

侧加热腔体内重力波演化过程的数值模拟¹⁾

马丽娟^{*,**} 徐 丰^{†,††} 胡 非^{**} 张德良^{††}

^{*}(中国科学技术大学信息科学技术学院, 合肥 230027)

^{**}(中国科学院大气物理研究所, 北京 100029)

[†](School of Engineering, James Cook University, QLD 4811, Australia)

^{††}(中国科学院力学研究所, 北京 100080)

摘要 利用二维数值模拟的方法研究了侧加热腔体内的自然对流. 基于数值模拟结果, 描述了水平热入侵流 (intrusion) 的整个演化过程, 并对该过程的物理机制进行了讨论. 结果表明: 当热入侵流抵达腔体冷壁后, 由于冷壁无法卷入所有的热入侵流, 热入侵流在冷上角堆积并产生一个反向流动, 在冷壁边界层附近形成一个顺时针涡, 该涡在浮力效应驱动下可返回热壁, 并在腔体的冷热壁之间形成了腔体尺度的流体振荡, 即内重力波.

关键词 腔体, 自然对流, 入侵流, 内重力波, 数值模拟

NUMERICAL SIMULATION OF THE FORMATION AND DEVELOPMENT OF INTERNAL GRAVITY WAVE IN A DIFFERENTIALLY HEATED CAVITY

MA Lijuan^{*,**} XU Feng^{†,††} HU Fei^{**} ZHANG Deliang^{††}

^{*}(School of Information Science and Technology, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

^{**}(Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China)

[†](School of Engineering, James Cook University, QLD 4811, Australia)

^{††}(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract A two dimensional numerical simulation of natural convection in a differentially heated cavity is performed. The evolution of the horizontal hot intrusion is observed and its physical properties are described. The numerical results show that, after the hot intrusion reaches the cold wall, some accumulates in the cold top corner, since the cold boundary layer flow cannot entrain all of the hot intrusion. Due to the hot fluid accumulation and the buoyancy effect, a reverse flow (opposing the cold boundary layer flow) first arises in the cold top corner, and then forms a clockwise local circulation. This circulation may move back to the hot wall, and ultimately a cavity-scale oscillation (i.e. internal gravity wave) is resulted between the hot and cold walls underneath the ceiling of the cavity. Such oscillation significantly decays with the passage of time, and almost disappears after two periods.

Key words cavity, natural convection, intrusion, internal gravity wave, numerical simulation

1 引 言

侧加热腔体内的自然对流是流体力学的一个基本问题, 同时也可被广泛地应用到如电子冷却系统、热交换器、太阳能热水器以及室内空气环境等许多民用系统中. 从 Batchelor^[1] 提出侧加热腔体内自然

对流这一问题以来, 国际学术界就此问题已开展了广泛的研究. 如利用量纲分析的方法, Patterson 和 Imberger^[2] 对突然侧加热引起的腔体内自然对流进行了详细的分析. 根据量纲分析结果和流动物理特征, 他们将腔体内的自然对流分为垂直边界层流,

2006-03-16 收到第 1 稿, 2006-05-08 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金项目 (20490206) 资助.

水平入侵流和腔体中心区流动, 这样的流动划分也已得到后来的实验^[3]和数值模拟^[4]的支持. 上述的理论分析^[2]提出后, 很多有关侧加热腔体内流动的实验和计算结果相继被报导, 其中, Ivey^[3]最先完成了一个有关该问题的代表性实验工作, 并描述了突然侧加热腔体内流动的初期瞬态特征. 此后, Patterson 和 Armfield^[4]基于数值和实验的结果进一步全面地描述了突然侧加热腔体内流动演化过程, 并对瞬态流动的一些物理特征进行了讨论.

