

固体材料不稳定性的特征¹⁾

李国琛 沈 还 凌贤伍

(非线性力学国家重点实验室, 中国科学院力学研究所, 北京 100080)

摘要 基于分析势函数的二次变分, 从理论上证明了固体材料不稳定性主要取决于材质不断退化的重要特征. 另一特征是, 材料往往会由基本变形路径漂移为一个轴向应变被限定的模态以至失稳. 文中以有限元方法计算模拟受周期性分布孔洞损伤的平面板材模型, 结果显示, 孔周围的应变局部化使变形路径转移到一个轴向应变被限定的失效模态. 此类现象与金属板材拉胀实验中所观测到的结果相符合.

关键词 孔洞, 分岔, 材料不稳定性

引 言

韧性材料的不稳定性是限定其延伸度的重要因素. 不稳定形式可以从承受均匀应变 (应力) 的基本路径突变为分岔模态, 如表面皱曲^[1,2], 剪切带^[3~5] 和颈缩^[6]. 若基本路径中包含有局部应变集中, 那么不稳定的主要特征是非均匀的应变状态逐步演化为不稳定的急剧发展阶段^[7~9].

针对这两类材料不稳定性形式, 本文从两个角度研究了材料不稳定性的特征, 基于分析势函数的二次变分, 本文从理论上证明了材料分岔, 主要取决于材质不断退化的重要特征. 对于后一种不稳定性形式, 文中采用有限元方法计算模拟受周期性分布孔洞损伤的平面板材模型. 结果显示, 不同加载状态的板材模型都以变形路径转移到平面上一个轴向应变被限定为其失效模态. 用冲压模具实现不同比例应变加载下的板材拉胀实验, 其失效的机理和变形模态均与计算模拟结果相符合.

研究和揭示材料不稳定性特征的意义在于认识这些特征的规律性, 从而为抑制分岔和应变局部化寻求出路^[9].

1 材料分岔

Needleman 和 Tvergaard^[10] 虽曾以文字说明形式, 论述了材料分岔与结构屈曲的区别及其共同性, 但并未从理论上严格证明材料分岔对材料行为的绝对依赖关系. 以下将从 Hill^[11] 的稳定限概念出发, 在逐级更新拉氏坐标体系下研究分岔准则^[5].

材料达到分岔时将有

$$\delta^* Q = 0 \quad (1a)$$

$$Q = \delta^2 I = \frac{1}{2} \int_v \delta T_{ij} \delta V_{j,i} dv = 0 \quad (1b)$$

和

2000-04-07 收到第一稿, 2000-10-17 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金 (19872064) 及非线性力学国家重点实验室资助项目.

$$\delta I = \int_V \dot{T}_{ij} \delta V_{j,i} dv - \int_S \dot{F}_i \delta V_i ds \quad (1c)$$

其中, δv_j 是任意可能的速率扰动向量, i 前的逗号代表着对 x_i 直角坐标的偏导数. 名义应力 T_{ij} 的随体率 ($\dot{}$) 是 T_{ij} , 其扰动量 $\delta \dot{T}_{ij}$ 与所设定的速率扰动 δv_j 有关. δ^* 则是不同扰动模态所具有的响应之差 (或称变分). 因此, Q 就是势函数 I 在“死”载下的二次变分. 在不考虑体积力情况下, \dot{F}_i 是固体表面给定的应力率.

根据已有论述^[5], 采用塑性分岔时使用的“线性比较固体”模型 (即分岔点上材料的本构行为与分岔前基本路径在该点上的相一致), 可以写出

$$\delta \dot{T}_{ij} = E_{ijkl} \delta V_{l,k} \quad (2a)$$

又

$$E_{ijkl} = L_{ijkl} - \frac{1}{2}(\sigma_{jk}\delta_{il} + \sigma_{jl}\delta_{ik} + \sigma_{ik}\delta_{jl} + \sigma_{il}\delta_{jk}) + \sigma_{ik}\delta_{jl} \quad (2b)$$

