

文章编号:1000-1301(2006)04-0136-05

## 应县木塔环境振动试验

温瑞智<sup>1,2</sup>, 周正华<sup>1,3</sup>, 毛国滨<sup>1</sup>, 周雍年<sup>1</sup>, 吴惟廉<sup>1</sup>, 任增云<sup>1</sup>

(1. 中国地震局工程力学研究所, 黑龙江 哈尔滨 150080; 2. 北京工业大学, 北京 100022; 3. 中国科学院力学研究所, 北京 100080)

**摘要:**对于复杂的塔状古建筑,建立一个合适的简化的数学模型是不易实现的。与强迫振动试验相比,环境振动试验比较简单、方便,所确定出的小振幅水平下的木塔结构动力特性具有足够的精度。本文首先结合应县木塔结构环境振动测试实例对环境振动测试方法作了简要介绍,并采用随机信号数据频域分析方法对测试数据进行了分析,确定木塔结构的自振频率。同时,依据不同测点在固有频率处响应的比及零迟时互相关函数确定木塔结构的振型。最后,本文依据自功率谱和互功率谱采用半功率点法计算各振型的阻尼比。本文分析结果表明,在两水平方向上木塔的振动特性存在些微差异,第一振型阻尼比较第二振型阻尼比大。

**关键词:**环境振动试验;自振频率;振型;阻尼比

中图分类号:P315.96

文献标识码:A

### Ambient vibration test of a wood tower in Ying County

Wen Ruizhi<sup>1,2</sup>, Zhou Zhenghua<sup>1,3</sup>, Mao Guobin<sup>1</sup>, Zhou Yongnian<sup>1</sup>, Wu Weilian<sup>1</sup>, Ren Zengyun<sup>1</sup>

(1. Institute of Engineering Mechanics, China Earthquake Administration, Harbin 150080, China; 2. Beijing University of Technology, Beijing 100022, China; 3. Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

**Abstract:** It's not easy to build a mathematic model for the complex structures, such as ancient towers. Compared with forced vibration tests, the ambient vibration test is more convenient and it has enough accuracy for the small amplitude response characteristics. In this paper, the method of ambient vibration test is applied for measuring a wood tower in Ying County, Shanxi, China. In the frequency domain, the method of random signal data analysis is performed to obtain the natural frequencies. Then the mode shapes of the wood tower are determined based on the mode amplitudes at each observation point and zero delayed cross-correlation function. Finally, the damping ratio of each mode is calculated by using the half - power point method on the basis of auto power spectrum and cross power spectrum. The results show that the vibration characteristics of the tower in two horizontal directions are slightly distinct, and the damping ratio of the first mode is greater than that of the second mode.

**Key words:** ambient vibration test; natural frequency; mode shape; damping ratio

## 引言

随着计算机技术的不断发展,结构动力反应数值分析水平已得到显著提高。然而,对于分析应县木塔这样复杂的古建筑,建立一个合适的简化的数学模型,且这模型又能反映在动力作用下的木塔基本结构构件的力学性能和材料特性仍是不易实现的。因此,只有通过原型结构试验,如环境振动试验及强迫振动试验

收稿日期:2005-10-10; 修订日期:2006-01-22

基金项目:地震科学联合基金(101161)

作者简介:温瑞智(1968-)男,博士,副研究员,主要从事地震工程,地理信息系统应用等研究。

等,才能真实地估计出应县木塔的动力特性。与强迫振动试验相比,环境振动试验比较简单、方便,所确定出的小振幅水平下的木塔结构动力特性具有足够的精度<sup>[1-2]</sup>。应县木塔环境振动测试的目的是确定木塔结构的动力特性,即自振频率、振型及阻尼比,为木塔修缮设计提供依据。

## 1 木塔环境振动测试

### 1.1 木塔概述

应县佛宫寺释迦塔,俗称应县木塔,位于山西省应县县城内西北隅。木塔建于辽清宁二年(公元 1056 年),塔身高大,塔身全高 67.31m,八角六檐,明五暗四共九层,塔体采用底层双壁、塔身双筒式木质构架,下部修建了高敞的砖石台基。应县木塔是我国现存时代最久、体量最宏大的木结构楼阁式建筑,堪称世界建筑史上的杰作,于 1961 年被国务院公布为第一批全国重点文物保护单位。

