

有限长岩柱中纵波传播规律的离散元数值分析*

郭易圆 李世海

(中国科学院力学研究所 北京 100080)

摘要 以节理岩体等效刚度的概念为基础,讨论了离散元刚性块体模型中节理刚度的选取问题。采用面-面接触模型模拟了纵波在一维岩体中的传播,给出了纵波波形;研究了阻尼比、软弱夹层以及节理间是否可拉对波传播规律的影响。

关键词 离散元法, 岩体, 节理, 纵波

分类号 O 242.2, O 347.1

文献标识码 A

文章编号 1000-6915(2002)08-1124-06

1 引言

研究岩体介质中应力波的传播规律,对于确保爆破及地震载荷作用下结构的安全性是非常重要的。岩体是由节理、断层以及被这些结构弱面所分割的岩石构成的复杂介质,研究岩体中应力波的传播,通常将其简化为连续介质。当入射波的波长远大于岩石的特征尺度时,连续介质方法比较适用。而对于爆炸载荷,载荷的作用时间短,入射波的波长很短,岩石的尺度则对波的传播规律有很大的影响。通过采用特殊的单元模型,连续介质方法可以反映岩体的不连续性质。但是,当节理裂隙尺寸较小,数量较多时,采用连续介质力学模型就难以客观地描述波在岩体中的传播规律。

文[1]于1971年提出离散元法角-面(角-边)接触模型,在此基础上文[2]于1983年提出了面-面(边-边)接触模型离散元法。离散元法认为岩体是由节理等不连续结构面切割成的相互接触的块体单元组成,单元之间不需要满足位移连续和变形协调要求,可以很好地反映结构的不连续性。经过多年的发展,离散元法已经被广泛应用于岩体的稳定性研究和散体的运动分析等问题。如文[3]利用离散元法研究了冲击载荷作用下饱和砂土的孔隙水压力变化规律,文[4]用离散元法计算了波的传播速度。但是,

用离散元法面-面接触模型分析应力波的传播规律还有待于深入研究。

本文以面-面接触刚性块体模型为基础,用离散元动态计算程序系统地研究了纵波在有限长一维岩体中的传播,给出了不同阻尼和粘性边界条件下的应力波波形。结果表明:在一定的条件下,采用离散元法可以得到与连续介质方法基本相同的结果;软弱夹层对波的反射和透射作用有一定的影响;块体单元之间的不可拉条件对波的传播影响很大。

2 面-面接触离散元数值计算模型

2.1 离散元计算模型

考虑长为 L 的岩石柱体,其剖面为 $a \times a$ 的正方形,剖面面积 $A = a^2$,坐标如图1所示。岩柱被节理分割成单排岩块,岩块的厚度为 d 。岩柱两端边界自由,在 $y=0$ 的一端的块体形心上作用正弦载荷 F ,作用时间为一个周期,从而引起向另一端传递的应力波。

2.2 基本假设

离散元法认为岩体是由节理等不连续结构面切割成的相互接触的块体单元组成,对于面-面接触离散元法存在如下假定:

(1) 单元视为刚性块体,每个单元的运动根据该单元所受的力和力矩的大小由牛顿运动定律确

2000年7月15日收到初稿,2000年12月12日收到修改稿。

* 国家自然科学基金资助项目(10172011)。

作者 郭易圆 简介:女,29岁,硕士,1994年毕业于哈尔滨工业大学内燃机专业,现为中国科学院力学研究所博士研究生,主要从事三维离散元数值计算方面的研究工作。

定。

(2) 相互接触的两个块体单元在接触面上有法向刚度和切向刚度。单元之间能够相互嵌入，这种嵌入就相当于在两个刚性单元之间加了虚拟弹簧，以此来反映块体和节理引起的变形。通过块体单元之间的虚拟弹簧变形量来表示单元之间相互作用的法向力及切向力，法向力与切向力之间满足摩尔-库仑准则。单元之间可以承受拉力，也可以满足无张拉条件。

(3) 为了描述接触面上力的不均匀性，进而计算块体单元所受的转矩，将接触面分为 4 个小四边形。假设小四边形上的应力分布是均匀的，可将形心(点 LP)视为小四边形上力的等效作用点，用力点来代替面力，如图 1 所示。

