

文章编号: 0258-1825(2006)04-0425-05

稳态等离子体推进器羽流的粒子模拟

田东波, 沈青, 樊菁

(中国科学院力学研究所高温气体动力学实验室, 北京 100080)

摘要:利用结合了 particle-in-cell 方法的直接模拟 Monte Carlo 方法模拟了稳态等离子体推进器的羽流场。为了更真实地再现实验设备中的流动, 模拟中包含了背压气体, 并在计算中直接模拟, 改变了以往的中性粒子平衡态的处理方式。为了匹配试验结果, 修正了推进器出口处气流偏转角分布, 并建议最大偏转半角取为 20° 。计算结果与现有的实验结果符合较好。

关键词:电推进; DSMC-PIC 方法; 中性粒子; 偏转角

中图分类号: V211.25 **文献标识码:** A

0 引言

电推进(Electric Propulsion, 简称 EP)系统与传统化学推进系统相比具有长寿命、高比冲、小推力等特点, 这正符合航天器对推进系统提出的高速、长期可靠安全工作和仅需克服较小阻力的要求。EP 技术在航天器在轨控制、深空探测和星际航行等方面得到广泛应用。

电推进器羽流多为等离子体, 离子撞击飞行器及其设备表面, 会对其寿命和性能产生影响, 因此对羽流中离子的运动行为进行研究和分析显得尤为重要, 尤其离子和中性粒子之间发生的电荷交换反应将产生高速运动中性粒子和低速运动离子, 会影响到等离子体中自电场和流动性质。同时, 由于试验或者实际飞行中背景气体大多为中性粒子, 直接参与到电荷交换反应中, 尽管碰撞数很少, 但足以影响到羽流流动, 因此背压在研究中是不可忽视的。

DSMC(direct simulation Monte Carlo)^[1,2]-PIC(particle in cell)^[3]方法是由 Oh^[4]提出用来模拟等离子体羽流的混合方法。一般只关心离子流动特性, 因此在模拟中通常假设中性粒子的分布函数随着碰撞不做改变, 而作为平衡态气体来处理, 在计算中对之并没有直接模拟, 并且认为由于离子和中性粒子的碰撞数很少, 对于计算结果影响并不大。King^[5]对稳态等离子体推进器 SPT-100(stationary plasma thruster, 简称 SPT, 推进剂为氙(Xe))实验测量表明, 远流场中性粒

子数密度比离子数密度大三个量级, 此时认为离子的碰撞和运动对于中性粒子的速度分布影响不大, 可以作为平衡态气体处理。但是在近流场中, 中性粒子与离子数密度基本处于同一个量级, 此时将中性粒子再作为平衡态气体处理就不够准确了。

本文利用 DSMC-PIC 方法真实模拟了包含中性粒子的 SPT-100 等离子体羽流, 模拟中根据 VanGilder^[6]给出的线性化出口轴向速度, 假设被离子化粒子在加速腔内获得相同的动能, 给定了模拟中离子在出口处线性化的径向速度。所模拟结果与实验和 VanGilder^[6]模拟结果进行了对比, 与 VanGilder 模拟结果相比, 本文结果符合更好。

1 方法和模型

DSMC-PIC 混合方法实现了粒子碰撞和电场的计算。DSMC 用来计算等离子体中的碰撞, 而 PIC 用来计算等离子体自电场对带电粒子运动的影响。

等离子体羽流中既有弹性碰撞, 也包含了非弹性碰撞和电荷交换碰撞。由于发生在离子间的库伦碰撞对于离子能量分布可以忽略, 因此模拟中不考虑这种碰撞。离子和离子间也可以发生电荷交换碰撞, 这种碰撞会影响到分布函数, 但是由于缺少实验和理论的碰撞截面, 因此在模拟中没有考虑这种碰撞。本文主要考虑以下碰撞, 弹性碰撞应用了 VHS(variable hard sphere)模型, Xe-Xe 碰撞截面采用^[4,7]

• 收稿日期: 2005-06-10; 修订日期: 2005-10-21.