且有

$$E_{ijkl} = E_{klij} \quad (2c)$$

E_{ijkl} 和 L_{ijkl} 本应各有 81 个分量. 考虑到本文中所分析的分岔问题均属基本路径解为均匀受力状态, 可以将直角坐标选在受力主轴上, 在垂直坐标轴各截面上将不存在剪应力, 于是当

$$\begin{aligned} k \neq i, \quad l \neq i \text{ 且 } i \neq j \text{ (或 } k \neq l) \\ l \neq j, \quad k \neq j \text{ 且 } i \neq j \text{ (或 } k \neq l) \end{aligned}$$

将有

$$L_{ijkl} = E_{klij} = 0$$

此外当 $i \neq j$ 时还会有

$$E_{iii} = E_{iij} = E_{jii} = E_{iji} = 0 \quad (\text{不实行 } i \text{ 连加})$$

采用可膨胀塑性本构方程时^[5]

$$L_{ijkl} = \frac{E}{1+\nu} \left[\frac{1}{2}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) + \delta_{ij}\delta_{kl} \frac{\nu - E/3E_{tm}}{1 - 2\nu + E/E_{tm}} - \frac{3}{2\sigma_e^2} \frac{E}{E_{te}} \frac{S_{ij}S_{kl}}{(2/3)(1+\nu) + E/E_{te}} \right] \quad (3)$$

其中 E 和 ν 为弹性模量和泊松系数. E_{tm} 和 E_{te} 分别是平均应力 - 应变曲线 ($\sigma_m - \epsilon_m$) 和等效应力 - 应变曲线 ($\sigma_e - \epsilon_e$) 上的切线模量. S_{ij} 是偏应力分量.

由此可以将 (2a) 式改写为简单的矩阵形式

$$\begin{bmatrix} \delta \dot{T}_{11} \\ \delta \dot{T}_{12} \\ \delta \dot{T}_{13} \\ \delta \dot{T}_{21} \\ \delta \dot{T}_{22} \\ \delta \dot{T}_{23} \\ \delta \dot{T}_{31} \\ \delta \dot{T}_{32} \\ \delta \dot{T}_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{1111} & 0 & 0 & 0 & E_{1122} & 0 & 0 & 0 & E_{1133} \\ & E_{1212} & 0 & E_{1221} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & E_{1313} & 0 & 0 & 0 & E_{1331} & 0 & 0 \\ & & & E_{2121} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & E_{2222} & 0 & 0 & 0 & E_{2233} \\ & & & & & E_{2323} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & E_{3131} & 0 & 0 \\ & & & & & & & E_{3232} & 0 \\ & & & & & & & & E_{3333} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{11} \\ d_{12} \\ d_{13} \\ d_{21} \\ d_{22} \\ d_{23} \\ d_{31} \\ d_{32} \\ d_{33} \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中 $d_{ij} = \delta V_{j,i}$ 是速率扰动的梯度.

将式 (4) 代入式 (1b), 可得在分岔时

$$\begin{aligned}
 Q = & \frac{1}{2} \int_v (\delta \dot{T}_{11} d_{11} + \delta \dot{T}_{12} d_{12} + \delta \dot{T}_{13} d_{13} + \delta \dot{T}_{21} d_{21} + \delta \dot{T}_{22} d_{22} + \delta \dot{T}_{23} d_{23} + \\
 & \delta \dot{T}_{31} d_{31} + \delta \dot{T}_{32} d_{32} + \delta \dot{T}_{33} d_{33}) dv = \\
 & \frac{1}{2} \int_v \left[E_{1122} E_{2233} E_{3311} \left(\frac{d_{11}}{E_{2233}} + \frac{d_{22}}{E_{3311}} + \frac{d_{33}}{E_{1122}} \right)^2 + \left(E_{1111} - \frac{E_{1122} E_{3311}}{E_{2233}} \right) d_{11}^2 + \right. \\
 & \left. \left(E_{2222} - \frac{E_{1122} E_{2233}}{E_{3311}} \right) d_{22}^2 + \left(E_{3333} - \frac{E_{2233} E_{3311}}{E_{1122}} \right) d_{33}^2 + E_{1221} (d_{12} + d_{21})^2 + \right. \\
 & \left. E_{2332} (d_{23} + d_{32})^2 + E_{3113} (d_{31} + d_{13})^2 + \sigma_1 (d_{12}^2 + d_{13}^2) + \sigma_2 (d_{21}^2 + d_{23}^2) + \sigma_3 (d_{31}^2 + d_{32}^2) \right] dv = 0
 \end{aligned} \quad (5)$$