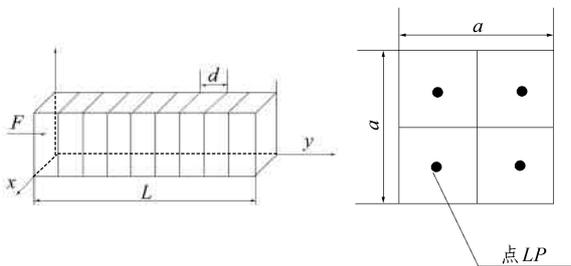


图 1 岩体离散元计算模型示意图

Fig.1 Sketch of distinct element model of rock mass

2.3 基本方程

与连续介质方法不同，离散元法假定研究对象为离散块体的集合，单元之间一般不满足变形协调方程，但是仍满足平衡方程和物理方程。

(1) 基本运动方程(平衡方程)

对于每个块体单元，除了受外载作用外，还受到相邻块体的接触力的作用。这些力在块体重心上产生的合力和合力矩满足牛顿运动定律：

$$[M]\ddot{\mathbf{u}} + [C]\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{F}^{\text{ext}} - \mathbf{F}^{\text{int}} \quad (1)$$

式中： $\ddot{\mathbf{u}}$ 为块体的加速度矢量， $\dot{\mathbf{u}}$ 为块体的速度矢量， $[M]$ 为质量矩阵， $[C]$ 为阻尼矩阵， \mathbf{F}^{ext} 为作用于块体的外载之和， \mathbf{F}^{int} 为作用于块体的接触力之和。

(2) 力与位移的关系(物理方程)

单元之间的作用力用接触面点 LP 上的法向力及切向力来表示，分别与法向和切向位移成正比：

$$\Delta F_n = -K'_n A_s \Delta u_n \quad \Delta F_s = -K'_s A_s \Delta u_s \quad (2)$$

式中： ΔF_n 和 ΔF_s 分别为每个时步内点 LP 上的法向作用力和切向作用力增量(N)； Δu_n 和 Δu_s 分别点 LP 处单元之间相对法向位移增量与相对切向位移增量(m)； K'_n 和 K'_s 分别为节理法向刚度及节理切向刚度

(N/m³)； A_s 为点 LP 对应的小四边形的面积(m²)；负号表示位移与作用力方向相反。

(3) 作用力的限制条件

单元之间相互作用的法向力 F_n 与切向力 F_s 满足摩尔-库仑准则，即单元之间产生相对滑动时有下式成立：

$$F_s = c + F_n \tan j \quad (3)$$

式中： c 为粘聚力， j 为摩擦角。对于岩体结构，取粘聚力 c 为零。

(4) 边界条件

岩柱两端自由，边界面上的受力为零。

利用动态松弛迭代法^[5]对上述基本方程和相应的边界条件进行求解，即可得到外载作用下结构的受力和运动状态。

2.4 接触刚度的选取

离散元法中接触刚度的选取是一个比较重要的问题，本文采用节理岩体等效弹性模量的概念，将岩体结构视为完整岩石和节理构成的串联弹簧系统，得到计及节理力学性质的岩体结构的等效弹性模量为^[6]

$$\frac{1}{E_{\text{equiv}}} = \frac{1}{E} + \frac{1}{SK_n} \quad (4)$$

式中： E_{equiv} 为岩体结构的等效弹性模量(Pa)； E 为岩石的弹性模量(Pa)； K_n 为节理法向刚度(N/m³)； S 为节理间距，即相应方向上岩块的厚度(m)。

本文在节理刚度的计算上采用这一方法，岩体的等效弹性模量可通过测定岩体中的波速求得。在离散元数值计算中，用块体单元的弹性模量 E' 和块体之间接触面的节理法向刚度 K'_n 来表示等效弹性模量，即

$$\frac{1}{E'} + \frac{1}{SK'_n} = \frac{1}{E_{\text{equiv}}} = \frac{1}{E} + \frac{1}{SK_n} \quad (5)$$

对于刚性块体模型，岩石的弹性模量 E' 为无穷大，由上式可得块体之间接触面的节理法向刚度为

$$K'_n = \frac{E_{\text{equiv}}}{S} = \frac{K_n}{1 + \frac{SK_n}{E}} \quad (6)$$

相应的节理切向刚度为

$$K'_s = \frac{K'_n}{2(1 + m)} \quad (7)$$

试验测定某一石灰岩和土构成的岩土介质的纵波波速为 2 200 m/s，横波波速为 800 m/s，密度为 2 400 kg/m³，由此得到该岩土介质的等效弹性模量为 4.375×10⁹ Pa，泊松比为 0.42。当石灰岩的弹性

