

## \* 学术论文 \*

## 平面激波在含灰方腔中的绕射与反射\*

王柏懿 王超 戚隆溪

中国科学院力学研究所, 北京 100080

**摘要** 研究了平面激波在含灰方腔中绕射和反射及其诱导的两相流动. 通过对方腔中含有不同直径固体颗粒的几种情况所做的数值分析, 得到了颗粒存在及其粒径大小对方腔流动以及激波绕射的影响.

**关键词** 含灰气体 方腔流动 激波 绕射 反射

对于含灰激波与结构相互作用的研究开始于 20 世纪 50 年代, 并逐渐受到重视. 它们在众多工程中有着广泛的应用, 其中公众和工业的安全防护就是重要的实例. 爆炸后的气体冲击波会以激波的形式在大气中传播很远的距离, 并且往往会遭遇各种结构从而发生绕射和反射, 使情况变得复杂. 在很多实际应用中, 空气中存在大量细小的悬浮固体颗粒, 人们称之为含灰气体. 激波在含灰气体中的传播特性与在纯净空气中有着显著差异, 因此结构承载状况

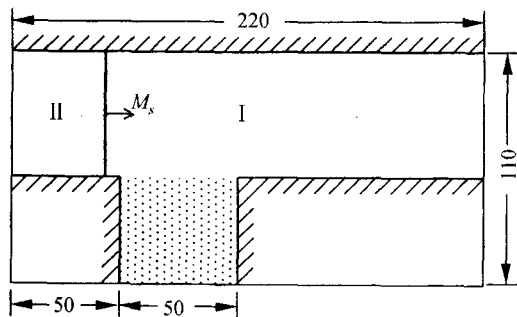


图 1 流动及计算区域示意图(长度单位:mm)

不仅依赖于入射激波强度与结构几何形状, 而且依赖于固体颗粒的属性与浓度. Igra 等<sup>[1]</sup>对纯空气情况下激波的方腔绕射问题进行了实验和数值研究. 本研究则是考虑方腔内充有悬浮颗粒这种有重要实际意义的情况, 从学科研究来看是将纯气相拓展到气固两相. 作者曾研究过在多重挡板与喷管中由于固体颗粒的存在而导致的激波波型的变化<sup>[2,3]</sup>. 作为另一个典型问题, 本文将数值模拟平面激波在含灰方腔中绕射及其诱导的两相流动. 如图 1 所示, 在一个带有方腔结构的二维管道中, 方腔内充有含灰气体, 其余部分则为通常的纯空气. Mach 数为  $M_s$  的平面激波 (其波阵面垂直于方腔开口表面) 从左到右传播, 波前区 I 中的气体是静止的, 波后区 II 则为激波诱导流场. 那么, 波后流动特性不仅与激波和方腔壁面的相互作用有关, 而且受到激波和剪切层或旋涡、二次激波或膨胀波的相互作用的影响. 这里, 固体颗粒存在引起的效应必须加以考虑.

## 1 理论模型

目前有两类模型可处理气固两相流动, 即粒子轨道模型和连续介质模型. 粒子轨道模型

2000-01-24 收稿, 2000-04-03 收修改稿

\* 国家自然科学基金资助项目(批准号: 19972069)

要跟踪每个颗粒在流场中运动的时间历程,对于含有大量颗粒的体系(特别是如果考虑由物理性态不同颗粒组成的体系时),计算工作量十分繁重. 在本研究中,我们采用双流体模型来描述气固两相悬浮介质,即气相和固相都作为连续介质来处理. 这样可以采用统一的流体力学方程,只是要求给出必要的本构关系. 这里,由于气相为常温下空气,因此可采用完全气体的状态方程;由于本文处理稀相两相混合物,固相的体积分数和分压忽略不计并不会造成明显的影响. 当然,对于两类模型,都需要给出颗粒与气体之间相互作用的描述,本文考虑两相之间的动量和能量交换发生在固体颗粒的表面上,它通过粘性和热传导来实现.