基于以前的研究^[3,4], 垂直热边界层的生长是侧加热腔体的一个重要物理过程, 即当腔体的一侧突然加热或冷却时, 首先会出现垂直热边界层的生长. 垂直边界层流的一个早期瞬态特征是 LEE 效应 (Leading Edge Effect), 即热边界层的高频波动, 如果 Rayleigh 数超过临界值, 它甚至可诱发湍流^[5]. 关于如何估计 LEE 的传播速度, 国际学术界曾经出现很大的分歧^[6]. Armfield 和 Patterson^[7]利用线性稳定性分析方法准确地估计 LEE 的传播速度, 并得到了实验支持^[8].

水平入侵流动是侧加热腔体的另一个重要物理过程. 使用纹影仪可以清楚地显示早期水平入侵的流动结构^[9]. 入侵流的分离是其一个明显的初期瞬态特征, Ivey^[3]认为内部水跃导致了入侵流的分离. 然而这样的解释被 Patterson 和 Armfield^[4]以及 Ravi 等^[10]质疑. Ravi 等^[10]认为热效应导致了入侵流的分离, 即相对冷的流体在浮力作用下从顶层分离出来. 然而这个解释并不能令人信服, 因为腔体内的流体在入侵的早期阶段没有出现分层, 不存在相较周围流体更冷的入侵流. 为此, Xu 等^[9]认为垂直边界层的卷入应该是水平入侵流分离的动力学机制.

尽管近 20 年来已有一些文献^[3,4]涉及了腔体内瞬态入侵流的演化, 但都局限于研究启动初期的流动过程, 即入侵流的分离和尾迹波 (trailing wave). 然而对于入侵流的进一步演化和重力波的形成并没有一个全面和完整的认识. 基于以上的研究背景, 本文作者们开展了针对侧加热腔体内水平入侵流动演化的数值研究, 完整地描述了入侵流的演化过程及由此形成的重力波, 并讨论了与该演化过程相关的动力学机制.

2 基本方程

本文模拟的是一个二维长方形腔体内的自然对流, 参见文献^[9], 计算域为高 0.24 m, 长 1 m, 工作流

体为水. 二维 Navier-Stokes 方程和能量方程如下

$$u_x + v_y = 0 \quad (1)$$

$$u_t + uu_x + vv_y = -\rho^{-1}p_x + \nu(u_{xx} + v_{yy}) \quad (2)$$

$$v_t + uv_x + vv_y = -\rho^{-1}p_y + \nu(v_{xx} + v_{yy}) + g\beta(T - T_m) \quad (3)$$

$$T_t + uT_x + vT_y = \kappa(T_{xx} + T_{yy}) \quad (4)$$

式中, g 为重力加速度, p 为压力, T 为温度, T_m 为腔体内流体的平均温度值, u 为水平 x 方向的速度, v 为垂直 y 方向的速度, β 为热膨胀系数, κ 为热扩散率, ν 为运动学黏性系数, 下标 t, x 和 y 分别为对 t, x 和 y 的偏微分.

为了模拟文献^[9]中的实验工况, 本文数值模拟中将两个侧壁之间的温度差固定在 16 K, 流体的平均温度为 295.55 K. 相应的 Rayleigh 数和 Prandtl 数分别为 3.77×10^9 和 6.64. 边界条件和坐标系如图 1 所示, 坐标系原点设在腔体中心, 流体的初始状态为静止和等温的.

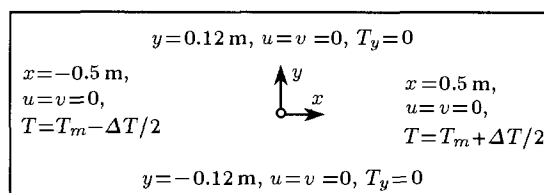


图 1 计算域和边界条件, ΔT 为两侧壁温差

3 计算方法

本文采用 SIMPLE 算法求解以上的二维控制方程, 用二阶迎风格式离散对流项, 二阶中心差分格式离散扩散项, 而时间项用二阶隐性格式, 参见文献^[4].

