

含热传导的冲击动力学有限元程序的研究与应用*

黄晨光,段祝平

(中国科学院力学研究所,北京 100080)

摘要: 从有限变形的基本框架出发,建立了含热传导的冲击动力学基本控制方程和合适的初边条件。应用变分原理和伽辽金方法得出了控制方程相应的有限元列式,并探讨了数值计算中的几个关键算法,主要包括构型转换、旋转张量的算法、本构算法以及计算流程和程序框图等。利用自行研制的程序,对长脉冲激光辐照下靶目标的变形和破坏、冲击压缩变形及变形局部化等问题进行了数值模拟和研究,所得结果与实验和理论分析相吻合。

关键词: 有限元;热传导;冲击动力学;激光
中图分类号: O347.1 **文献标识码:** A

1 引言

对于爆炸和冲击过程的数值模拟,从 50 年代起就开始有了较系统的研究。后来,随着计算机的发展,和一些关键算法(如构型选择、稳定网格和步长、接触算法、人工粘性等)的解决和完善,冲击动力学有限元程序得到了广泛的发展和应用,并出现了一些商用程序,如 LS-DYNA 等。

由于冲击动力学问题的特征时间较短,其间发生的热传导往往可以忽略^[1]。但是,在一些特定的问题中,热传导扮演着极为重要的角色,例如:强脉冲激光在结构中诱导的热冲击效应;剪切带的形成和演化等等。为了分析这些重要的问题,需要去发展新的数值方法和程序,能够模拟两个不同特征时间尺度的物理过程。

本文中,我们将从基本控制方程、算法、大变形理论以及程序的研制等几方面展开讨论,并给出两个算例,用以检验我们自己编制的程序。

2 基本方程和理论

为了算法和程序能应用于有限变形的条件,在现实构形 B 和初始构形 B_0 之间引入了无旋的中间构形 \tilde{B} 。在无旋构形上进行本构运算,以保证应力率的客观性要求^[2]。三构形间的关系如图 1 所示。图中, R 、 U 、 V 、 F 分别代表旋转张量、右形变张量、左形变张量和变形梯度张量。

在现实构形中的动量守恒方程、质量守恒方程和含热传导的能量守恒方程分别为

$$\nabla \cdot \mathbf{T} - \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{f}_b = \mathbf{0} \quad (1)$$

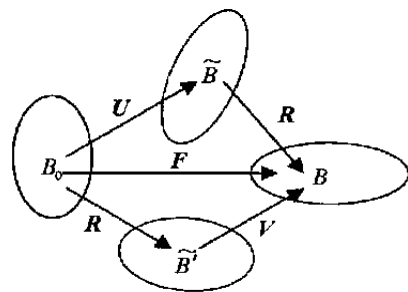


图 1 构形间的转换关系
Fig. 1 The transform relations among different configurations

* 收稿日期: 2000-11-21; 修回日期: 2001-02-20

基金项目: 国家自然科学基金项目(10002021); 国家高技术计划激光技术领域基金项目(863-410-5-1)

作者简介: 黄晨光(1969—), 男, 博士, 副研究员。

$$\dot{\rho} + \text{tr} D = 0 \tag{2}$$

$$c \frac{\partial}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla) + T \cdot D + \dot{Q} \tag{3}$$

式中: T 、 D 、 u 、 $\dot{\rho}$ 分别为现实构形中的 Cauchy 应力张量、变形率张量、位移张量和温升; ρ 、 c 、 k 、 \dot{Q} 、 f_b 分别为密度、比热、传热系数、能率和 Taylor 系数; f_b 为体积力张量。

中间构形中的本构方程形式为

$$f(\rho, \dot{\rho}, d, T, s_i, \dots) = 0 \tag{4}$$

式中: ρ 、 d 、 T 、 s_i 分别为中间构形中的 Cauchy 应力、变形率张量、温度和内变量。并且有

$$d = R^T DR = \frac{1}{2} (\dot{U} U^{-1} - U^{-1} \dot{U}), \quad \dot{\rho} = R^T TR, \quad T \cdot D = \dot{\rho} \cdot d$$