### 1.2 现场测试

#### 1.2.1 测试仪器设备

现场测试主要设备包括 1 台 16 通道数采仪、12 个单分向(2 个竖向、10 个水平向)力平衡式加速度计。

在进行现场测试前,对用于测试的加速度计进行了标定试验,试验的目的是消除或减少加速度计特性之间的差异及连接线缆对测试信号的影响。标定试验包括一致性试验及灵敏度试验。在一致性试验中,将所有加速度计彼此紧靠放置在一起,进行同时记录。对于同一类型的加速度计,即使是同一线缆,等长度,在相同输入状态下,记录间亦会存在些微的差异。通过一致性试验可消除加速度计之间的非一致性。

#### 1.2.2 测点布设方案

现场测试沿木塔由上至下布设了 5 个测点,分别布设在二层明层、三层明层、四层明层、五层明层紧靠内柱 2 的梁上及一层紧靠内柱 2 的地面上(如图 1 所示)。位于二、三和四层明层上的每个测点分别布置了 2 个水平向加速度计,测量南北向、东西向 2 个水平方向的振动;五层明层和一层地面上的测点各布置了 2 个水平向加速度计和 1 个竖向加速度计,测量南北向、东西向和竖向 3 个方向的振动。现场测试共获取了数十条脉动测试数据,为进行木塔的自振特性分析提供了足够且可靠的数据。

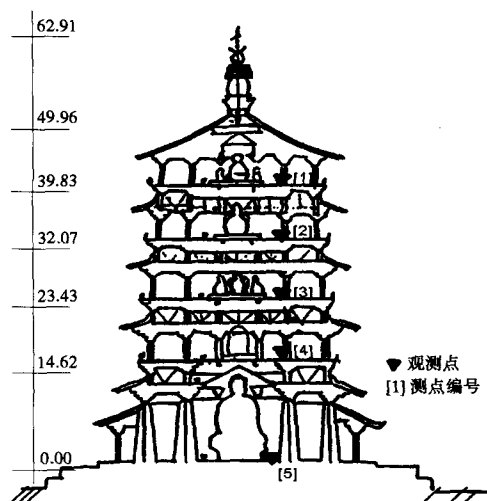


图 1 测点位置示意图

Fig. 1 Locations of the observation points

## 2 数据处理与分析结果

### 2.1 理论基础<sup>[3]</sup>

一般来说,任一建筑结构可看作是一多自由度系统,振动测试中所记录的数据是系统对输入信号的反应,即系统输出信号。在整个分析过程中,仅对输出信号作数据分析。从系统识别的角度来看,即为系统输入未知,仅利用系统的响应信号来确定系统参数。这样处理问题的好处一是符合真实的情况,二是可提高信号处理后的信噪比。

根据线性多自由度系统动力分析理论,动态方程可用正则坐标写成如下的形式:

$$\ddot{Y}_j(t) + 2\omega_j\xi_j\dot{Y}_j(t) + \frac{k_j}{m_j}Y_j(t) = \frac{f_j(t)}{m_j} \quad (1)$$

式中, $\omega_j$ ,  $k_j$ ,  $m_j$ ,  $f_j(t)$  及  $\xi_j$  分别为第  $j$  振型的频率、正则化刚度、质量、外力和阻尼比。在第  $k$  个自由度上真实的响应为

$$V_k(t) = \sum_n \phi_n^k Y_n(t) \quad (2)$$

其中, $n$  是自由度数, $\phi_n^k$  是正则化振型矢量,而  $Y_n(t)$  是模态幅值。

将时间域的响应变换到频率域,则为

$$G_n^y(\omega) = |H_n(i\omega)|^2 G_n^f(\omega) \quad (3)$$

这里  $G_n^f(\omega)$ 、 $G_n^y(\omega)$  分别为  $f_n(t)$ 、 $Y_n(t)$  的自谱。若将第  $K$  点真实响应信号的自谱考虑为一个多输入、单输出的系统,由式(2)可得:

$$G_K^y(\omega) = \sum_m \sum_n \phi_m^K \phi_n^K H_m(-i\omega) H_n(i\omega) G_{mn}^f(\omega) \quad (4)$$