为了能准确刻画边界层流动的特征, 本文在数值模拟中构造了一个非均匀的网格, 即在近壁边界层采用较细的网格 (边界层网格), 网格节点数为 199×563 , 最小网格单元在 4 个顶角, 类似的网格系统可参见文献^[4]. 为测试网格的影响, 本文也给出了一个更细的网格 (395×1155) 和一个较粗网格 (133×387) 的对比实验. 不同网格计算结果如图 2 所示, 不同的曲线为热边界层内选定点处温度随时间变化用不同网格计算的结果. 显然, 两个较细网格得出几乎相同的结果, 因此, 本文采用 199×563 网格, 以节省计算时间.

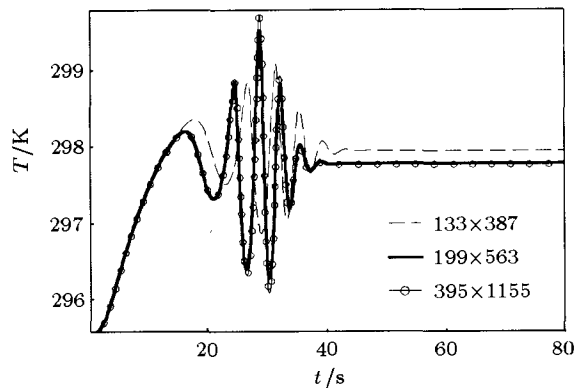


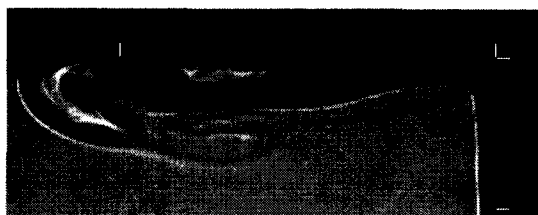
图 2 不同网格在点 ($x = 0.498 \text{ m}$, $y = 0.09 \text{ m}$) 处的温度随时间变化

在本文的研究中, 时间步长为 0.1 s , 计算结果表明: 该时间步长已能捕捉到入侵流的主要特征(本文的时间步小于文献 [4] 中采用的时间步长), 而且基于该非均匀网格, 计算结果的稳定性也能得到保证.

4 结果和分析

尽管本文研究的对象为侧加热腔体内的水平入侵流动, 但由于入侵流影响到腔体中心区和边界层的流动, 因此, 其它方面流动的运动学特征也会被涉及.

图 3 给出了实验和计算结果的比较. 计算和实验结果在刻画入侵流锋面的流动结构上是相似的, 但数值结果快于实验的流动显示. Patterson 和 Armfield^[4] 指出二者的差异是由于实验的加热方式并不能达到指定的侧壁温差造成的(小于数值侧壁温差). 由于文献 [9] 研究的是垂直侧壁附近的流动, 因此, 没有可比较的水平入侵流进一步演化的实验



(a) 38 s 时的纹影实验结果

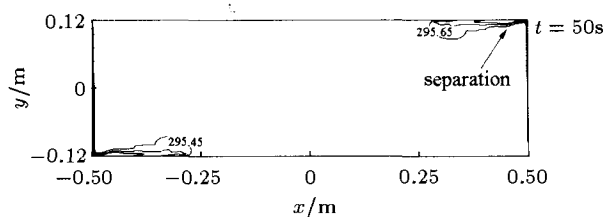


(b) 30 s 时的等温线

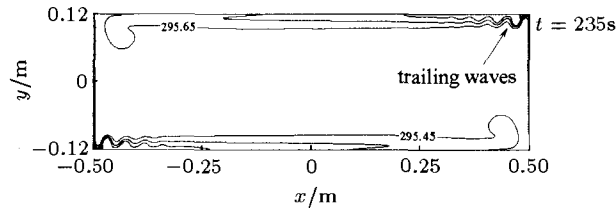
图 3 入侵流锋面的数值和实验比较

结果, 故在下面的讨论中将完全基于现有的数值结果.