另外,需要处理如下的几种热-力学边界条件

位移边界条件

$$u = f_u(t) \quad x \in B_T \tag{5}$$

应力边界条件

$$T \cdot n = s \quad x \in B_u \tag{6}$$

第一类温度边界条件

$$T = \hat{T} \quad x \in \Gamma_1 \tag{7}$$

第二类温度边界条件

$$-k \nabla T \cdot n = \dot{q}, \quad x \in \Gamma_2 \tag{8}$$

第三类温度边界条件

$$-k \nabla T \cdot n = h(T - T_a), \quad x \in \Gamma_3 \tag{9}$$

在二维条件下,利用虚功原理和迦辽金方法可以得到离散后的控制方程^[2-3]

$$M \ddot{u} = f^{Ext} - f^{Int} \tag{10}$$

式中: $M_{ij} = \int_{A_e} \rho u_i u_j dA$, $f_{ij}^{Int} = \int_{A_e} T_{ij} B_{jl}$, $B_{jl} = \int_{A_e} \phi_{l,j} dA$, $f_{ij}^{Ext} = \int_{S_e} T_{ij} n_j \phi_i dl + \int_{A_e} b_i dA$ 。对于轴对称,则有 $f_{ij}^{Int} =$

$$T_{ij} B_{jl} + (T_{33} - T_{ii}) \frac{A}{4r} \phi_i \quad i, j = 1, 2, 3, 4$$

ϕ_i 为插值函数, $\phi_i = (1, 1, 1, 1)^T$ 。

$$C \dot{u} + K u = P \tag{11}$$

式中

$$K_U = K_U^e + H_U^e, \quad C_U = C_U^e, \quad P_i = P_{Qi}^e + P_{qi}^e + P_{Hi}^e$$

$$K_U^e = \begin{cases} (k_x \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} + k_y \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y}) dx dy \\ (k_r \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial}{\partial r} + k_z \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial}{\partial z}) dx dy \end{cases}$$

$$H_U^e = \begin{cases} h_{1,1} d \\ h_{1,2} rd \end{cases}, \quad C_U^e = \begin{cases} c_{1,1} dx dy \\ cr_{1,2} d rdz \end{cases}$$

$$P_i = \begin{cases} \dot{Q}^*_{i,1} dx dy + q_{i,1} d + h_{a,1} d \\ \dot{Q}^*_{i,2} rd rdz + q_{i,2} d + h_{a,2} d \end{cases}$$

上述使用的两个表达式,分别对应平面应变、轴对称条件。

3 主要算法介绍

3.1 时间积分方法

本文中,针对动量守恒和能量方程的不同特点,分别采用了不同的时间积分格式:在力学场量的计算中,采用了修正中心差分法;而在温度场的模拟中,采用的却是 Euler 差分公式(前差)。

在计算中,速度采用的前差,而位移采用的后差

$$\ddot{u}_t = M^{-1} (f_t^{\text{Ext}} - f_t^{\text{Int}}) \quad (12)$$

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t + \Delta t \cdot \ddot{u}_t \quad (13)$$

$$u_{t+\Delta t} = u_t + \Delta t \cdot \dot{u}_{t+\Delta t} \quad (14)$$

为保证计算的稳定性,采用文献[4]中的方法实现时间步长的自动计算

$$(\Delta t)^2 = \frac{(A_0 A_0) A}{(A_0 + 2\mu) B_{ii} B_{ii}} \quad (15)$$

按上式确定的时间步长,亦适用于应变软化条件。

由于(15)式确定的时间步长远小于文献[3]中的温度场计算步长,所以,在进行数值模拟时,时间步长以(15)式为准。但为了提高计算效率,并不是每个时间步长内都求解含热传导的能量守恒方程。具体的做法是:在每个时间增量内,只考虑塑性功转化的热源对温度场的影响,忽略热传导项,只有当累计的时间步长,达到了温度场给定的时间步长时,才求解方程(11)。应该注意的是,在时间步长的预测中,应该考虑单元形状的改变以及温度变化的影响。