系统的稳定性将取决于 (5) 式方括弧内表达式的正定性, 利用式 (2b) 和式 (3), 我们可以进一步将它写成无量纲形式, 即

$$\begin{aligned}
 A_0 \left[\frac{d_{11}}{(a - \beta t_2 t_3)} + \frac{d_{22}}{(a - \beta t_3 t_1)} + \frac{d_{33}}{(a - \beta t_1 t_2)} \right]^2 + A_1 d_{11}^2 + A_2 d_{22}^2 + A_3 d_{33}^2 + \\
 \frac{1}{2} (1 - p_1 - p_2) (d_{12} + d_{21})^2 + \frac{1}{2} (1 - p_2 - p_3) (d_{23} + d_{32})^2 + \frac{1}{2} (1 - p_3 - p_1) (d_{31} + d_{13})^2 + \\
 p_1 (d_{12}^2 + d_{13}^2) + p_2 (d_{21}^2 + d_{23}^2) + p_3 (d_{31}^2 + d_{32}^2) = Q_d
 \end{aligned} \quad (6a)$$

其中,

$$\begin{aligned}
 a &= (\nu - E/3E_{tm}) / (1 - 2\nu + E/E_{tm}) \\
 \beta &= \left(\frac{3E}{2E_{te}} \right) / \left[\frac{2}{3} (1 + \nu) + \frac{E}{E_{te}} \right] = \frac{3}{2} / \left[\frac{2}{3} \frac{E_{te}}{E} (1 + \nu) + 1 \right] \\
 t_i &= S_i / \sigma_e \quad (S_i \text{ 是主偏应力, } i = 1, 2 \text{ 和 } 3) \\
 p_i &= \sigma_i (1 + \nu) / E \quad (\sigma_i \text{ 是主应力, } i = 1, 2 \text{ 和 } 3)
 \end{aligned}$$

又

$$\left. \begin{aligned}
 A_0 &= (a - \beta t_1 t_2)(a - \beta t_2 t_3)(a - \beta t_3 t_1) \\
 A_1 &= 1 + a - \beta t_1^2 - \frac{(a - \beta t_1 t_2)(a - \beta t_3 t_1)}{(a - \beta t_2 t_3)} - p_1 \\
 A_2 &= 1 + a - \beta t_2^2 - \frac{(a - \beta t_2 t_3)(a - \beta t_1 t_2)}{(a - \beta t_3 t_1)} - p_2 \\
 A_3 &= 1 + a - \beta t_3^2 - \frac{(a - \beta t_3 t_1)(a - \beta t_2 t_3)}{(a - \beta t_1 t_2)} - p_3
 \end{aligned} \right\} \quad (6b)$$

对于承受拉应力的材料不稳定性问题各项 p_i 值均很小, 因为它们是实际应力与弹性模量的比值关系. 由此可见, 欲使 Q_d 由正定转为负定的唯一可能性取决于 A_0, A_1, A_2 和 A_3 各项参数的变化, 其中主要受制于与 E_{tm} 和 E_{te} 有关的 a 和 β . 这样就从理论上证明了分岔的材料本质. 固体的几何特征仅可能通过所设定的扰动形式反映在 (6a) 式中.

以往的分岔分析表明^[1~6], 随着材质的退化, E_{te} 可以趋向于零以致为负 (应变软化), E_{tm} 则可由塑性不可压时的无穷大转为可膨胀时的有限值. (6a) 式的价值在于它能显示出, 无论是何种分岔扰动, 不稳定的决定因素在于材质的退化.

2 含周期性分布穿孔板材的不稳定性分析

设面板材含有周期性分布小孔穿透其厚度, 以近似模拟承受空洞化损伤的金属平板. 利用形状的对称性可以只分析图 1 所示的 1/4 平面应力胞元. 胞元划分为近 900 个三角形等应变单元. 为检验网格划分对计算结果的影响, 曾与加密网格方案 (含 1680 个单元) 进行比较, 二者差距可限定在 1% 左右. 图 1 中各四边形由 4 个交叉三角形组成. 胞元外边界相等并设为 1 个单元长度. 初始圆孔半径与其相比为 $R_0 = 0.05$ 和 0.15 . 对于椭圆孔则有长、短半径比为 $R_a = 0.15$ 和 $R_b = 0.075$.