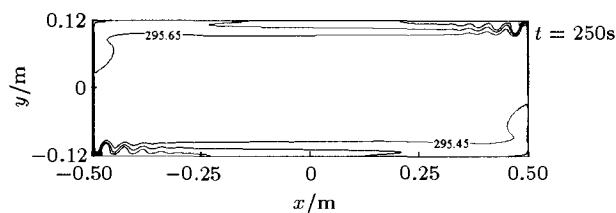
图 4 显示了入侵流动的初期发展过程(在以下所有图中, 热壁位于右侧), 其中图 4(a)~图 4(d)为不同时刻的等温线图, 而图 4(e)~图 4(h)为对应时刻的流线图. 从图 4(a)中可以看到, 热入侵流的分离出现在腔体的右上角(热上角, 入侵流锋面后). 图 4(b)显示了热入侵流锋面抵达冷侧壁, 而且尾迹波随着时间的发展会退回热壁. 在热入侵流锋面抵达冷侧壁后, 因为冷壁不能将所有热入侵流冷却并卷入带到底部, 相对热的流体会堆积在左上角(冷上角), 因此, 在冷上角附近形成了一个倾斜密度场, 见图 4(c)和图 4(d)中的等温线.



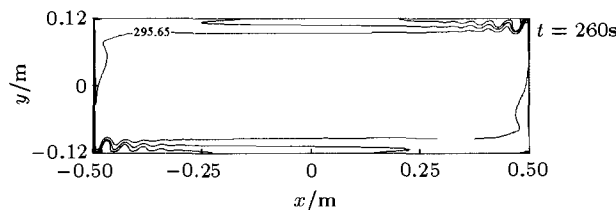
(a)



(b)



(c)



(d)

图 4 入侵流动的初期发展过程: (a),(b),(c)和(d)为等温线;

图(e),(f),(g)和(h)为流线

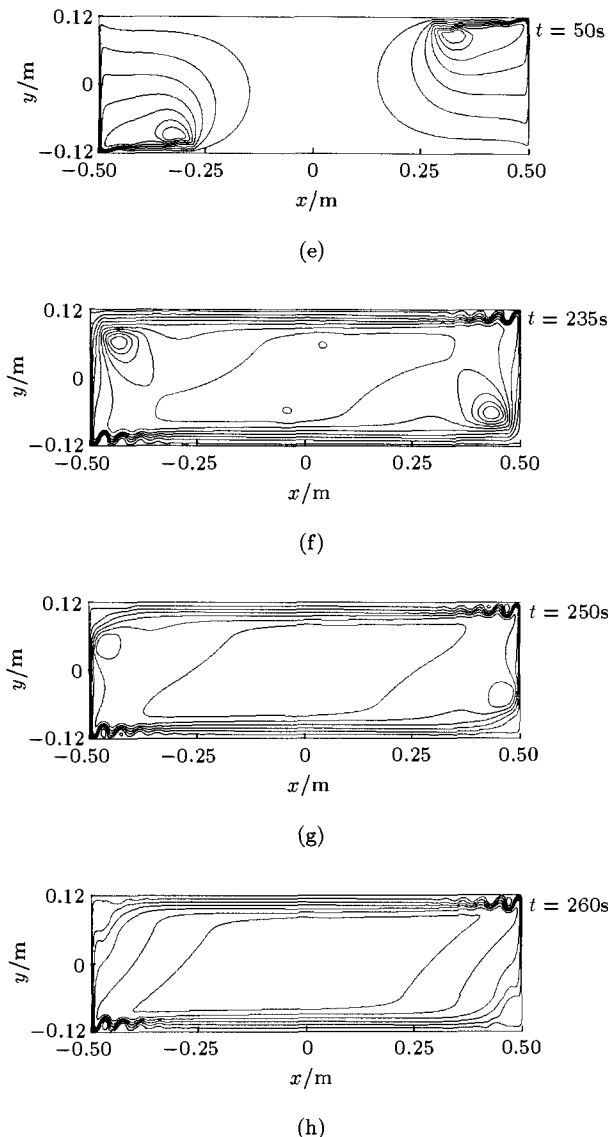


图4 入侵流动的初期发展过程: (a),(b),(c)和(d)为等温线;
图(e),(f),(g)和(h)为流线(续)

与等温线对应的流线图显示,早期入侵流前方由于强剪切作用,会产生一个大的逆时针涡(下文中称之为锋面涡),见图4(e).该锋面涡可随热入侵流抵达冷侧壁(图4(f)),并会沿着冷壁逐渐向下伸展(图4(g)),最终被耗散(图4(h)).类似图4(d)的等温线,在冷上角附近也会产生一个倾斜的流场,见图4(h).