3.2 R 的算法

在我们的算法中,本构计算是在中间无旋构形中进行的,这样,R 的计算方法和精度在很大程度上影响着整体计算的结果^[2]。下面给出采用的近似方法。

设 t 时刻的旋转张量为 R_t , $t + \Delta t$ 时刻的旋转张量为 $R_{t+\Delta t}$, 如果 $t \sim t + \Delta t$ 的刚体旋转张量记为 Q_t , 则有

$$R_{t+\Delta t} = Q_t R_t \quad (16)$$

对于一个位移矢量 x_t , 经过刚体转动成为 $x_{t+\Delta t}$, 有

$$x_{t+\Delta t} = Q_t x_t \quad (17)$$

如果在 $t \sim t + \Delta t$ 间, 刚体旋率 变化不大, 又有

$$x_{t+\Delta t} = x_t + \frac{1}{2} (x_{t+\Delta t} Q_t + x_t Q_t) \quad (18)$$

上式又可写为

$$\frac{1}{\Delta t} (x_{t+\Delta t} - x_t) = \frac{1}{2} (x_{t+\Delta t} + x_t) \quad (19)$$

于是

$$Q_t = (I - \frac{\Delta t}{2} \dot{Q}_t)^{-1} (I + \frac{\Delta t}{2} \dot{Q}_t) \quad (20)$$

通过(16)、(20)式,便可由 R_t 较准确地求解 $R_{t+\Delta t}$ 。应该指出的是,王文标等^[5]在三维空间实现了转动和变形的分离,提出了 R 的解析解。

至于冲击接触算法、砂漏控制、人工粘性、网格重分、失效处理、重起动等模型和算法,可见文献[6]。

3.3 单一时间步内的计算流程与程序框图

单一时间步长内的计算流程为:设 t 时刻各量已知,则可以求解方程得到温度和加速度场;计算速度场、位移场以及 D、W 等;计算刚体旋率张量 \dot{Q}_t ; 求解 $(I - \frac{\Delta t}{2} \dot{Q}_t) R_{t+\Delta t} = (I + \frac{\Delta t}{2} \dot{Q}_t) R_t$, 得出 $R_{t+\Delta t}$; 计

算 $t + \Delta t$ 时刻的左形变变量 V ; 根据 $R_{t+\Delta t}$, 将本构计算中所需的各量转入到中间无旋构形; 在无旋构形中进行增量本构算法, 得出 $t + \Delta t$ 时刻, 无旋构形上的 Cauchy 应力、塑性功率和内变量等; 从无旋构形转到现实构形中, 得到 $t + \Delta t$ 时刻的各量, 开始下一步的温度场和变形场的计算。图 2 为计算程序框图。

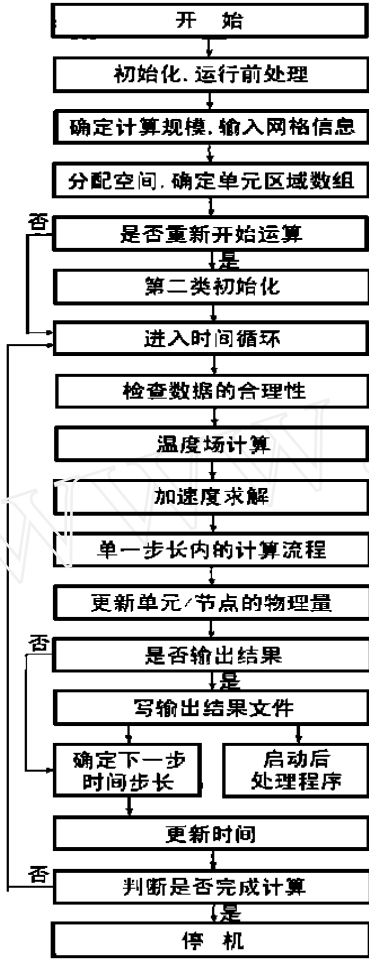


图 2 程序框图

Fig. 2 The schematic diagram of FEM code

我们利用 FORTRAN 90 编制了二维含热传导的冲击动力学有限元程序, 并为之配备了专用的前后处理程序。另外程序现有的材料模型有 10 种, 包括简单弹性、弹塑性、弹粘塑性和带内变量及含损伤的本构关系。同时为了校核程序, 我们对热传导模块和冲击动力学模块分别用经典的算例进行了演算。