对于小阻尼的结构,通常认为正则振型相互之间是不相关的,即当  $m \neq n$  时,  $Y_m(t)$  与  $Y_n(t)$  不相关,式(4)可简化为:

$$G_K^y(\omega) = \sum_n (\phi_n^K)^2 |H_n(i\omega)|^2 G_n^f(\omega) \quad (5)$$

如果系统的固有频率互相之间能足够地区分开,即当频率等于某一固有模态频率  $\omega_m$  时,这个固有振型占主要成分,而其他振型分量可以被忽略。这样,  $G_K^y(\omega_m)$  可以进一步简化为:

$$G_K^y(\omega_m) = (\phi_m^K)^2 |H_m(\omega_m)|^2 G_m^f(\omega_m) \quad (6)$$

因此,从  $G_K^y(\omega)$  占优势的峰值位置可以找出系统的固有频率。依据不同位置  $G_K^y(\omega)$  的比值可以给出振型,并用半功率点法可以估计振型的阻尼比。

由于自谱不包含相位信息,所以为了确定某个振型两个位置之间运动的方向时,就需要用互谱的信息。第  $k$  和第  $l$  振型的互谱可表示为

$$G_{kl}^y(\omega) = \sum_m \sum_n \phi_m^K \phi_n^L H_m(-i\omega) H_n(i\omega) G_{mn}^f(\omega) \quad (7)$$

同自谱计算一样,互谱在某个固有频率可简化为:

$$G_{kl}^y(\omega_m) = \phi_m^K |H_m(-i\omega_m)| \phi_m^L |H_m(-i\omega_m)| G_m^f(\omega_m) = C_{kl}^y(\omega_m) + iQ_{kl}^y(\omega_m) \quad (8)$$

式(8)可用幅值和相位的形式表示,即

$$G_{kl}^y(\omega_m) = |G_{kl}^y(\omega_m)| e^{-i\theta_{kl}^y(\omega_m)} \quad (9)$$

式中

$$|G_{kl}^y(\omega_m)| = \sqrt{C_{kl}^y(\omega_m)^2 + Q_{kl}^y(\omega_m)^2}$$

$$\theta_{kl}^y(\omega_m) = \tan^{-1} \frac{Q_{kl}^y(\omega_m)}{C_{kl}^y(\omega_m)}$$

相位角  $\theta_{kl}^y(\omega_m)$  在  $0^\circ$  和  $180^\circ$  之间。当  $\phi_m^K \phi_m^L$  项是正的时,相位角在  $0^\circ$  附近,这说明两点的位移是同方向的;当  $\phi_m^K \phi_m^L$  项是负的时,相位角在  $180^\circ$  附近,这说明两点的位移是反方向的。

在频率域中进行动态参数估计时,其可靠性和精度主要取决于三个方面。第一是信噪比,当真正响应信号很低时,这些信号可能被噪声歪曲,甚至淹没在噪声中;第二是实际情况与假设之间的差异程度,例如,输出的性质、小的模态阻尼等等;第三是数据分析过程的合理性,例如,选择合适的频带宽,数据窗、足够的平均次数等等。

## 2.2 实测分析结果

在振动测试中,加速度计将结构上某一点随时间变化的运动加速度转化为模拟电信号,数据采集器内的 A/D 转换器以等时间间隔对模拟信号采样,并转换成能通过处理软件进行进一步处理的数字信号。假设  $x_i$  ( $i=1,2,\dots,M$ ) 是一采集的离散脉动数据,其中  $M$  为离散点数。通常  $x_i$  持续时间较长,在几十秒至几百秒之间,对其进行分析时,通过加窗截断获取分析所需长度的数据。加窗截断等效于将原信号数据  $x_i$  乘以一窗函数  $d_i$ ,设截断所得的离散数据为  $y_i$ ,则有

$$y_i = x_i \times d_i$$

为了提高木塔自振特性确定精度,降低窗的边瓣泄能效应,本文采用了 Hanning 窗,即

$$d_i = \frac{1}{2} \left[ 1 - \cos\left(\frac{2\pi i}{N-1}\right) \right], \quad 0 \leq i \leq N-1$$

此外,为了能采用 FFT(Fast Fourier Transform)算法计算  $y_i$  的频谱, $N$  取为 2 的幂次方。

本文采用频率域分析方法确定木塔的自振特性,即固有频率及振型。在频率域处理脉动信号时,首先计算任一测点脉动信号  $y_i$  的 Fourier 振幅谱  $|Y(\omega)|$  及功率谱  $S(\omega)$ ,然后,从  $|Y(\omega)|$  或  $S(\omega)$  峰值可确定出木塔的固有频率。由任一测点的 Fourier 振幅谱  $|Y(\omega)|$  及功率谱  $S(\omega)$  的峰值可确定出这一测点的振型幅值,