为了使计算更具一般性,首先对所有自变量(包括空间坐标  $x^*$  和  $y^*$ , 时间  $t^*$ ) 和流动参数(密度  $\rho^*$ , 速度分量  $u^*$ 、 $v^*$  和压力  $p^*$ ) 进行无量纲化处理,流动参数的特征量选取激波前区域 I 的值(用下标 1 标记)

$$x = \frac{x^*}{l}, \quad y = \frac{y^*}{l}, \quad t = \frac{a_1 t^*}{l}, \quad \rho = \frac{\rho^*}{\rho_1}, \quad u = \frac{u^*}{a_1}, \quad v = \frac{v^*}{a_1}, \quad p = \frac{p^*}{\gamma p_1},$$

其中  $l = 8m/\pi\alpha\rho_g d^2$  ( $m$  和  $d$  是固体颗粒的质量和直径)为流动特征长度;  $a_1 = \sqrt{\gamma p_{g1}/\rho_{g1}}$  为波前的气体声速,  $\gamma$  为气体比热比. 这样,无量纲化的 Euler 方程组可以写为下述形式

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = H, \quad (1)$$

其中,

$$U = \left[ \rho_g, \rho_g u_g, \rho_g v_g, \left( \frac{\rho_g}{2} (u_g^2 + v_g^2) + \frac{p}{\gamma - 1} \right), \rho_p, \rho_p u_p, \rho_p v_p, \rho_p T_p \right]^T,$$

$$F = \left[ \rho_g u_g, (\rho_g u_g^2 + p), \rho_g u_g v_g, u_g \left( \frac{\rho_g}{2} (u_g^2 + v_g^2) + \frac{\gamma p}{\gamma - 1} \right), \rho_p u_p, \rho_p u_p^2, \rho_p u_p v_p, \rho_p u_p^2 T_p \right]^T,$$

$$G = \left[ \rho_g v_g, \rho_g u_g v_g + v_g, (\rho_g v_g^2 + p), v_g \left( \frac{\rho_g}{2} (u_g^2 + v_g^2) + \frac{\gamma p}{\gamma - 1} \right), \rho_p v_p, \rho_p u_p v_p, \rho_p v_p^2, \rho_p v_p T_p \right]^T,$$

$$H = \left[ 0, -\alpha \rho_p F_x, -\alpha \rho_p F_y, -\alpha \rho_p \left( u_p F_x + v_p F_y + \frac{\beta Q}{\gamma(\gamma - 1)} \right), 0, \rho_p F_x, \rho_p F_y, \rho_p Q \right]^T.$$

这里,下标  $g$  和  $p$  分别表示气相和固相的流动变量;  $\alpha = \rho_p/\rho_g$  是固体颗粒的质量载荷比;  $\beta = C_m/C_v$  是固相和气相比热的比值. 另外,对于气体和固体颗粒之间的粘性阻力  $F$  和热交换  $Q$ ,我们采用通常的 Ranz-Marschall 型公式<sup>[4,5]</sup>

$$F_x = \rho_g (u_g - u_p) \sqrt{(u_g - u_p)^2 + (v_g - v_p)^2} (0.48 + 28 Re^{-0.85}) \quad (2)$$

$$F_y = \rho_g (v_g - v_p) \sqrt{(u_g - u_p)^2 + (v_g - v_p)^2} (0.48 + 28 Re^{-0.85}) \quad (3)$$

$$Q = \frac{8\mu_1\gamma}{d\beta\alpha_1\rho_{g1}Pr} \left( \frac{T_g}{T_{g1}} \right)^{0.768} (T_g - T_p) (2.0 + 0.6Pr^{1/3}Re^{1/2}) \quad (4)$$

其中  $Re = \rho_g |v_g - v_p| d/\mu$  是基于颗粒直径的滑移 Reynolds 数;  $Pr$  是 Prandtl 数;  $\mu_1$  是入射激波前区域 I 的气体粘性系数.

采用算子分裂技术,方程(1)可以分裂为下面 3 个方程

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial y} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = H. \quad (7)$$

显而易见,在方程(5)和(6)中,气相和固相之间不出现耦合,因此气相方程和固相方程能够独立求解.在本文中,我们分别采用 GRP 格式<sup>[6]</sup>和 MacCormack 格式<sup>[7]</sup>对气相和固相方程进行数值差分.对于含有相间作用项的方程(7),则使用预估-校正方法进行求解.这些差分格式都具有时间和空间的二阶精度.如果我们令  $L_x$  和  $L_y$  分别表示对应于方程(5)和(6)的算子(GRP 格式或 MacCormack 格式),而  $L_r$  表示预估-校正方法对应与方程(7)的算子,那么按照 Strang 提出的算子对称要求<sup>[8]</sup>,可以构造出

$$U_{i,j}^{n+1} = L_r\left(\frac{\Delta t}{2}\right) L_x\left(\frac{\Delta t}{2}\right) L_y(\Delta t) L_x\left(\frac{\Delta t}{2}\right) L_r\left(\frac{\Delta t}{2}\right) U_{i,j}^n \quad (8)$$

这是方程(1)的二阶差分近似.