作者简介: 田东波(1969-), 男, 中国科学院力学研究所博士研究生, 就职中国空间技术研究院总体部, 主要从事流体力学研究。

$$\sigma_{nn} = \frac{2.117 \times 10^{-18}}{c_r^{0.24}} \text{ m}^2 \quad (1)$$

c_r 是粒子之间相对速度,下角标 n 代表中性粒子。
Xe-Xe⁺ 的碰撞截面采用^[8]

$$\sigma_{ni} = \frac{2.416 \times 10^{-16}}{c_r} \text{ m}^2 \quad (2)$$

下角标 i 代表离子。基于 Dalgarno^[9] 推导, Rapp 和 Francis^[10] 给出电荷交换 Xe-Xe⁺ 碰撞截面

$$\sigma_{cex\ ni} = (-0.8821 \times \log c_r + 15.1262)^2 \times 10^{-20} \text{ m}^2 \quad (3)$$

下角标 cex 表示电荷交换反应。对于与 Xe⁺⁺ 的电荷交换反应, Oh 和 Hastings^[7] 对 Hasted 和 Hussain 的数据^[11] 进行了拟合,碰撞截面采用

$$\sigma_{cex\ nii} = (-2.7038 \times \log c_r + 35.0061)^2 \times 10^{-20} \text{ m}^2 \quad (4)$$

电场加速离子运动方程的差分形式为:

$$\frac{c_{i+\Delta t} - c_i}{\Delta t} = \frac{F_{i+\Delta t}}{m} \quad (5)$$

c 为分子运动速度, t 为时间, 电量 q 的离子在强度为 E 电场中所受合力为 $F = qE$, m 为分子质量, Δt 为一个时间步长。在静电问题中, 电场控制方程为 Poisson 方程, 其差分形式为:

$$E_i^z = \frac{\Phi_{i-1} - \Phi_{i+1}}{2\Delta z}, \quad E_i^r = \frac{\Phi_{j-1} - \Phi_{j+1}}{2\Delta r} \quad (6)$$

Φ 为电势, 上角标 z, r 表示轴向和径向, $\Delta z, \Delta r$ 表示轴向和径向空间步长, 下角标 i, j 表示轴向和径向网格点。电中性假设下, 电势 Φ 可以通过电荷密度求得, 将电子视为一种理想气体, 并假设等温, 由电子动力学方程得到 Boltzmann 关系:

$$n_e = n_{e0} \exp\left(-\frac{e\Phi}{kT_e}\right) \quad (7)$$

n_e 为电子数密度, 下角标 e 表示电子, n_{e0} 表示电势为 0 时电子数密度, k 为 Boltzmann 常数。

由于 SPT-100 流场的轴对称性, 采用轴对称模拟, 在求网格点上电荷密度时, 应用轴向和 Ruytan 发展的径向权重因子^[12]

$$S_i = \frac{z_{i+1} - z}{z_{i+1} - z_i}, \quad S_{i+1} = \frac{z - z_i}{z_{i+1} - z_i} \quad (8)$$

$$S_j = \frac{(r_{j+1} - r)(2r_{j+1} + 3r_j - r)}{2(r_{j+1}^2 - r_j^2)}, \quad (9)$$

$$S_{j+1} = \frac{(r - r_j)(3r_{j+1} + 2r_j - r)}{2(r_{j+1}^2 - r_j^2)}$$

粒子在网格中分配到节点的权重比例为相应径向和

轴向的乘积。

由于 DSMC 和 PIC 划分网格的空间尺度是不同的, DSMC 网格划分尺度是分子自由程量级, 而 PIC 的划分尺度则是 Debye 长度量级。模拟用两套网格, 同一坐标系下, 粒子网格地址通过粒子的空间位置来判断。

2 电推进器 SPT-100 模拟参数

根据实验参数^[5], SPT-100 额定工作电压为 300V, 电流 4.5A, 总流率为 5.4mg/s, 经过阴极流率占总流率 7%, 效率 0.54%。模拟中的计算区域见图 1。

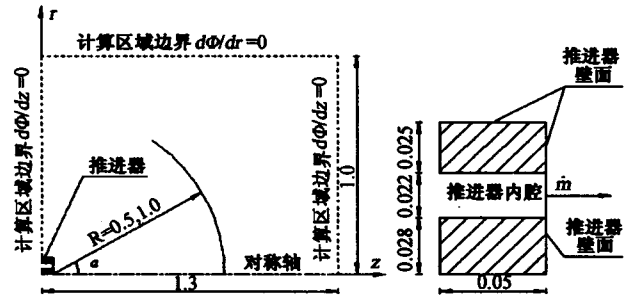


图1 计算区域以及边界(单位:m)

Fig.1 Computational domain and boundaries(unit:m)