图5显示了入侵流后期的发展过程.由于浮力效应,在冷壁附近倾斜的密度场会产生一个与冷边界层流相反的流动,见图5(a)和图5(b)的左侧.图5(a)冷上角附近的等温线表明:会形成一个温舌(thermal tongue).热入侵流在冷上角进一步堆积,浮力效应会驱动温舌形成一个反向流,并流回热壁.图5(c)和图5(d)的等温线并不能清楚地显示该反向

流,但图5(e)~图5(h)的流线图可描述该反向流的形成和发展.图5(e)的流线表明与图5(a)中温舌对应的是一个顺时针涡.随着流动的发展,该顺时针涡伴随明显的衰减并移向热壁,见图5(f)和图5(g).690s后,顺时针涡已完全被耗散,同时形成了一个相对于热入侵流的反向流动,如图5(h).反向流可将热入侵来流分成上下两个部分,上部入侵流沿着腔体顶壁向冷壁移动,下部入侵流向中心区移动,如图5(g).图5(g)也指出反向流可把入侵流的尾迹波推向热壁(右上角),该反向流甚至可直接影响到热垂直边界层的流动特征和结构.在图5(a)~图5(d)中可以清楚地看到,当反向流返回到热壁时,腔体上部分的等温线向中心移动.这表明,反向流可加速腔体中心区流体的分层.