模量为 8.64×10^{10} Pa 时, 由公式(4)得相应的 SK_n 为 4.608×10^9 Pa, 代入公式(6)得 $K'_n = 0.95K_n$, 可见刚性块体模型的节理刚度与实际岩体的节理刚度接近。因此采用刚性块体模型, 虽然与真实的岩体结构存在一定的差别, 但是对于岩石的弹性模量远远大于节理的刚度, 岩体的力学性质主要由软弱结构面所控制的岩体结构来说, 刚性块体模型还是比较适用的。

3 计算结果

3.1 应力波纵波波形

取岩柱长度为 50 m 剖面尺寸为 $0.5 \text{ m} \times 0.5 \text{ m}$, 块体的厚度为 0.5 m, 在岩柱的一端施加动态载荷 F , 如图 2 所示。假设剖面上的应力均匀分布, 计算得到 $y = 20 \text{ m}$ 处剖面上应力 s 波形的解析解(见附录)和不同阻尼时的离散元数值解如图 3 所示(应力以压为正)。由于岩柱的两端为自由边界, 因此动态载荷引起的应力波在两端不断反射。图 3 中第 1 段正弦波为在 $y = 0$ 处施加动态载荷产生的入射波, 第 2 段负的正弦波是入射波在 $y = 50 \text{ m}$ 处自由端反射产生的, 而第 3 段正弦波则是第 2 段反射波在 $y = 0$ 的一端再次反射产生的。

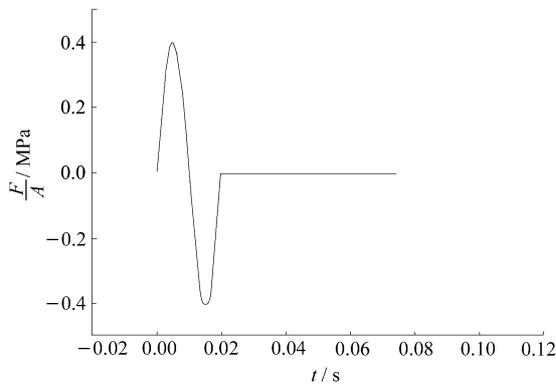


图2 动态载荷 F/A
Fig.2 Dynamic load F/A

由图 3 可见, 计算所得的纵波波形与理论波形基本相同, 波速也比较接近。但是, 由于在离散元法中的块体单元之间引入了粘性阻尼, 计算所得的应力波幅值小于解析解的幅值。同时随着传播距离的增加, 幅值也逐渐衰减, 入射波、第 1 次反射波和第 2 次反射波的幅值依次减小。阻尼比越大, 幅值衰减越快。由岩柱内不同位置剖面上的应力波波形(见图 4), 可以清楚地看到入射波在岩柱内的传播