一旦获得了所有测点的振型振幅,即可确定出木塔的振型。

### 2.2.1 固有频率

无论是一个测点信号的自谱,或两个测点信号的互谱,在结构物固有频率的位置都会出现陡峭的峰值。然而,测试时的一些局部干扰也会产生一些峰值。因此,实测数据分析的主要问题是从谱中出现的所有峰值中找出真正的固有频率。一般来说,通过研究合理分布的各点的记录,确定固有频率并不是一件很难的事。正常情况下,固有频率的峰点将出现在所有的谱上或至少出现在大多数的记录信号中。图 2、图 3 分别为利用脉动数据分析木塔第一、二振型的一组典型样本及其频谱图。谱分析结果表明,木塔的第一自振频率为  $F_1 = 0.62\text{Hz}$ (东西向)或  $F_1 = 0.64\text{Hz}$ (南北向),第二自振频率为  $F_2 = 1.75\text{Hz}$ 。

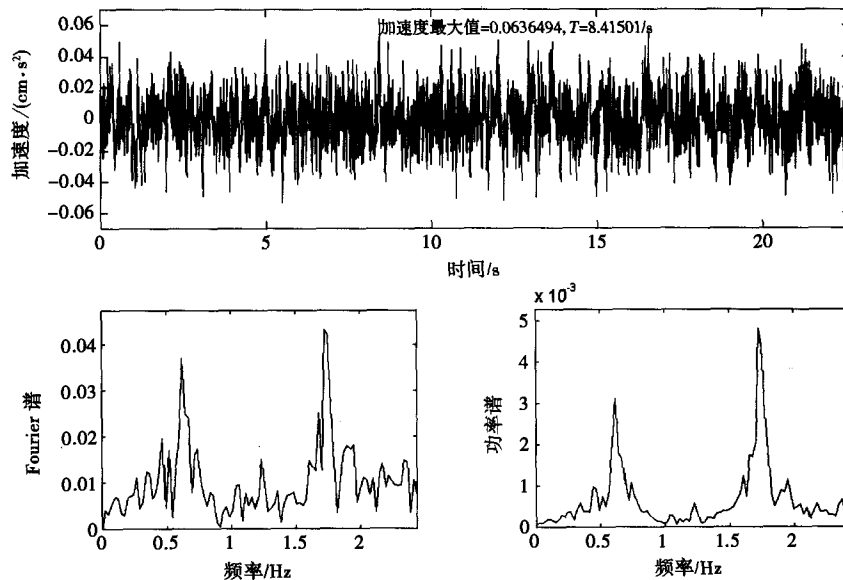


图 2 五层明层测点(1)东西向典型脉动记录曲线及其频谱图

Fig. 2 Typical ambient vibration time history and spectrum on the 5th floor, W - E

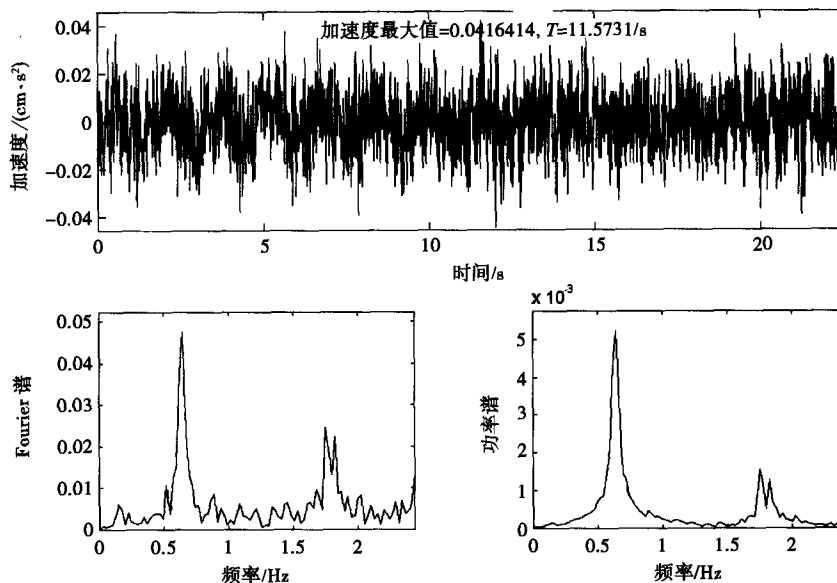


图 3 五层明层测点(1)南北向典型脉动记录曲线及其频谱图

Fig. 3 Typical ambient vibration time history and spectrum on the 5th floor, N - S