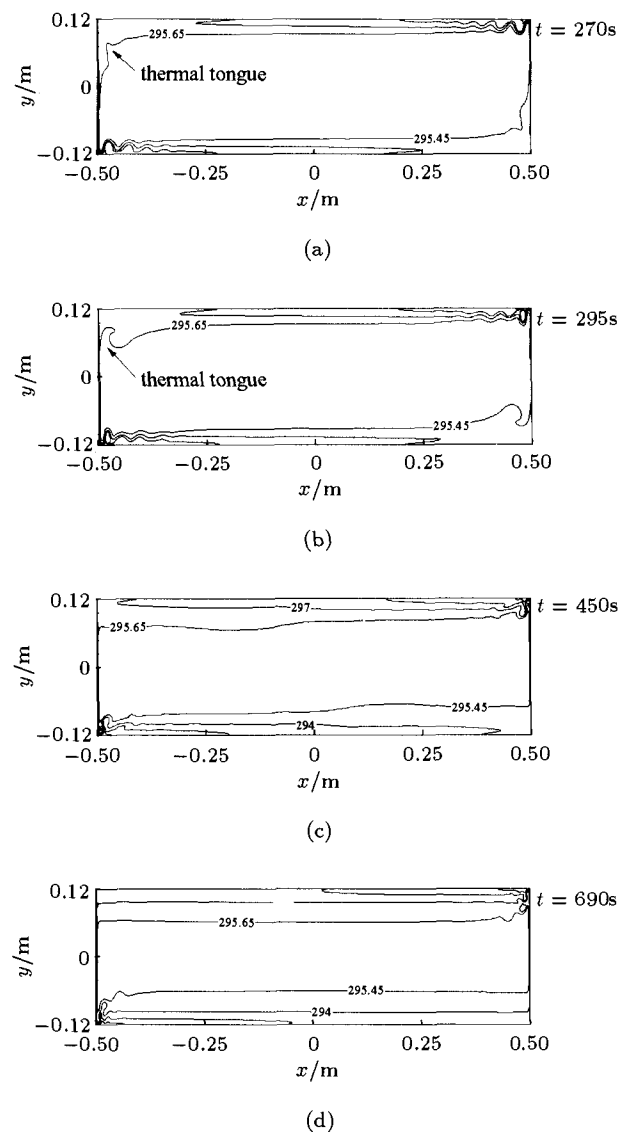


图5 入侵流动的进一步演化: (a), (b), (c)和(d)为等温线;
(e), (f), (g)和(h)为流线

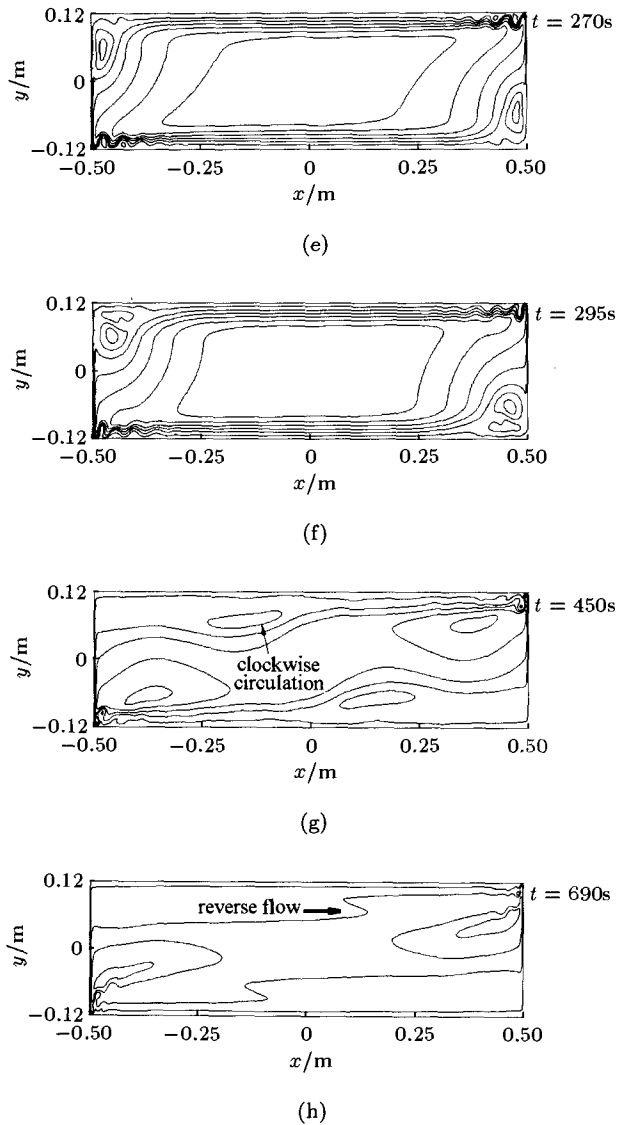


图 5 入侵流动的进一步演化：(a), (b), (c) 和 (d) 为等温线；(e), (f), (g) 和 (h) 为流线 (续)

如图 5(h) 所示，当反向流回到热壁附近时，尽管强度有明显的衰减，但最终依然可演化为在腔体上部的振荡，即流体在冷壁和热壁之间往复运动。这种腔体尺度的振荡是一种典型的内重力波。

图 6 显示了在 $(x = 0\text{ m}, y = 0.07\text{ m})$ 处得到的水平速度时间序列，腔体尺度的重力波是清楚的。

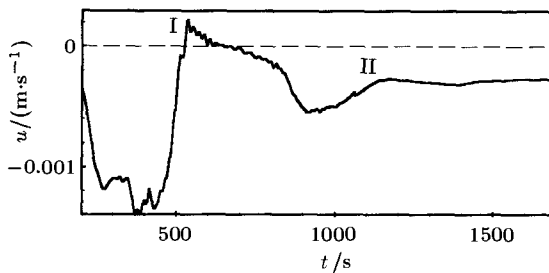


图 6 在点 $(x = 0\text{ m}, y = 0.07\text{ m})$ 处水平速度随时间变化

从图 6 中也可看到，当重力波经过第一个周期后，振幅会明显衰减。重力波前两个周期是明显的，约 1400 s，事实上，小振幅的重力波可持续相当长的时间。图 6 也指出反向流在 $(x = 0\text{ m}, y = 0.07\text{ m})$ 处可持续超过 200 s。尽管腔体内的重力波极易耗散 (只有两个非常清楚的波峰)，但是重力波明显可加强腔体中心区流体的分层，如图 5 所示。