过程, 以及应力波的反射和叠加。

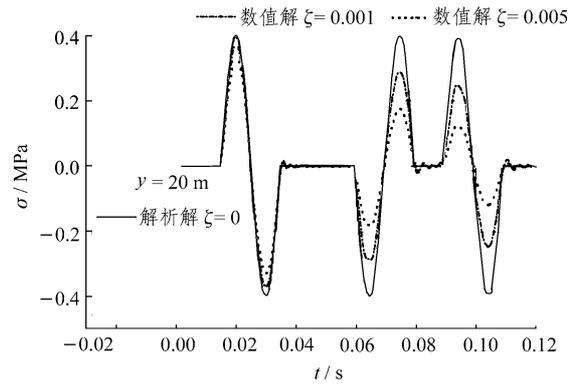


图3 不同阻尼比时应力波波形
Fig.3 Stress waves for different damping ratio

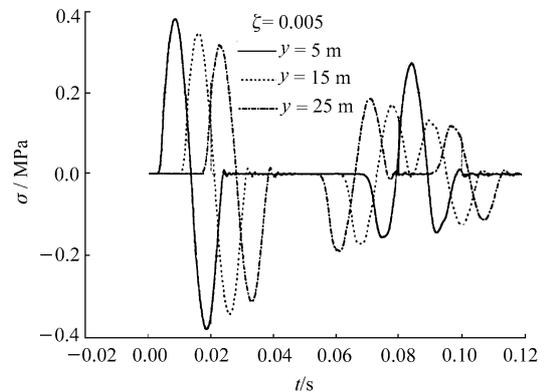


图4 岩柱内不同位置应力波波形
Fig.4 Stress waves for different places in rock pillar

3.2 无反射边界条件的影响

由前文可知, 应力波在边界面上会产生反射。在数值计算中当用有限的区域来模拟无限大的介质时, 在边界面上也会产生不应有的反射现象。为此在计算无限大介质时, 通常在边界处采用特殊的无反射边界条件。其中, 比较常用的是无反射粘性边界条件, 对于一维问题在相应的边界面上有

$$\bar{s} = -r c \bar{v} \tag{8}$$

式中: \bar{s} 为边界面上的法向应力, r 为材料密度, c 为波速, \bar{v} 为该点处的质点速度。本文也采用该边界条件, 即在 $x = 50 \text{ m}$ 一端的块体 y 方向施加如下的力^[7]:

$$F_y = -r c v A \tag{9}$$

图 5 给出了施加和不施加无反射边界条件时的应力波波形, 可见, 采用无反射边界条件后可以基本消除应力波在自由边界处反射的影响。在以下的计算中, 均采用了如公式(9)的边界条件。

3.3 小阻尼比和大阻尼比时的应力波波形

阻尼的存在使得应力波的幅值在传播过程中逐渐减小(如图 3, 4 所示)。当阻尼比很小时, 应力波波形基本上仍是一个正弦波(如图 5 所示), 周期没有明显的变化。当阻尼比较大时, 幅值迅速衰减, 同时随着波传播距离的增大, 周期增大, 应力波的波形也有所变化, 后半周期幅值明显小于前半周期(如图 6 所示)。

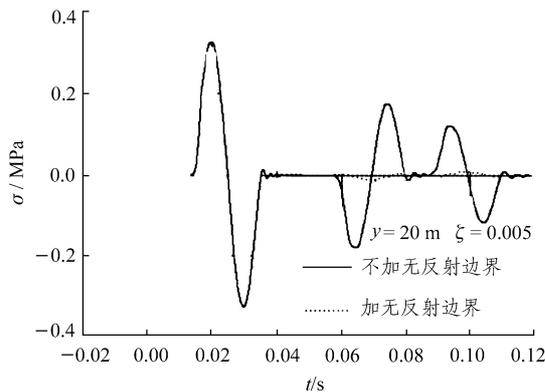


图 5 应力波波形(加无反射边界条件)

Fig.5 Waves with and without reflection condition

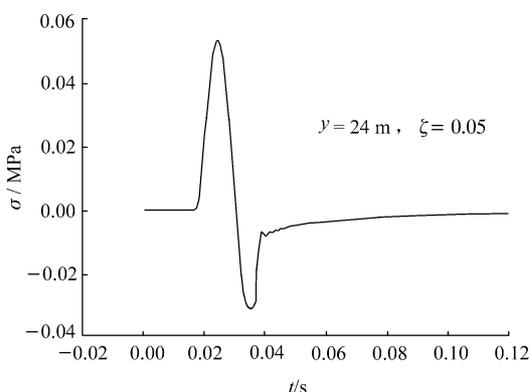
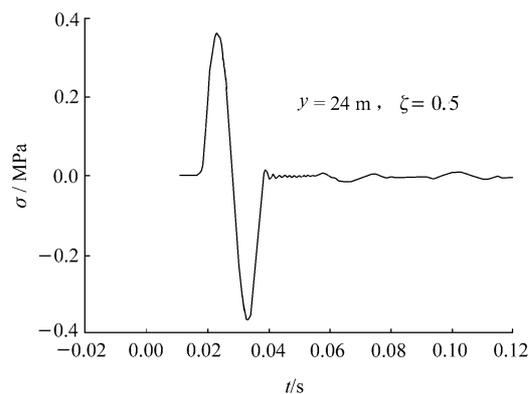