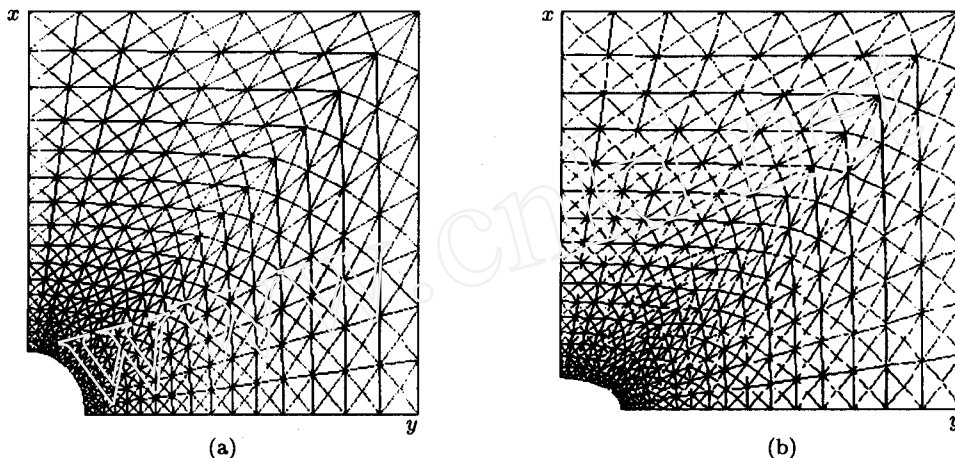


图 1 1/4 平板胞元有限元网格 (a) 含圆孔, (b) 含椭圆孔

Fig.1 The finite-element mesh in a quadrant of plane cell with (a) Circular hole and (b) Elliptical hole

在加载过程中, 胞元边界保持为直线, 以避免胞元边界出现重叠, 确保计入周期性分布孔洞之间的交互作用, 由其位移的增值可确定胞元在 x, y 方向上的总体真应变增量 $d\bar{\epsilon}_x$ 和 $d\bar{\epsilon}_y$, 它们之间的比值为

$$\alpha = d\bar{\epsilon}_y/d\bar{\epsilon}_x \quad (7)$$

平面应力胞元的总体等效应变的增量为

$$d\bar{\epsilon}_e = \frac{\sqrt{2}}{3} [(d\bar{\epsilon}_x - d\bar{\epsilon}_y)^2 + (d\bar{\epsilon}_y - d\bar{\epsilon}_z)^2 + (d\bar{\epsilon}_z - d\bar{\epsilon}_x)^2]^{1/2} \quad (8)$$

其中 $d\bar{\epsilon}_z$ 是厚度方向应变增量的平均值. 胞元的总体等效应力为

$$\bar{\sigma}_e = (\bar{\sigma}_x^2 - \bar{\sigma}_x\bar{\sigma}_y + \bar{\sigma}_y^2)^{1/2} \quad (9)$$

其中 $\bar{\sigma}_x$ 和 $\bar{\sigma}_y$ 分别是胞元边界上节点力在 x 和 y 方向沿有关截面上的平均值, 具有真应力的含义. 在单向拉伸时可以控制和调节 α 值以使 $\bar{\sigma}_y = 0$, 又在双向拉伸时 $\bar{\sigma}_x = \bar{\sigma}_y$. 单向拉伸时采用初始孔型为圆形, 而双向拉伸时则用椭圆孔. 有关大应变有限元计算方法可参见文献 [12].

孔周边基体材料为服从 Prandtl-Reuss 规律的弹塑性体 (即 (3) 式中 $E/E_{tm} \rightarrow 0$), 并有

$$\frac{E_{te}}{E} = N \left(\frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_0} \right)^{N-1} \quad (10)$$

其中 ε_e 和 ε_0 分别是基体内的等效应变和材料屈服应变, ε_0 取为 0.002, 硬化指数 $N = 0.1$.