喷口处中性粒子假设为声速条件并沿喷口均匀分布, 温度设为 1000K。假设离子在喷口处均匀分布, 喷口处速度偏转角是出口处径向距离的函数, 轴向速度随偏转角的变化为^[6]:

$$v_{xi}(r) = |v_i| \cos[k(r - r_{center})] \quad (10)$$

同时假设射出离子有相同动能, 本文将出口处径向速度设为:

$$v_{ri}(r) = |v_i| \sin[k(r - r_{center})] \quad (11)$$

v_i 为离子速度, $r_{center} = (r_{out} + r_{in})/2$ 为环状喷口的径向中心位置, r_{out}, r_{in} 分别表示环状喷口上下边缘的径向位置, $k = \Delta\theta / (r_{out} - r_{in})$, $\Delta\theta$ 为气流最刁偏转角。出口处电势设定为 10V, 参考电子数密度为 $1.0 \times 10^{16} \text{ m}^{-3}$ 。为便于对比, 采用 VanGilder^[6] 设定的喷口条件(表 1)。背景气体(Xe)模拟参数根据实验^[8] 给定温度为 300K、压力为 6MPa 的理想气体。

表1 SPT-100 推进器出口处的参数^[6]

Table 1 The parameters at the outlet of the SPT-100 thruster^[6]

| 组分 | 数密度 $n(\times 10^{17} \text{ m}^{-3})$ | 速度 $v_i(\text{km/s})$ | 温度 $T(\text{eV})$ |
|------------------|--|-----------------------|-------------------|
| Xe | 1.58 | 0.325 | 0.086 |
| Xe ⁺ | 1.74 | 17.6 | 4 |
| Xe ⁺⁺ | 0.58 | 17.6 | 4 |

离子撞击壁面后被中性化,满足漫反射边界条件,壁面温度为800K。尽管壁面处 Debye 鞘内电势变化剧烈,但对羽流影响很小,所以将壁面设为固定电势0V。离子离开喷口后,数密度下降很快,外边界处离子比背景气体数密度小大致 10^3 ,因此外边界不考虑离子进入流场,离子为出流边界。假设外边界处离子数密度为均匀分布,边界法向电势梯度为0。通过对称轴线的粒子按照镜面反射处理。

根据实验测量^[13],大部分区域电子温度处于1~4eV之间,只有很小的区域大于这个区间,简便起见认为电子温度在整个流场中近似等温,模拟中电子温度 T_e 取为定值3eV。

本文中的网格采用矩形网格,整个计算区域为 $1.3 \times 1.0 \text{m}^2$ 。DSMC 计算区域内网格划分为 50×50 ,有效网格数为2420个。PIC 计算区域内网格划分为 100×100 ,有效网格数9630个。

3 模拟结果和分析

由于扩散作用,出口气体并不是沿轴向平行流出,而是沿喷口按着一定角度流出。本文分别模拟了最大扩散半角 $\Delta\theta = 10^\circ$ 和 $\Delta\theta = 20^\circ$ 两种情况,将 $\Delta\theta$ 作为控制喷口边界条件的一个参数,并将所关心的离子数密度和速度分布分别与 King 实验结果^[5] 以及 VanGilder 模拟结果^[6] 作了对比。经过试算, $\Delta\theta = 10^\circ$ 作为对比算例,而 $\Delta\theta = 20^\circ$ 则是本文建议采用的边界条件。

离子数密度分布是评估羽流的重要参数之一。当 $\Delta\theta$ 取为 10° 时, $R = 0.5 \text{m}$ 处数密度沿 α 分布对比(图2a)可以看出离子的数密度沿着径向下降很快,在 $\alpha = 0^\circ$ 处 VanGilder 的模拟结果偏低,本文结果偏

高,总体上二者偏差不大。在 $\alpha < 30^\circ$,二者结果与实验符合较好,但在 $\alpha > 30^\circ$ 时,实验值逐渐变得平缓,而 VanGilder 结果曲线比较陡峭,本文结果处于二者之间。在 $R = 1.0 \text{m}$ 处(图2b),可以看到数值整体走势与实验结果相比还是有所偏差。图2中还分别给出了 Xe^+ 和 Xe^{++} 的数值结果,在 α 大角度时二者有重合趋势。

当 $\Delta\theta$ 取为 20° 时,在 $R = 0.5 \text{m}$ (图3a)时,无论在近轴位置以及 α 大角度时,本文模拟结果比 VanGilder 结果都有改进,尤其在 α 小角度时与实验值符合较好, α 大角度时的走势比 VanGilder 结果平缓,与实验值相比还有差距。图3(b)是 $R = 1.0 \text{m}$ 处与实验值的对比图,可看出与实验相比偏差还是较大。两个图中都可以看到 $\alpha = 50^\circ$ 左右时, Xe^{++} 的数密度有大于 Xe^+ 的趋势。这主要是由于电场中 Xe^{++} 所受电场加速作用比 Xe^+ 大,从而加速了 Xe^{++} 的扩散。