## 2 数值结果

本文对激波绕射所诱导的流动结构进行了数值计算,共考虑了 6 种情况:入射激波 Mach

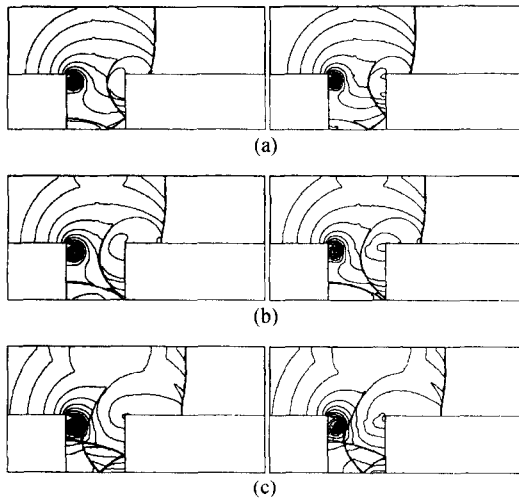


图 2  $M_s = 1.30$  和  $d = 10 \mu\text{m}$  时的气相密度等值线 ( $\Delta\rho/\rho = 0.05$ )  
左列——方腔中为纯空气,右列——方腔中为含灰气体  
(a)  $t = 180 \mu\text{s}$ ; (b)  $t = 200 \mu\text{s}$ ; (c)  $t = 240 \mu\text{s}$

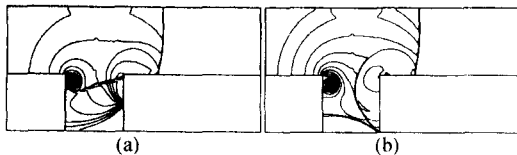


图 3  $M_s = 1.30$  和  $t = 200 \mu\text{s}$  时的气相密度等值线 ( $\Delta\rho/\rho = 0.05$ )  
(a)  $d = 1 \mu\text{m}$ ; (b)  $d = 50 \mu\text{m}$

数  $M_s = 1.30$  和  $2.032$ , 固体颗粒直径  $d = 1, 10$  和  $50 \mu\text{m}$ . 在这 6 种情况中,固体颗粒载荷比  $\alpha$  以及固相和气相比热的比值  $\beta$  均等于 1, 固体颗粒的材料密度  $\sigma_p = 2500 \text{ kg/m}^3$ . 为了进行比较,对方腔中为纯空气的情况也做了计算.

对于入射激波 Mach 数  $M_s = 1.30$  的情况,波后流动是亚声速的.图 2 给出了纯气体和含灰气体两种情况下(固体颗粒直径  $d = 10 \mu\text{m}$ )气相的密度等值线图,显示了方腔内外各种波系随时间变化的发展演化过程.在  $t = 180 \mu\text{s}$  时(见图 2(a)所示),方腔中出现绕射激波和反射激波,并在方腔左上壁面有一个旋涡.当时间  $t = 200 \mu\text{s}$  时(见图 2(b)所示),绕射激波波阵面抵达方腔右下角,此时方腔内只有两道反射激波.当时间  $t = 240 \mu\text{s}$  时(见图 2(c)所示),方腔内出现了反射激波之间的相交以及激波和涡的相互作用,此时方腔内的流场结构已变得相当复杂.与纯气体情况相比,固体颗粒的存在对管道中的传输激波没有影响.但是它对方腔内的绕射激波和反射激波产生明显的影响,即由于固体颗粒的存在,方腔内的绕射激波和反射激波被耗散,激波运动速度减小,强度减弱.

图 3 显示了入射激波 Mach 数  $M_s = 1.30$  时,固体颗粒尺寸对方腔内流场结构的影响,这里选

定一个固定时刻  $t = 200 \mu\text{s}$ , 而给出两种不同粒径下的气相密度等值线图. 图 3(a) 表明固体颗粒直径十分小时方腔中的气体激波可以被弥散成压缩波, 而图 3(b) 表明固体颗粒直径相当大时方腔内的气体激波结构基本上不受固体颗粒存在的影响.

对于入射激波 Mach 数  $M_s = 2.032$  的情况, 波后流动是超声速的. 类似地, 图 4 给出了纯气体和含灰气体(固体颗粒直径  $d = 10 \mu\text{m}$ ) 在  $t = 100, 150$  和  $250 \mu\text{s}$  3 个时刻气相密度等值线图. 此时, 方腔流场结构中, 除了会出现图 2 中所示的绕射激波、反射激波和脱体旋涡外, 还会在方腔左上拐角出现膨胀扇, 并可能在涡心前方出现二次激波, 从而导致了各类激波之间以及激波和涡之间更为复杂的相互作用. 显然, 方腔内的流动结构变得十分复杂. 与纯空气情况以及前面低 Mach 数的情况相比较, 固体颗粒的存在对气体激波的耗散作用更加强烈. 类似地, 我们在图 5 中给出了入射激波 Mach 数  $M_s = 2.032$ , 固体颗粒直径  $d = 1$  和  $50 \mu\text{m}$  时的结果(时间  $t = 150 \mu\text{s}$ ). 与入射激波为底 Mach 数情况类似, 粒径对方腔流动结构的影响是: 在相同载荷比条件下, 颗粒尺度越小, 对激波的弥散作用越强.