图 2(a)~(c) 分别给出单向拉伸平板含圆孔 $R_0 = 0.05, 0.15$ 和受双向拉伸平板含椭圆孔 ($R_a = 0.15, R_b = 0.075$) 时板厚颈缩 $\varepsilon_h (= \Delta h/h_0, \Delta h$ 为板厚的压缩量, h_0 为初始板厚) 的分布. 由此显示局部化颈缩主要分布于垂直主拉伸方向. 对于受双拉的含椭圆孔情况, 则是沿着长孔半径方向. 可以想见, 将胞元拼接成为含周期分布小孔的平板后, 随着变形的发展, 顺延一个方向将出现局部化变形带.

图 3(a) 和图 3(b) 显示了胞元宏观等效应力 - 应变曲线 ($\bar{\sigma}_e - \bar{\varepsilon}_e, \sigma_0$ 为基体屈服应力). 竖线标记是指最大应力点. 黑圆点为材料失稳点, 应力急剧下降. 图 4(a) 和图 4(b) 为孔面积在胞元面内所占据的比率, 孔洞面积比 f_a , 随宏观等效应变 $\bar{\varepsilon}_e$ 值的增大情况. 由图 4 可见,

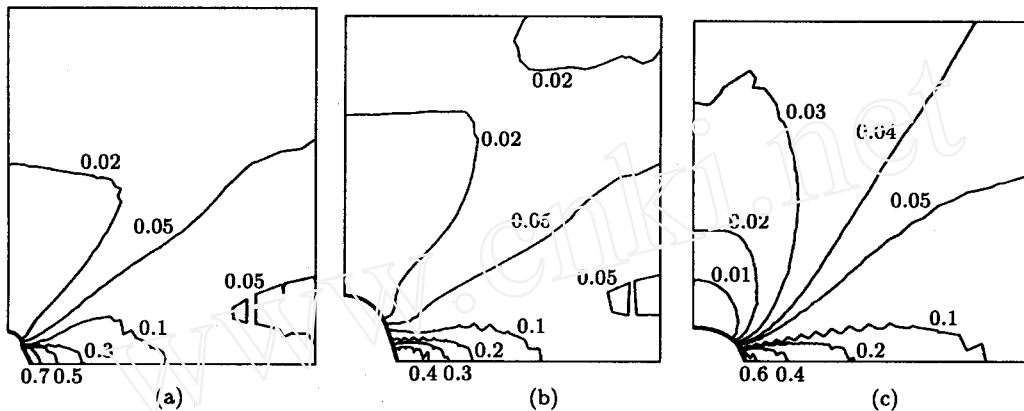


图 2 含周期性分布孔洞的板材局部化颈缩 ε_h 轮廓图
 (a) 单向拉伸 ($R_0 = 0.05$) 于 $\bar{\varepsilon}_e = 0.092$, (b) 单向拉伸 ($R_0 = 0.15$) 于 $\bar{\varepsilon}_e = 0.081$,
 (c) 双向拉伸 ($R_a = 0.15, R_b = 0.075$) 于 $\bar{\varepsilon}_e = 0.056$

Fig.2 The contour lines of local necking ε_h in sheet materials being periodically perforated for (a) Uniaxial tension ($R_0 = 0.05$) at $\bar{\varepsilon}_e = 0.092$, (b) Uniaxial tension ($R_0 = 0.15$) at $\bar{\varepsilon}_e = 0.081$ and (c) Biaxial tension ($R_a = 0.15, R_b = 0.075$) at $\bar{\varepsilon}_e = 0.056$