离子速度是衡量离子运动的另一个重要指标,是表征流场中离子所具有动能的重要参量之一。在 $\Delta\theta$ 取为 10° 时,从图4(a)($R = 0.5 \text{m}$)和(b)($R = 1.0 \text{m}$)可以看出本文的模拟结果与实验以及 VanGilder 的结果相比并不是很好,在小角度的数值偏低,尽管在 α 大角度位置比 VanGilder 结果稍好,但总体而言符合不是很好。实验的速度值变化不大,而模拟的数值都偏小。尤其是在 α 大角度时,与实验值相比偏差更大。

在 $\Delta\theta$ 取为 10° 时模拟结果与实验差距较大,但当 $\Delta\theta$ 取为 20° 时的模拟结果(图5a、b)符合得却是相当好。在图5(a)($R = 0.5 \text{m}$)中,可以看出 VanGilder 的结果在 $\alpha = 35^\circ$ 时速度开始陡降,本文的结果则有相当的改进,在接近 60° 时才显现出这种趋势。这

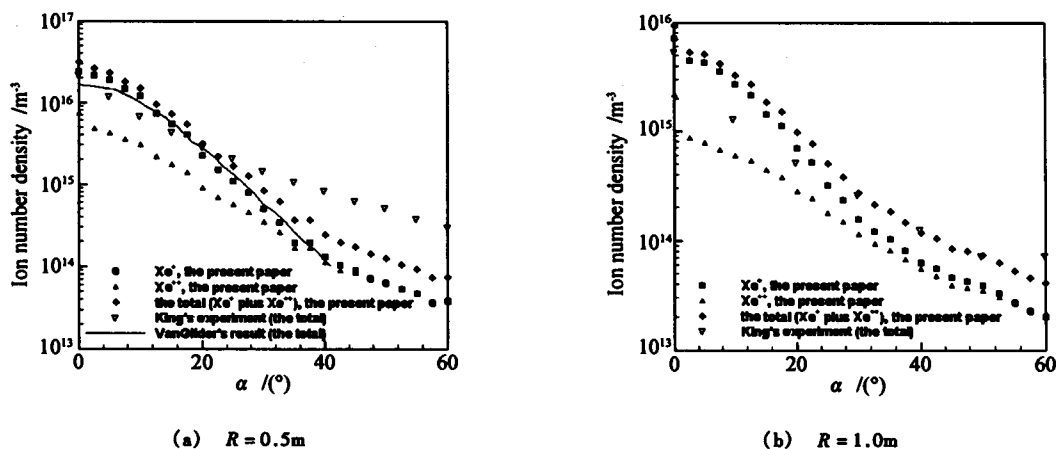


图2 离子数密度的对比图, $\Delta\theta = 10^\circ$

Fig.2 Comparison of the ion number density, $\Delta\theta = 10^\circ$

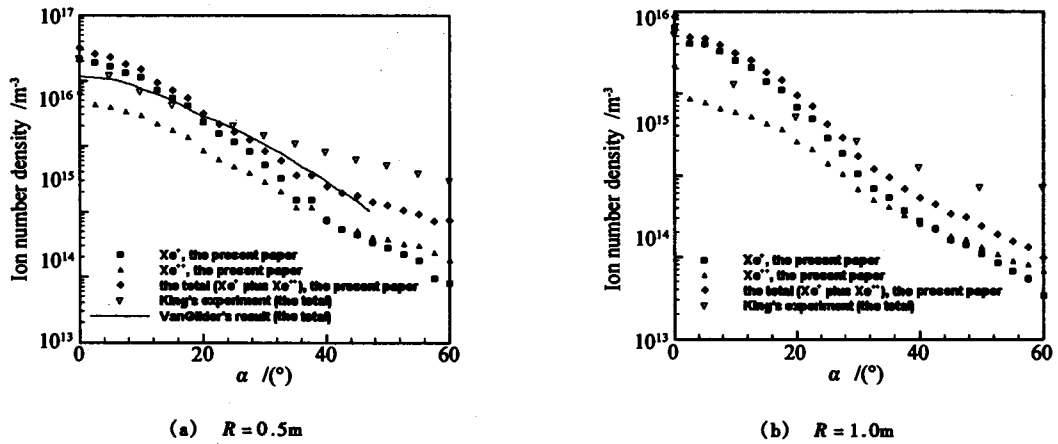