与腔体上半部流动对称，在腔体下半部分也存在一个由冷入侵诱导的腔体尺度的振荡。图 7 显示了在 $x = 0$ 处不同时间的水平速度剖面，从中不难看出，腔体的上部和下部的振荡是对称的。

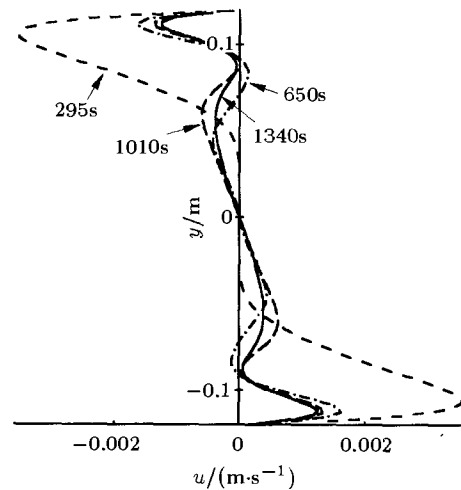


图 7 在 $x = 0$ 处不同时间的水平速度剖面

5 结 语

本文讨论了突然侧加热和冷却腔体内的水平入侵流动，详细描述了入侵流动的物理演化过程，以及由此引起的腔体尺度的振荡。

数值模拟结果表明：在入侵流锋面后首先可演化出尾迹波，同时，在锋面下会形成一个大的逆时针涡。随着时间的推移，这个逆时针锋面涡可水平移动到冷壁并最终耗散。此后，由于热入侵流在冷上角的堆积，在冷壁附近可产生一个顺时针涡。这个顺时针涡与腔体顶部的热入侵流产生强剪切，并诱导出一些小尺度涡和波动。顺时针涡可移向热壁，形成与热入侵流相反的流动，并最终发展为一种腔体尺度的振荡 (在冷热壁之间往复运动)。这种振荡是侧加热腔体内自然对流中典型的内重力波，在很大程度上影响垂直边界层流动和腔体中心区流体的分层。原因在于，一方面，该振荡可驱动尾迹波更靠近热壁，并进而引起热边界层的不稳定以及改变其

(下转第 38 页)