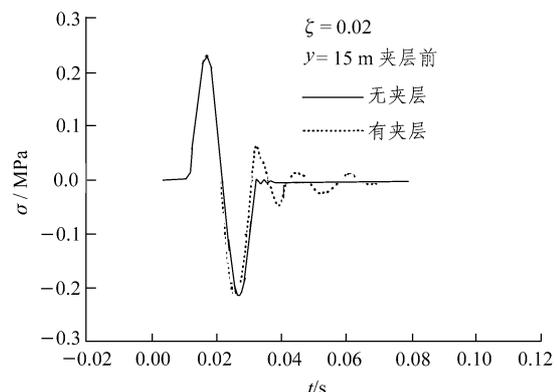
图 6 小阻尼比和大阻尼比时的应力波波形

Fig.6 Stress waves for small and large damping ratio

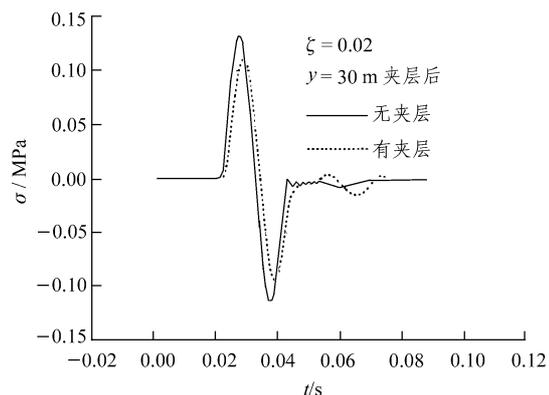
3.4 软弱夹层波传播的影响

假设在 $y = 20 \text{ m}$ 处, 岩体结构内有一软弱夹层,

取其节理刚度参数 SK_n 为 437.5 MPa , 阻尼比为 0.02 。计算得到软弱夹层前后轴向应力及块体的质心运动速度如图 7, 8 所示。由于夹层的刚度低, 波的透射能力差, 而夹层处反射作用增强。因此受反射作用的影响, 夹层前的应力和速度波波形有明显的变化。夹层后的轴向应力和块体质心运动速度有所降低, 波作用时间延迟, 岩体中的波速也有所降低。



(a)



(b)

图 7 软弱夹层前后的应力波波形

Fig.7 Stress waves before and after soft interlayer

3.5 单元之间是否可拉对波速的影响

以上的计算都假设单元之间可以受拉力的作用, 即块体之间的接触是弹性的, 计算模型接近于弹性体。而真实的岩块之间往往不能承受拉力的作用, 因此假设块体之间满足无张拉条件, 即单元受拉相互分离时, 单元之间的接触力为零, 即

$$F_n = 0 \quad F_s = 0 \quad (10)$$

其计算结果如图 9, 10 所示。当块体之间不可拉时, 受拉应力作用的后半个周期块体之间分开, 块体单元之间接触力为零。块体在惯性力的作用下继续运动, 最后逐渐趋于零。

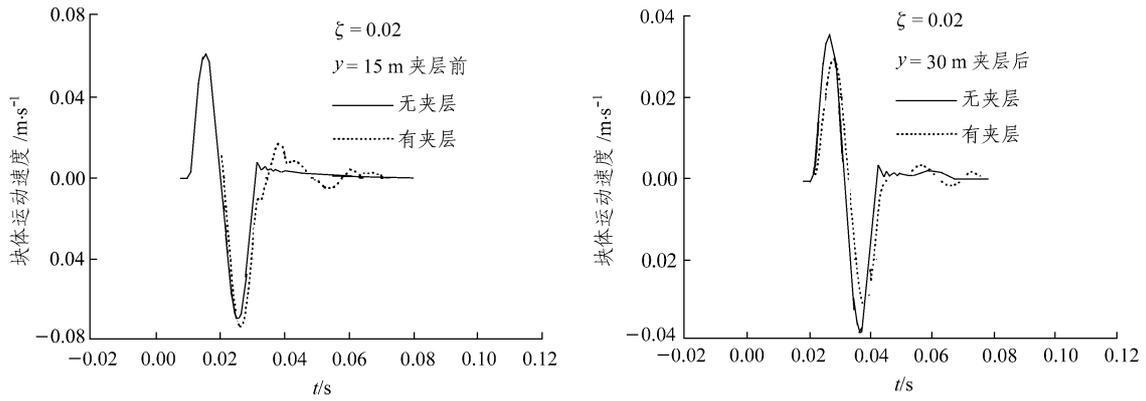


图 8 软弱夹层前后的块体质心运动速度($z = 0.02$)
Fig.8 Velocity of block centroid before and after the soft interlayer