图3 离子数密度的对比图, $\Delta\theta = 20^\circ$

Fig.3 Comparison of the ion number density, $\Delta\theta = 20^\circ$

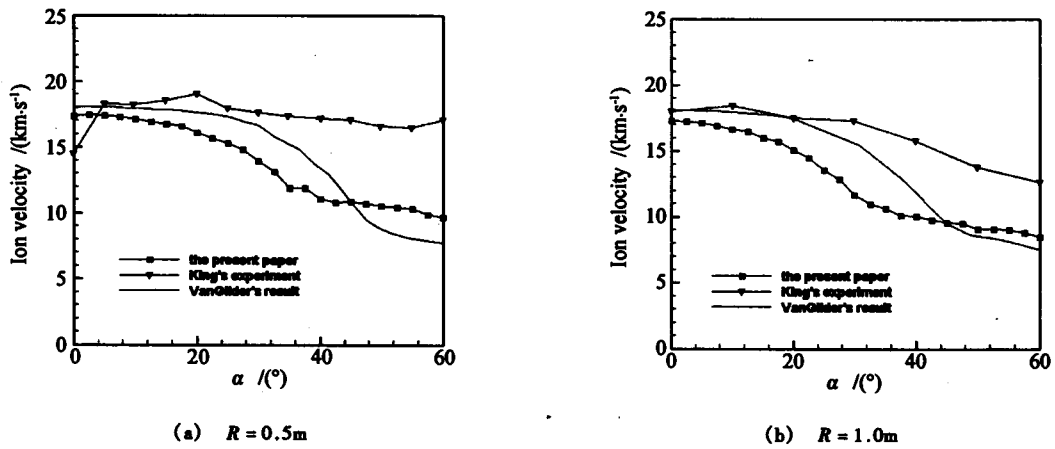


图4 离子速度的对比图, $\Delta\theta = 10^\circ$

Fig.4 Comparison of the ion velocity, $\Delta\theta = 10^\circ$

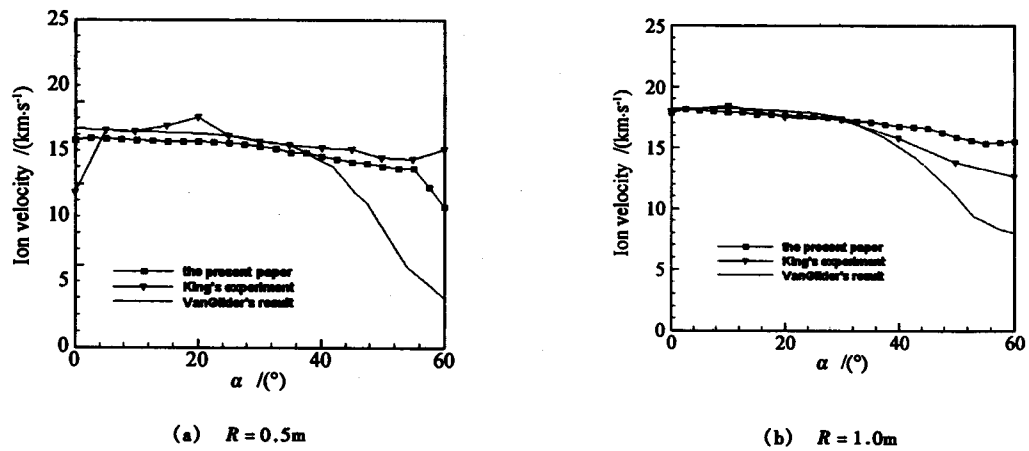


图5 离子速度的对比图, $\Delta\theta = 20^\circ$

Fig.5 Comparison of the ion velocity, $\Delta\theta = 20^\circ$

主要是由于径向偏转角增大, 径向扩散导致径向电势梯度增大造成。图5(b) ($R = 1.0m$) 中, α 大角度下比实验值稍偏高, 在图中角度内没有陡降情况发生, 在小角度时与实验值基本重合。

通过数密度对比可以看出, 在近流场本文结果比 VanGilder 的结果都有所改进, 在远流场的数值与实验还是有差距, 有待改进。同时指出, 无论是 $\Delta\theta = 10^\circ$ 还是 $\Delta\theta = 20^\circ$ 时, 本文所有的结果都显示在远流场