参 考 文 献

- 林宏, 史文谱, 刘殿魁. SH 波入射时浅埋结构的动力分析. 哈尔滨工程大学学报, 2001, 22(6): 90~94 (Lin Hong, Shi Wenpu, Liu Diankui. On the scattering of SH-wave by interface crack and circular cavity near the interface. *Journal of Harbin Engineering University*, 2001, 22(6): 90~94(in Chinese))
- 刘殿魁, 林宏. 浅埋的圆柱形孔洞对 SH 波的散射与地震动. 爆炸与冲击, 2003, 23(1): 6~12 (Liu Diankui, Lin Hong. Scattering of SH-waves by a shallow buried cylindrical cavity and the ground motion. *Explosion and Shock Waves*, 2003, 23(1): 6~12(in Chinese))
- 梁建文, 张郁山, 顾晓鲁等. 圆弧形层状凹陷地形对平面 SH 波的散射. 振动工程学报, 2003, 16(2): 159~165 (Liang Jianwen, Zhang Yushan, Gu Xiaolu, et al. Scattering of plane SH waves by a circular-arc layered canyon. *Journal of Vibration Engineering*, 2003, 16(2): 158~165(in Chinese))
- 刘殿魁, 林宏. SH 波对双相介质界面附近圆形孔洞的散射. 固体力学学报, 2003, 24(2): 197~204 (Liu Diankui, Lin Hong. Scattering of SH-waves by circular cavities near bimaterial interface. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2003, 24(2): 197~204(in Chinese))
- 王国庆, 刘殿魁. SH 波对浅埋相邻多个圆孔作用的动力分析. 哈尔滨工程大学学报, 2003, 24(1): 108~113 (Wang Guoqing, Liu Diankui. Dynamic analysis for effect of SH-wave on shallow fill multiple circular cavities. *Journal of Harbin Engineering University*, 2003, 24(1): 108~113(in Chinese))
- 宋天舒, 刘殿魁, 付国庆. 含刚性圆柱夹杂压电介质的动力反平面特性. 哈尔滨工程大学学报, 2003, 24(5): 574~577 (Song Tianshu, Liu Diankui, Fu Guoqing. Dynamic anti-plane characteristic of piezo-electric medium with rigid cylindrical inclusion. *Journal of Haerbin Engineering University*, 2003, 24(5): 574~577(in Chinese))
- Emets VF, Kunets YI, Matus VV. Scattering of SH waves by an elastic thin-walled rigidly supported inclusion. *Archive of Applied Mechanics*, 2004, 73(11-12): 769~780
- Lu JF, Hanyga A. Scattering of SH-Wave by a Crack Terminating at the Interface of a bimaterial. *Computational Mechanics*, 2004, 34(1): 74~85
- 吴国荣, 钟伟芳. 半空间弹性波双参数强非线性逆散射. 力学与实践, 2005, 27(6): 44~48 (Wu Guorong, Zhong Weigang. Strongly non-linear inverse scattering for elastic parameters in half space. *Mechanics in Engineering*, 2005, 27(6): 44~48(in Chinese))
- 胡超, 赵兴华, 邹经湘等. 含孔 von Karman 板中的高次谐波散射现象. 力学与实践, 1999, 21(4): 35~37 (Hu Chao, Zhao Xinghua, Zou Jingxiang, et al. Non-linear wave scattering of von Karman plates with a circular cavity. *Mechanics in Engineering*, 1999, 21(4): 35~37(in Chinese))

(上接第 23 页)

流动特性和结构; 另一方面, 热入侵流可被腔体尺度的振荡流分成两部分, 因此加速了腔体中心区流体的分层. 总之, 水平入侵流诱导的重力波是侧加热腔体内自然对流演化过程中重要的物理特征和瞬态动力过程.

参 考 文 献

- Batchelor GK. Heat transfer by free convection across a closed cavity between vertical boundaries at different temperatures. *Quart Appl Math*, 1954, 12: 209~233
- Patterson JC, Imberger J. Unsteady natural convection in a rectangular cavity. *J Fluid Mech*, 1980, 100: 65~86
- Ivey GN. Experiments on transient natural convection in a cavity. *J Fluid Mech*, 1984, 144: 389~401
- Patterson JC, Amfield SW. Transient features of natural convection in a cavity. *J Fluid Mech*, 1990, 219: 469~497
- Paolucci S, Chenoweth DR. Transition to chaos in a differentially heated vertical cavity. *J Fluid Mech*, 1989, 201: 379~410
- Gebhart B. Transient response and disturbance growth in vertical buoyancy-driven flows. *J Heat Transfer*, 1988, 110: 1166~1174
- Armfield SW, Patterson JC. Wave properties of natural-convection boundary layers. *J Fluid Mech*, 1992, 239: 195~211
- Patterson JC, Graham T, Schopf W, et al. Boundary layer development on a semi-Infinite suddenly heated vertical plate. *J Fluid Mech*, 2002, 453: 39~55
- Xu F, Patterson JC, Lei C. Shadowgraph observations of the transition of the thermal boundary layer in a side-heated cavity. *Exp Fluids*, 2005, 38: 770~779
- Ravi MR, Henkes RAWM, Hoogendoorn CJ. On the high-rayleigh-number structure of steady laminar natural-convection flow in a square enclosure. *J Fluid Mech*, 1994, 262: 325~351