### 3 结论

本文的数值模拟计算清楚地显示了激波传播的整个绕射和反射过程: 膨胀绕射、碰撞反射、旋涡的产生与下泻以及二次压缩等. 上述计算的波后流动图象表明: (1) 当入射激波到达方腔左上角后开始发生绕射并在方腔左上壁面附近产生一个旋涡. (2) 当入射激波到达方腔右上角后将分裂为一个传输激波和一个反射激波. (3) 在波后流动为超声速情况下, 方腔内会出现膨胀波系和二次激波.

对于颗粒存在及其粒径大小的影响, 通过分析本文计算结果可知: 方腔中固体颗粒的存在将会影响绕射激波、反射激波和二次激波的传播特性, 从而导致方腔流动结构的明显改变. 在保持固体颗粒载荷比与固体颗粒材料密度不变的情况下, 颗粒直径越小, 方腔内激波运动速度下降得越显著, 气体与固体颗粒的相互作用越强化. 对于直径足够小的固体颗粒, 含灰激波将会被弥散为压缩波.

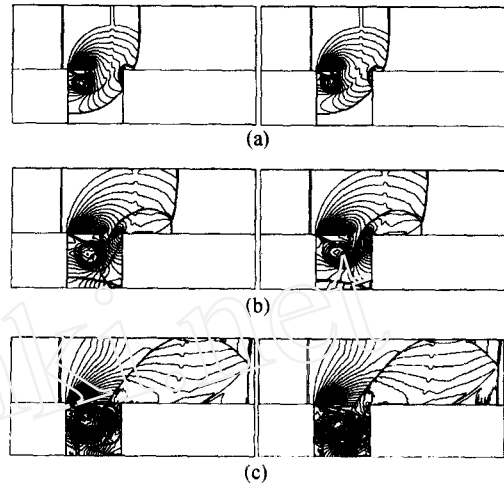


图 4  $M_s = 2.032$  和  $d = 10 \mu\text{m}$  时的气相密度等值线 ( $\Delta\rho/\rho = 0.1$ )

左列——方腔中为纯空气, 右列——方腔中为含灰气体 (a)  $t = 100 \mu\text{s}$ ; (b)  $t = 150 \mu\text{s}$ ; (c)  $t = 250 \mu\text{s}$

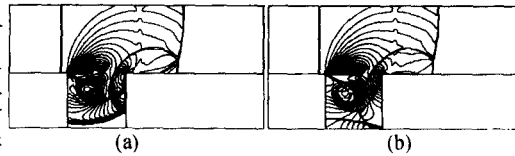


图 5  $M_s = 2.032$  和  $t = 150 \mu\text{s}$  时的气相密度等值线 ( $\Delta\rho/\rho = 0.1$ )

(a)  $d = 1 \mu\text{m}$ ; (b)  $d = 50 \mu\text{m}$

## 参 考 文 献

- 1 Igra O, et al. Experimental and numerical study of the interaction between a planar shock wave and a square cavity. *J Fluid Mech*, 1996, 313: 105
- 2 Wang B Y, et al. Shock-induced two-phase flows in an aligned baffle system filled with suspended particles. *Shock Waves*, 1996, 6: 367
- 3 Wu Q S, et al. Wave pattern characteristics of a two-phase nozzle flow by shock propagation. *Shock Waves*, 1997, 7: 127
- 4 Gilbert M, et al. Velocity lag of particle in linearly accelerated combustion gases. *Jet Prop*, 1995, 25: 26
- 5 Knudsen J G, et al. *Fluid Mechanics and Heat Transfer*. New York: McGraw-Hill, 1953
- 6 Ben-Artzi M, et al. A second-order Godunov-type scheme for compressible fluid dynamics. *J Comput Phys*, 1984, 55: 1
- 7 MacCormack R W. The effect of viscosity on hypervelocity impact cratering. *AIAA-69-354*, 1969
- 8 Strang G. On the construction and comparison of difference schemes. *SIAM J Numer Anal*, 1968, 5: 506