献[9]计算表明的: 对边界层分离点邻域的三层区域, 用三层下层物理尺度重新标度 NS 方程与用边界层尺度重新标度 NS 方程相比, 前者的数值结果更精确。

### 2.4 算例

下面以不可压二维驻点、加速和减速强粘性剪切流计算为例, 说明网格尺度近似等于强粘性剪切层法向厚度时, 壁面非物理“摩擦系数” $\tau_w$  与 Falkner-Skan 楔形流数值解<sup>[10]</sup>壁面物理摩擦系数的大小关系: Falkner-Skan 剪切层外流速度  $U(x) = Kx^{(2-\lambda)}$ , 剪切层内流向速度  $u(x, y) = Uf(\eta)$ , 这里

$$f'''(\eta) + f(\eta)f'(\eta) + (1 - f^2) = 0 \quad \eta = y \sqrt{\frac{U(x)}{(2-\lambda)vx}} \tag{16}$$

剪切层厚度  $\delta \approx 5.0^{[3,9]}$ ,  $f$  满足的壁面 ( $\eta = 0$ ) 和剪切层外缘 ( $\eta = \delta$ ) 条件为

$$\begin{aligned} f(0) &= 0, \quad f'(\delta) = f''(\delta) = 0 \\ f(\delta) &= 1, \quad f'(\delta) = 1.0 \end{aligned} \tag{17}$$

表 1 不可压 Falkner-Skan 楔形流动  $f_p(0)$  和  $f_v(0)$  解壁面 ( $=0$ ) 值的比较Table 1 Comparison between  $f_p(0)$  and  $f_v(0)$  for Falkner-Skan incompressible flow past a wedge

流动类型	$f_p(0)$	层内 格点数	$f_v(0)$	$[f_p(0) - f_v(0)]/f_p(0)$	
驻点流, 加速流	1.0	1, 2326	0	0.2098	83.0 %
加速流	0.3	0.7748	0	0.2201	71.6 %
			0	0.2308	50.9 %
			1	0.2741	41.6 %
平板等速流	0.0	0.4696	2	0.3755	20.0 %
			4	0.4368	6.98 %
			6	0.4557	2.96 %
			8	0.4602	2.00 %
减速流	- 0.18	0.1286	0	0.2390	- 55.5 %
分离, 减速流	- 0.1988	0.0	0	0.2413	-

当剪切层内法向网格只有一个即  $n = 5.0$  时, 由边界条件式(17)推知, 剪切层内的  $f$  解近似为  $f_v$

$$f_v(\eta) \cong 0.2, \quad f_v'(\eta) \cong 0.2 \quad (18)$$

另一方面, 由于  $n$  等于剪切层厚度即等于截断误差临界网格尺度, 因而 NS 计算中所有粘性和惯性项在剪切层内均为误差项, 近似解  $f_v(\eta) = 0.2$  应是非物理解; 数值计算的  $f_v(\eta)$  在剪切层内与 0.2 略有差异(参见表 1), 但同样应是非物理解。已知壁面摩阻系数  $c_f = \frac{2-w}{u^2} \sim f_p(0)$ , 这里  $f_p(0)$  为 Falkner-Skan 楔形流的准确结果<sup>[10]</sup>。因此式(18)中的  $f_v(\eta) \cong 0.2$  表示非物理壁面摩阻系数。此外, 对平板等速流, 表 1 中也给出了剪切层法向范围内有 1 个、2 个、……直到 8 个网格点的数值结果。8 个网格点的数值结果  $f_v(0)$  已接近准确值  $f_p(0)$ ; 无网格点和只有 1~2 个网格点的  $f_v(0)$  均应属于非物理摩阻系数。总之, 图 2、式(18)和表 1 结果说明: 剪切层法向和流向小尺度流动区容易出现非物理的数值粘性解。进一步的数值计算将在另文给出。

### 3 结束语

强粘性剪切流包含了惯性力、粘性力、压力和界面等相互作用产生的宽广小尺度流动结构, 其中物理现象丰富, 且提供壁面摩阻和热传导率等资料; 因此是 NS 方程组计算中需要确保计算精度的流动区域。强粘性剪切流从剪切粘性占优向各向同性流动演化的尺度规律、粘性惯性诸项变化的量阶关系, 强粘性剪切流差分计算的临界网格尺度估计, 粘性项落入误差及计算结果为非物理数值粘性解的判据等, 它们从物理分析及数值模拟方面解决了高  $Re$  数流动计算中需要关注的一些基本问题。

## 参 考 文 献:

- [1] 张涵信, 芮超, 宗文刚. 网格与高精度差分计算问题[J], 力学学报, 1999, 31(4): 398-405.
- [2] 高智. 强粘性流动理论和流体运动诸方程组的简化计算[C], 北京计算流体力学讨论会文集(第十二辑), 2000.
- [3] SCHLICHTING H. Boundary layer theory (7<sup>th</sup>ed) [H]. McGraw Hill, 1979.
- [4] STEWARTSON K. Some recent studies in triple-deck theory, In: Numerical and Physical Aspects of Aerodynamics Flows[M] (Ed. By T. Cebeci) Springer-Verlag 1982.
- [5] ANDERSON D A, et al. Computational fluid mechanics and heat transfer, (2nd ed.) [M], Hemisphere McGraw-Hill, 1998.
- [6] 周光炯等. 流体力学(第二版) [M], 高等教育出版社, 2000.
- [7] 沈孟育. 高精度、高分辨率差分格式研究进展[C], ISFMA Symposium on Computational Aerodynamics, Xi'an, China: 107-178, 1999.
- [8] CEBEICI T, et al. Modeling and computation of boundary-layer flows[M], Springer, 1999.
- [9] DAVIS R T, WERLE M J. Progress on interacting boundary-layer computations at high Reynolds number[M], In: Numerical and Physical Aspects of Aerodynamic Flows (ed. By T. Cebeci): 187-210, Springer-Verlag, 1982.
- [10] WHITE F M. Viscous fluid flow (2nd ed.) [M], McGraw Hill, Inc, 1991.

## Strong viscous flow theory with application to computation of high Reynolds number flows

GAO ZHI

(Laboratory of High Temperature Gas Dynamics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

**Abstract :** In order to solve several basic problems of high Reynolds number flow computations, we suggest a theory of strong viscous flow, where there exists at least one viscous term being the same order of magnitude as the inertial term in the Navier-Stokes (NS) equations. Main contents are: evolution of strong viscous shear flow (SVSF) from anisotropic flow where viscous shear stress is dominating over other viscous stresses to an isotropic one where viscous shear and diffusion are of equal importance and physical scales are the same in the different directions, scale-laws of SVSF evolution, an estimation of orders-of-magnitude of all viscous and inertial terms, critical grid scales of difference computing SVSF, two criterions of that the partial viscous terms drop into the truncated error terms of the modified differential equations of NS difference scheme and that NS computations yield nonphysical numerical viscous solutions. Physical and numerical analyses show that we should pay more attention to nonphysical numerical viscous solutions in small scale strong viscous shear flow regions.

**Key words :** high Reynolds number flow; strong viscous flow theory, computational fluid dynamics; Navier-Stokes equations