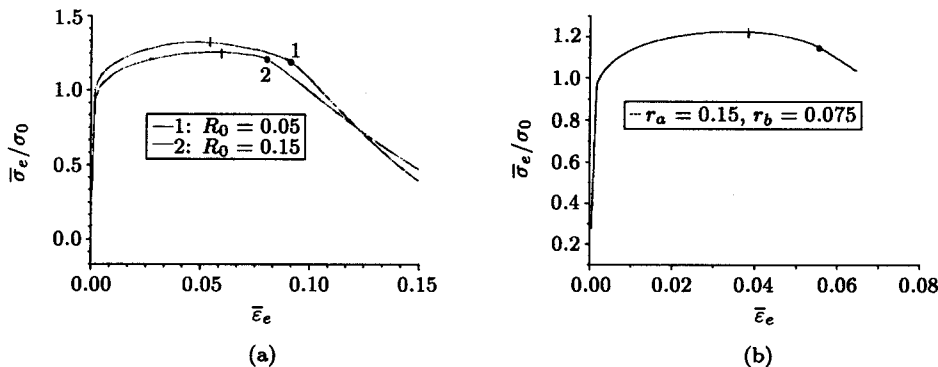


图 3 含周期性分布孔洞的板材宏观等效应力 - 应变曲线 $\bar{\sigma}_e/\sigma_0 - \bar{\varepsilon}_e$ (σ_0 为屈服应力, 最大应力标在竖线位置)
 (a) 圆孔 ($R_0 = 0.05, 0.15$), (b) 椭圆孔 ($R_a = 0.15, R_b = 0.075$)

Fig.3 The macroscopic equivalent stress-strain curves $\bar{\sigma}_e/\sigma_0 - \bar{\varepsilon}_e$ (σ_0 is the yield stress) of sheet materials being perforated periodically, with the maximum stresses marked by vertical lines
 (a) Circular holes ($R_0 = 0.05, 0.15$), (b) Elliptical hole ($R_a = 0.15, R_b = 0.075$)

材料失稳点 (黑圆点标记) 正是 f_a 发展加速, 损伤加剧的转折处, 也是图 2 中所显示的局部化颈缩发展的结果. 由此再次表明材料不稳定性是受控于损伤 (f_a) 的激化速度而不在于 f_a 的绝对量大小, 因为对应图 4(a) 和图 4(b) 失稳点的 f_a 值有着很大的差别.

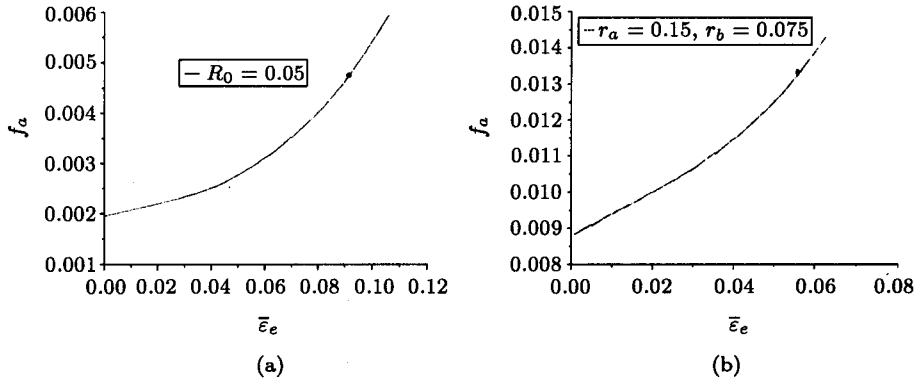


图 4 孔洞面积比 f_a 相对宏观等效应变 $\bar{\epsilon}_e$ 的变化图

(a) 单向拉伸 ($R_0 = 0.05$), (b) 双向拉伸 ($R_a = 0.15, R_b = 0.075$). 失稳点由黑圆点标记

Fig.4 The relationship curves of the areal proportion f_a of holes with respect to the macroscopic equivalent strain $\bar{\epsilon}_e$, for (a) Uniaxial tension ($R_0 = 0.05$) and (b) Biaxial tension ($R_a = 0.15, R_b = 0.075$), with the instability points marked by solid circles

另一重要现象是, 无论是受单向拉伸还是双向拉伸, 图 5 表明在达到不稳定时 (标有黑圆点), 板材在 y 方向的应变不再变化, 即 $\alpha \rightarrow 0$. 也就是说诱导不稳定的扰动变形模态是限定一个轴向应变. 联系图 2~ 图 5 可见, 空洞化损伤的加速发展导致在垂直于主拉方向的应变局部化带状颈缩, 进而引发胞元总体变形向限定应变的扰动模态发展.