4 计算实例

4.1 动态剪切局部化的数值模拟

计算模型如图 3 所示。方形区域的左边和下边为对称边界, 其右边界是自由的。

在冲击压缩载荷作用下, 区域的上边界以 -20m/s 的速度向下运动。其材料为某牌号的结构钢。在本算例中, 我们提出了一种热粘塑性本构模

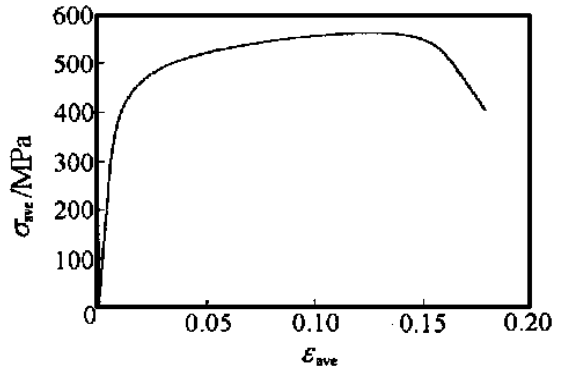


图 3 冲击压缩问题的示意图

Fig. 3 Description map of impact compression

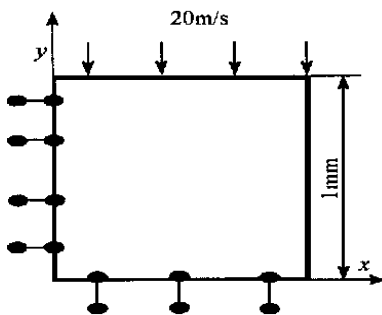


图 4 平均应力-名义应变关系曲线

Fig. 4 The relationship between the average stress and nominal strain

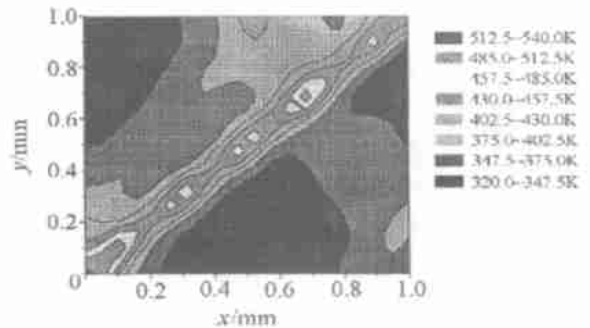


图 5 温度分布图

Fig. 5 The temperature distribution

型。应该指出的是,在本构计算中,由于存在剪切前的形成和演化,因此采用稳定的本构算法来克服刚性效应,文中采用的是 Rosenbrock 二级二阶半隐式方法,具体可见文献[6]。

图 4 显示的是平均应力与名义应变间的关系,当应变量超过 15 % 时,曲线表示出明显的软化特征。图 5 显示了区域内的温度分布,在对角线附近存在区域,存在越来越窄的集中区,相反,在与此对角线垂直的方向,温度的演化较慢,利用 Freund 等人关于剪切带产生的判据,可以认为我们的数值模拟已经成功模拟出了剪切带。

4.2 脉冲激光诱导的热冲击破坏

模型如图 6 所示。圆形薄黄铜片承受横向压力和强激光辐照的共同作用。由于轴对称性,取其纵截面的一半来进行分析。采用的本构模型和破坏准则详见文献[6]。

从图 7 所示的结构破坏演化图中,可以发现,结构的破坏首先出现在上表面的光斑边缘处,然后破坏区在较小的范围内近乎垂直的向下发展。同时,在小表面靠近光斑边缘的地方也出现破坏,此后,上下表面萌生的破坏之间汇合,这一过程与杨治星等的实验观察甚为吻合。应该说明的是,由于实验中没有得到变形和破坏过程的中间图案,所以这种吻合只是后效意义上的。

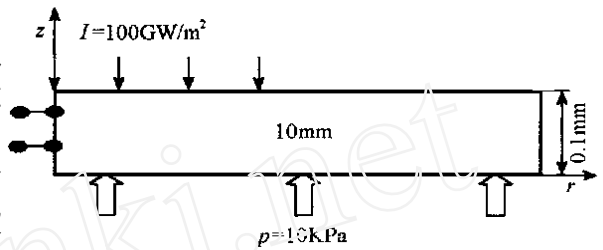


图 6 激光与载荷联合作用导致结构破坏示意图
Fig. 6 The sketch map of structure failure induced by the joint actions of mechanical loading and laser heating