Xe^+ 和 Xe^{++} 的数密度相差不大,二者对远流场流动作用相当。同时也显示出,中性粒子的真实模拟以及出口处径向速度的设定对于数密度曲线的整体走势影响还是很大的。速度对比中尽管 $\Delta\theta = 10^\circ$ 的结果不是很好,但却在稍大的偏转角时得到了较好结果,这主要是得益于对径向速度的改进。Gavryushin^[14] 测量结果显示偏转半角可达 50° ,虽然没有明确说明推进器类型,但无论是对于 SPT-70 还是 SPT-100 偏转角都是不小的,因此在稍大的偏转角下获得较好结果是有实验依据的。

4 结 论

本文利用 DSMC-PIC 方法模拟了 SPT-100 推进器的等离子体羽流,在模拟中包含了中性粒子的真实模拟,并将喷口处气流最大偏转角适当扩大,通过实验和前人模拟的结果对比,总结如下:

(1) 在等离子羽流模拟中,真实模拟了中性气体,改善了模拟结果;

(2) 喷口处气流最大偏转角对羽流中离子速度分布影响很大。本文将偏转半角扩大到 $\Delta\theta = 20^\circ$ 取得了与实验符合较好的结果;

(3) 通过设定喷口处气流径向速度,改善了模拟结果。

(4) 背景气体对中远流场的影响较大。

参 考 文 献:

- [1] BIRD G A. Molecular gas dynamics and the direct simulation of gas flows [M]. Oxford, Clarendon Press, 1994.
- [2] SHEN C. Rarefied gas dynamics, fundamentals, simulation and micro flows [R]. Berlin, Springer-Verlag, 2005.
- [3] BIRDSALL C K, LANGDON A B. Plasma physics via com-

puter simulation [R]. New York, McGraw-Hill, 1985.

- [4] OH D Y. Computational modeling of expanding plasma plumes in space using a PIC-DSMC algorithm [D] [Ph. D. thesis]. Massachusetts Institute of Technology, 1997.
- [5] KING L B. Transport Property and mass spectral measurement in the plasma exhaust plume of hall-effect space propulsion system [D] [Ph. D. thesis]. University of Michigan, 1998.
- [6] VANGILDER D B. Numerical simulation of the plasma of electric propulsion thrusters [D] [Ph. D. thesis]. 2000.
- [7] OH D, HASTINGS D E. Experiment verification of a PIC-DSMC model for hall thruster plumes [R]. AIAA Paper, 1996, 96-3196.
- [8] DALGARNO A, MCDOWELL P C, WILLIAMS S. The mobilities of ions in unlike gases [J]. *Phil. Trans. Of the Royal Society A*, 1958, 250: 411-425.
- [9] DALGARNO A. The mobilities of ions in their parent gases [J]. *Phil. Trans. Of the Royal Society A*, 1958, 250: 426-439.
- [10] RAPP D, FRANCIS W E. Charge exchange between gaseous ions and atoms [J]. *J. Chem. Phys.*, 1962, 37(11): 2631-2645.
- [11] HASTED J B, HSSAIN M. Electric capture by multiply charged ions [J]. *Proceedings of The Physical Society*, 1964, 83:911-924.
- [12] RUYTEN W M. Density-conserving space factors of particle simulation in cylindrical and spherical coordinates [J]. *J. Comp. Phys.*, 1993, 105: 224-232.
- [13] KIM S W, FOSTER J E, GALLIMORE A D. Very-near-field plume study of a 1.35kW SPT-100 [R]. AIAA Paper, 1996, 96-2972.
- [14] GAVRYUSHIN V M, KIM V. Effect of the characteristics of a magnetic field on the parameters of an ion current at the output of an accelerator with closed electron drift [J]. *Sov. Phys. Tech. Phys.*, 1981, 26(4): 505-507.

The particle simulation of the plume flow exhausted from the stationary plasma thruster

TIAN Dong-bo, SHEN Ching, FAN Jing

(Key Laboratory of High Temperature Gas Dynamics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract: In this paper, the stationary plasma thruster plume flow is simulated by using the direct simulation Monte Carlo method combined with the particle in cell method. In order to reproduce the flow conditions in the experimental facility more realistically, the background gas is included and simulated directly and the neutral particles are treated separately not as the equilibrium state. The distribution of deflection angle at the thruster outlet is also modified to match with experimental results and the half deflection angle of 20° is suggested. The agreement of the simulation results with the experiment is good.

Key words: electric propulsion; DSMC-PIC method; neutral particle; deflection angle