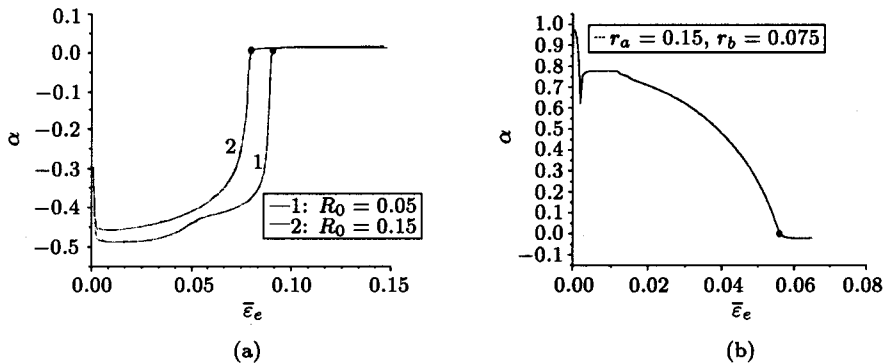


图 5 增量型应变加载比值 α 随宏观等效应变 $\bar{\epsilon}_e$ 的变化图

(a) 圆孔 ($R_0 = 0.05, 0.15$), (b) 椭圆孔 ($R_a = 0.15, R_b = 0.075$), 失稳点由黑圆点标记

Fig.5 The variations of straining ratio parameter α with respect to the macroscopic equivalent strain $\bar{\epsilon}_e$, for (a) Uniaxial tension ($R_0 = 0.05, 0.15$) and (b) Biaxial tension ($R_a = 0.15, R_b = 0.075$), with the instability points marked by solid circles

3 板材成型实验中的应变路径漂移与变形局部化

采用平地冲压装置实现金属板材的拉胀成型实验可以使试样具有较大区域范围内的均匀线性比例应变加载. 板材上印有圆形网格以测量主次应变 ϵ_1 和 ϵ_2 . 使用移动显微镜观测, 可以量测圆格的尺寸和形状变化以确定有关方向上的应变值. 处在均匀应变区的圆格直径为 2.4 mm.

在板中心易于集中应变的区域则取为 1.0 mm, 出现应变局部化时还需进一步将其划分为三部分进行测量.

选用的板材为冷轧 A1 镇静钢板. 试件长 170 mm, 厚为 1 mm, 通过改变板材宽度可以调节不同的比例应变加载状态. 结果是 $\alpha = -0.52$ (作为单拉), 0.12 (平面应变) 和 0.98(双拉).

图 6(a), (b) 分别给出单向拉伸和双向拉伸时主次应变 ϵ_1 和 ϵ_2 的变化关系. 在前期变形时, 二者基本上保持着线性比值关系. 但到了后期, 它们都演化为一种限定次应变的失效模态. 图 7 绘制了在双拉情况下主应变 ϵ_1 局部化后的分布情况.

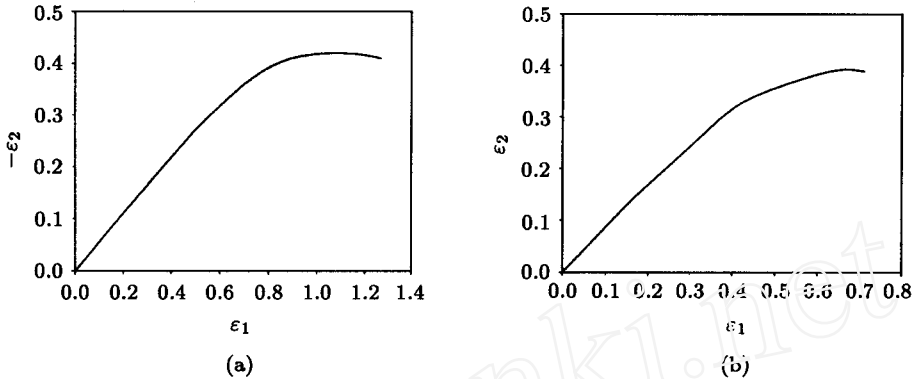


图 6 AK 钢板主次应变 ϵ_1, ϵ_2 的加载路径及其漂移图. (a) 单向拉伸, (b) 双向拉伸
Fig.6 The relationship curves of the strains ϵ_1 and ϵ_2 and the shift of strain path in AK steel under (a) Uniaxial tension and (b) Biaxial tension