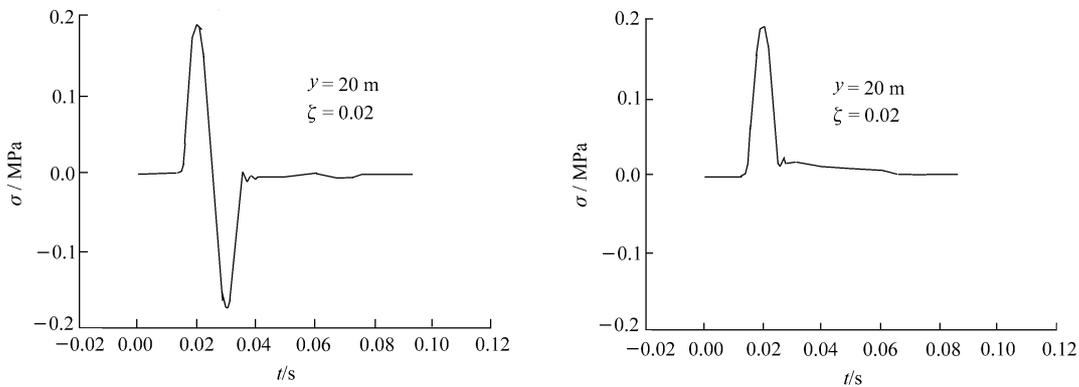


图 9 单元之间可拉和不可拉时接触面上的应力波波形
Fig.9 Stress waves with tensible and intensible joints between elements

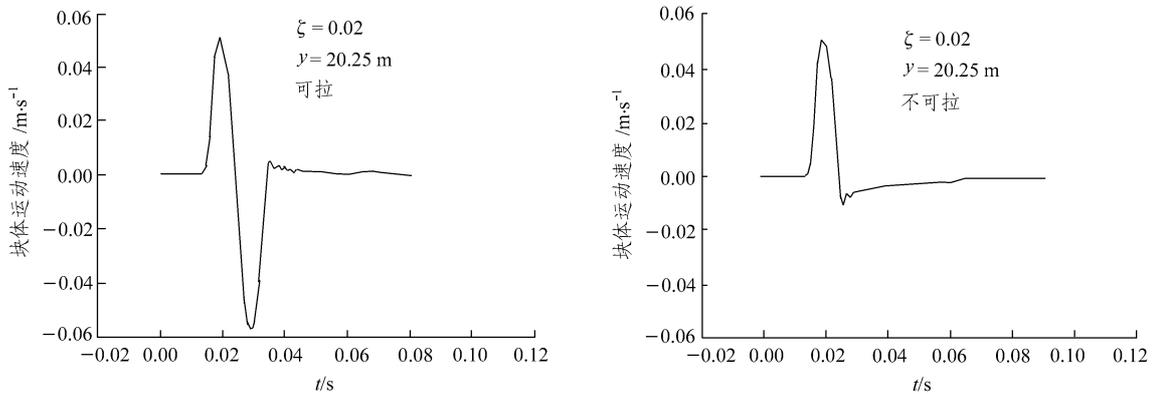


图 10 单元之间可拉和不可拉时块体质心运动速度
Fig.10 Velocity of block centroid with tensible and intensible joints between elements

4 结 论

本文采用离散元法面-面接触模型,模拟了动载荷作用下应力波在节理岩体中的传播。通过数值分析,得到如下结论:

(1) 岩体结构中的阻尼对波形有影响,对波速

基本没有影响。

(2) 当块单元之间可以受拉应力作用时,用离散元法可以得到与弹性解析解相近的结果;同时,当块体之间不能承受拉应力的作用时,离散元法还可以客观地描述岩体介质的不连续性。