### 2.2.2 振型

在确定固有频率后,用不同测点在固有频率处响应的比,就可确定结构的振型。无论是从自谱的幅值比,还是从传递函数的幅值来确定振型幅值,从数学公式上看是一样的。但当有噪声存在时,采用多次平均得到的互谱与自谱之比会有更高的精度。通常在信号分析中选用来作相对比较的信号,对于结构物的第一、

二振型具有较高的信噪比,因此,两种分析方法得到的结果十分接近,实际分析结果也是如此。对于木塔两测点间相位差的信息,可通过互相关函数  $R_{xy}(\tau)$  来确定<sup>[4]</sup>。为了计算互相关函数  $R_{xy}(\tau)$ ,首先对脉动信号在振型频率附近进行窄带滤波,然后,计算互相关函数  $R_{xy}(\tau)$ 。当零延时互相关函数  $R_{xy}(0) > 0$  时,表示两测点同相,相应的振型具有相同的符号。然而,当零延时互相关函数  $R_{xy}(0) < 0$ ,表示两测点相位差  $180^\circ$ ,相应的振型幅值符号相反。有关木塔的固有频率及振型的实测分析结果列于表 1。

表 1 应县木塔结构固有频率及其振型  
Table 1 Natural frequencies and modes of the wood tower in Ying County

方向	振型	固有频率	第一振型	第二振型
东 西 向	固有频率	0.62/Hz	1.75/Hz	
	5层	1.00	-0.79	
	4层	0.66	0.64	
	3层	0.54	1.00	
	2层	0.22	0.62	
1层	0.04	0.10		
南 北 向	固有频率	0.64/Hz	1.75/Hz	
	5层	1.00	-0.61	
	4层	0.46	0.33	
	3层	0.29	1.00	
	2层	0.15	0.61	

### 2.2.3 阻尼比

由于自谱和互谱包含了有关振型和频率响应函数的信息,这样,可依据自谱或互谱采用半功率点的方法计算阻尼比。半功率点方法计算振型阻尼比公式如下:

$$\xi_i = \frac{B_m}{2f_m} \quad (10)$$

式中,  $B_m$  是与第  $j$  振型有关的谱峰值的半功率点带宽。依据脉动实测数据分析所得的第一、二振型的阻尼比分别为 8.36%、5.28%。

## 3 结语

环境可对任意结构作三维的任意波激振,且频谱成分丰富。通过脉动信号的分析可以确定结构在低激振水平下的自振特性。这一方法简单易行,不需要激振设备,不受结构大小、形状的限制,所需要的人力少,试验结束后不需要对测试现场进行善后处理。此外,本文分析结果表明,从不同的记录及不同的平均次数所得的分析结果是相当一致的,这说明环境振动测试分析结果具有足够的精度。

致谢:应县木塔环境振动现场测试工作得到了应县木塔修缮保护工程管理委员会及太原理工大学等单位的大力支持和帮助;中国科学院力学研究所张德良教授给予了测试工作的现场指导,在此表示由衷的感谢。

### 参考文献:

- [1] Ward H S, Crawford R. Wind-Induced vibrations and building modes[J]. Bulletin of Seismological Society of America, 1966, 56(4): 793 ~ 813.
- [2] Crawford R, Ward H S. Determination of the natural periods of buildings[J]. Bulletin of Seismological Society of America, 1964, 54(6): 1743 ~ 1756.
- [3] 宝志雯,高赞明. 香港高层建筑的脉动试验[M],北京:清华大学出版社,1989.
- [4] Ivanovi c S S, Trifunac M D. Ambient vibration surveys of full-scale structures using personal computers-Examples for Kaprielian Hall [R]. Dept. of Civil Eng. Report No. CE 95-05, Univ. of Southern California, Los Angeles, California, 1995.