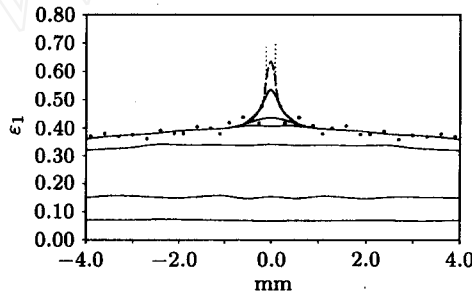


图 7 受双向拉伸 AK 钢板中主应变 ϵ_1 的局部化分布图. 横坐标为距失效点的距离 (mm)
Fig.7 The localization of the major strain ϵ_1 in AK steel sheet under biaxial tension. The horizontal coordinate denotes the distance apart from the point of instability

实测结果还表明, 应变路径向限定次应变的模态漂移, 应变局部化的显著发展和板材内空洞化的急剧增长均处在同一变形阶段. 因此实验结果与上一节中计算模拟情况是定性相互符合. 二者的差别在于, 实际材料中的空洞分布是随机又立体的, 而计算的模型是周期性又穿透的.

4 结 论

本文的研究结果可以归纳为

- (1) 通过分析势函数二次变分的性质, 从理论上证明了材料分岔的出现主要决定于材料损伤的演化和损伤速率的加快.
- (2) 揭示了限定次应变的模态是平板材料不稳定性所要趋向的最终状态.

(3) 空洞化损伤加剧及应变局部化诱导了这类限定一个轴向应变的材料不稳定。

参 考 文 献

- 1 Hutchinson JW, Tvergaard V. Surface instabilities on statically strained plastic solids. *Int J Mech Sci*, 1980, 22: 339~354
- 2 Huang T, Li GC. Numerical analyses for the material bifurcation in plane sheet under tension. *Engineering Fracture Mechanics*, 1996, 55: 223~234
- 3 Hill R, Hutchinson JW. Bifurcation phenomena in plane tension test. *J Mech Phys Solids*, 1975, 23: 239~264
- 4 Li GC. The mechanical condition of shear band bifurcation. *Acta Mechanica Sinica* (English series), 1988, 4: 363~371
- 5 Li GC, Zhu C. Formation of shear bands in plane shear. *Int J Plasticity*, 1995, 11: 605~622
- 6 Burke MA, Nix WD. A numerical study of necking in plane tension test. *Int J Solids & Structures*, 1979, 15: 379~393
- 7 Jalier JM, Schmitt JH. Damage in sheet metal forming II—Plastic instability. *Acta Metallurgica*, 1982, 30: 1799~1809
- 8 Zhu C, Hong YS, Li GC. Characteristics of shear banding in dual phase steel. *Mat Sci & Tech*, 1993, 9: 1037~1043
- 9 Shen H, Chen GN, Li GC. The plastic instability behavior of laser textured steel sheet. *Mat Sci & Eng*, 1996, A219: 156~161
- 10 Needleman A, Tvergaard V. Analyses of plastic flow localization in metals. *Appl Mech Review*, 1992, 45(3): 513~518
- 11 Hill R. Engenmodal deformations in elastic/plastic continua. *J Mech Phys Solids*, 1967, 15: 371~386
- 12 李国琛, 耶纳 M. 塑性大应变微结构力学 (第二版). 北京: 科学出版社, 1998, 第七章. (Li Guochen, Yener M. Plastic Large Strain Microstructural Mechanics (second edition) Beijing: Science Press, 1998 Chapter 7 (in Chinese))

THE CHARACTERISTICS OF INSTABILITY IN SOLID MATERIALS¹⁾

Li Guochen Shen Huan Ling Xianwu

(State Key Laboratory of Nonlinear Mechanics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract Based on analyzing the second variation of potential functional, one of the characteristics of the instability occurred in solid materials is proved as basically depending on the deterioration of material behavior. Another important feature is demonstrated that the fundamental straining path is used to be disturbed and shifted into a mode of limiting an axial strain at instability. Sheet materials perforated periodically are numerically analyzed by finite-element method to exemplify how the strain localization around small holes eventually turns the straining path into a failure mode of strain limitation. Metal forming tests on steel sheets loaded by flat-bottom punch also indicates such shift of straining path when approaching to failure.

Key words void, bifurcation, material instability

Received 7 April 2000, revised 17 October 2000.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (19872064) and the State Key Laboratory of Nonlinear Mechanics.