(3) 采用离散元法还可以描述软弱夹层对应力波的影响,软弱夹层处的透射作用减弱,反射作用

增强。因此，夹层前的应力波和块体质心运动速度有所变化，夹层后的应力和块体质心运动速度减小，波速降低。

应该说明的是，采用离散元法来分析岩体中的应力波只是一种尝试，还有待于进一步发展和完善。致谢 感谢鲁晓兵博士提供了一维波动方程的解析解。

附录 一维波动方程及其解析解

考虑两端自由的杆轴线为 y ，长度为 l ，弹性模量为 E ，密度为 ρ ，截面面积为 A 。在接近杆一侧的端点处施加一个周期的正弦波轴向力载荷 F ，得到杆的一维波动方程为^[8, 9]

$$\frac{\partial^2 u(y, t)}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u(y, t)}{\partial y^2} = \frac{F}{\rho} \quad c^2 = \frac{E}{\rho} \quad (1)$$

式中： $u(y, t)$ 为位移， c 为纵波波速， F 为动态载荷，

$$F = F_0 \sin \omega t$$

$$(y = y_0, y_0 = 0, 0 < t < 2\pi/\omega) \quad (2a)$$

$$F = 0$$

$$(y = y_0 \text{ 或 } y = y_0 + l, t = 2\pi/\omega) \quad (2b)$$

波动方程的边界条件和初始条件是条件为

$$\left. \frac{\partial u(y, t)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \quad \left. \frac{\partial u(y, t)}{\partial y} \right|_{y=l} = 0 \quad (3)$$

$$u|_{t=0} = 0 \quad \left. \frac{\partial u(y, t)}{\partial t} \right|_{t=0} = 0 \quad (4)$$

求解上述方程，得到作用在杆上任意剖面的轴向应力大小为

$$\begin{aligned} \sigma = & \frac{2F_0}{\rho A c l} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi y}{l} \frac{l^2}{\omega^2 l^2 - n^2 \pi^2 c^2} \cdot \\ & \left(\omega \sin \frac{n\pi c}{l} t - \frac{n\pi c}{l} \sin \omega t \right) \\ & (0 < t < 2\pi/\omega) \end{aligned} \quad (5a)$$

$$\begin{aligned} \sigma = & \frac{2F_0}{\rho A c l} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi y}{l} \frac{\omega l^2}{\omega^2 l^2 - n^2 \pi^2 c^2} \cdot \\ & \left\{ \sin \frac{n\pi c}{l} t + \sin \left[\frac{n\pi c}{l} \left(\frac{2\pi}{\omega} - t \right) \right] \right\} \\ & (t < 2\pi/\omega) \end{aligned} \quad (5b)$$

在本文的计算过程中 n 取到 100。

参 考 文 献

- 1 Cundall P A. A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky systems[A]. In: Proceedings of the Symposium of the International Society of Rock Mechanics[C]. Nancy, France: [s. n.], 1971
- 2 Dowding C H, Belytschko T B, Yen H J. A coupled finite element-rigid block method for transient analysis of caverns[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1983, 7(1): 117 ~ 127
- 3 李世海, 徐以鸿, 张均锋等. 冲击荷载作用下饱和砂土孔压特性的简化力学模型与分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2000, 19(3): 321 ~ 325
- 4 Gilbert C M. Development of a three-dimensional small displacement rigid block model[Ph. D. dissertation][D]. Evanston, Illinois: Northwestern University, 1988
- 5 Raphael J M, Goodman R E. Strength and deformability of highly fractured rock[J]. J. Geotechn. Engg. Division, ASCE, 1979, 105: 1285 ~ 1300
- 6 王泳嘉, 邢纪波. 离散单元法及其在岩土力学中的应用[M]. 沈阳: 东北工学院出版社, 1991
- 7 O'connor K M, Dowding C H. Distinct element modeling and analysis of mining-induced subsidence[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 1992, 25(1): 1 ~ 24
- 8 宋守志. 固体介质中的应力波[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1989
- 9 梁昆森. 数学物理方法[M]. 北京: 人民教育出版社, 1978

DISTINCT ELEMENT ANALYSIS ON PROPAGATION CHARACTERISTICS OF P-WAVE IN ROCK PILLAR WITH FINITE LENGTH

Guo Yiyuan, Li Shihai

(Institute of Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080 China)

Abstract Based on the concept of equivalent stiffness of rock masses, the estimation of joint stiffness in distinct element model of stiff blocks is discussed. The propagation of P-wave in one-dimensional rock masses is analyzed according to plane to plane contact model. The P-wave shape is presented. The effects of damping, soft interlayer and tension property on the propagation characteristics are studied.

Key words distinct element method, rock masses, joint, P-wave