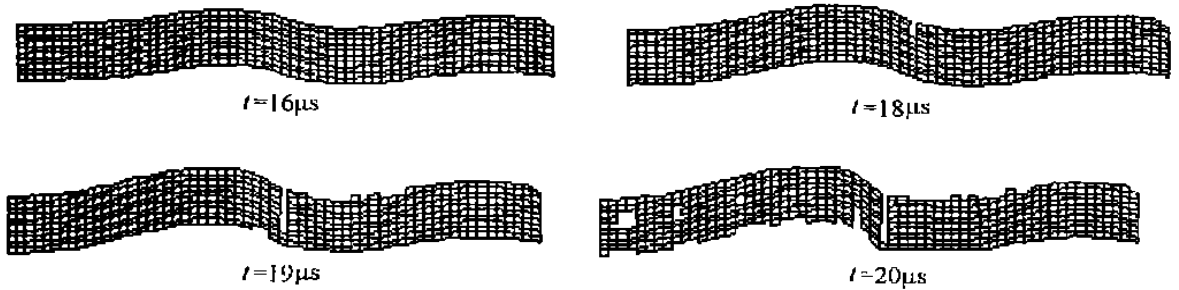


图 7 不同时刻的薄板网格变形与破坏图
Fig. 7 The process of deformation and failure of the structure

5 结 论

本文主要为了发展一套含热传导的二维 Lagrange 冲击动力学有限元程序,用以分析强激光引起的结构变形与破坏等典型问题。主要工作如下。

- (1) 在有限变形理论基础上,应用变形原理和伽辽金方法得出了控制方程的有限元列式,并探讨了数值计算中的几个关键算法,如构型转换、旋转张量的算法、本构算法、外地条件等。
- (2) 编制了二维(平面应变、轴对称)有限元编码。并对各模块进行了考核。
- (3) 利用该程序,得到了长脉冲激光辐照下靶目标的变形和破坏过程,以及冲击压缩变形中变形局部化的演化。

当然,作为自行研制的程序,一些方面仍不成熟,需要进一步的研究和改进:如本构模型不够丰富、接触算法较粗糙、单元破坏算法上的不完善等。

参考文献:

- [1] Meyers M A. Dynamic Behavior of Materials [M]. New York: John Wiley & Sons Inc, 1994. 448—487.
- [2] Taylor L M, Flanagan D P. PRONTO2D, A Two-dimensional Transient Solid Dynamics Program [R]. SAND86-0594, UC-32, 1987.
- [3] 王勖成, 邵敏. 有限单元法基本原理与数值方法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1988.
- [4] Flanagan D P, Belytschko T. A Uniform Strain Hexadron and Quadrilateral with Orthogonal Hourglass Control [J]. Int J Numer Methods Engrg, 1981, 17: 679—706.
- [5] 王文标, 段祝平. 变形梯度张量极分解中转动张量的直接表示及其应用 [J]. 固体力学学报, 1992, 13(4): 135—146.
- [6] 黄晨光. 激光辐照下几种金属材料的动态力学性质和结构热-力耦合的变形与破坏 [D]. 北京: 中国科学院力学研究所, 1996.

Numerical Investigation on the Dynamic Responses of Structures Including the Effects of Thermal Conductivity

HUANG Chen-guang, DUAN Zhu-ping

(*Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China*)

Abstract: Based on the finite deformation theory, the controlling equations of the impact dynamics of structures with the consideration of thermal conductivity are presented. At the same time, the discrete equations related to the controlling equations are obtained by the variation theory and Galerkin method. Some basic algorithms, such as configuration transfer, simulation process and schematic diagram are introduced in details. At last, the numerical method and code are used in the research on the structures failure induced by long pulse laser, the impact compression deformation and the deformation localization. The numerical results are in good agreement with the theoretical analysis and experimental observations.

Key words: finite element method; thermal conductivity; impact dynamics; laser