

# 环球滑翔飞行及其地表投影的近似计算方法

郭兴玲, 张 珩

(中国科学院 力学研究所, 北京 100080)

**摘 要:** 定义了通过滑翔实现环球飞行的概念, 并提出了以椭圆轨道理论和分段常滑翔角方法相结合的飞行器环球滑翔飞行地表投影的近似算法。计算和分析表明, 初始投送方向角是决定环球滑翔飞行地表投影的关键因素。最后给出的算例验证了该近似计算方法的有效性。

**关键词:** 环球滑翔; 飞行; 地表投影; 近似计算

中图分类号: V412

文献标识码: A

文章编号: 1002-0853 (2007) 01-0089-04

## 引言

航天器在近似真空的环境中利用地球引力可长时间环绕地球飞行, 且飞行中无需能耗, 但却存在发射能耗大、发射场固定、飞行中灵活机动性差、重复使用率低、可执行任务单一等缺点。飞机等航空器在稠密大气层中利用空气动力实现飞行, 具有起飞能耗小、机动性好、可重复使用等优点, 但却存在飞行高度低、航程短等缺点。

鉴于此, 综合航天和航空两类航行的物理特点, 本文提出一个借助于临近空间<sup>[1]</sup>高度投送, 进行最大航程的自由飞行, 转而随飞行高度的衰减利用气动效应来实现环球滑翔的无动力飞行概念。根据这类飞行的特点, 本文结合椭圆轨道理论<sup>[2]</sup>、分段常滑翔角方法<sup>[3]</sup>和球面三角形方法, 建立了三维飞行地表投影的计算方法, 以分段方式对其飞行地表投影进行了详尽分析, 对认识环球滑翔飞行及其地表投影特性的主要影响参数及对环球滑翔飞行轨迹的规划设计具有重要的理论意义。

## 1 环球滑翔飞行概念描述

环球滑翔飞行是指飞行器由火箭按预定方向角在亚轨道高度 (约 100 km 左右) 以亚宇宙速度投送分离, 在近似真空环境中按预定弹道自由飞行, 进入

大气层后利用大气升力效应按预定路径进行远距离滑翔飞行, 直至实现环球一周的无动力飞行。

环球滑翔的飞行轨迹可分解为自由飞行段和滑翔飞行段, 图 1 给出了飞行轨迹示意图。图中,  $N$  为地球北极点;  $k$  为自由飞行段的始点 (即火箭投送分离点);  $e$  为自由飞行段的终点 (即滑翔飞行段的始点);  $f$  为滑翔飞行轨迹上任一点;  $k, e, f$  为飞行器和地心的连线与地球表面的交点, 即地表投影点。

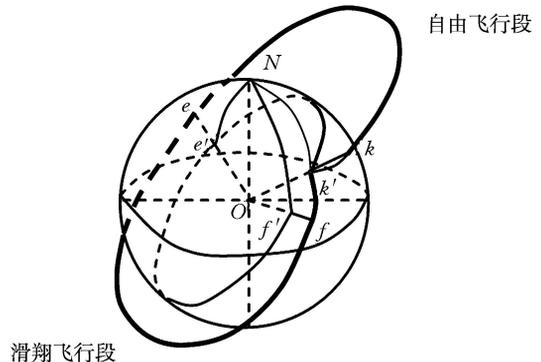


图 1 环球滑翔飞行轨迹示意图

## 2 飞行轨迹近似计算

假设条件:

- (1) 大气模型为美国 1976 年标准大气模型<sup>[4]</sup>;
- (2) 重力加速度  $g = -\mu/r^2$ ;
- (3) 自由飞行段近似在真空环境中;

收稿日期: 2005-12-12; 修订日期: 2006-07-24

作者简介: 郭兴玲 (1973-), 女, 重庆市人, 博士研究生, 从事轨道飞行力学与空气动力学交叉学科研究。

(4)滑翔飞行采用平衡滑翔假设<sup>[5,6]</sup>,即  $d/dt$

0;

(5)升阻比  $C_L/C_D$  为常数,滚转角为  $0^\circ$ ;

(6)滑翔段以接近  $0$  的滑翔角开始飞行。

根据环球滑翔的飞行特点,自由飞行段采用椭圆轨道理论方法,滑翔飞行段采用分段常滑翔角方法。

### 2.1 自由飞行段近似解

由椭圆轨道理论可得到自由飞行最大航程条件下初始点  $k$  的最佳速度倾角  $\alpha_k$  及相应的飞行航程角  $\theta_e$  和飞行时间  $T_e$ :

$$\alpha_k = \arctan \frac{\sqrt{k[2r_e - (r_k + r_e)]}}{2[r_k - 2(r_e - r_k)]} \quad (1)$$

$$\theta_e = 2 \arctan \left( \frac{B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \right) \quad (2)$$

$$T_e = \frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt{\mu}} \left[ \arccos \frac{1 - k}{e} + \arccos \frac{1 - e}{e} + \left[ \operatorname{sinarccos} \frac{1 - k}{e} + \operatorname{sinarccos} \frac{1 - e}{e} \right] \right] \quad (3)$$

其中:

$$A = 2r_e(1 + \tan^2 \alpha_k) - k(r_e + r_k)$$

$$B = 2r_k \tan \alpha_k$$

$$C = k(r_e - r_k)$$

上述各式中,  $e, k$  分别为  $e$  点和  $k$  点的能量常数;  $r_e, r_k$  分别为  $e$  点和  $k$  点的地心距;  $e, a$  分别为椭圆的偏心率和半长轴。

### 2.2 滑翔飞行段近似解

计算各段末端的飞行速度  $v_{ifn}$ 、各段常滑翔角  $\alpha_n$ 、飞行时间  $t_n$  及飞行航程角  $\theta_n$  的公式为:

$$\frac{d\alpha_n}{dt_n} - \frac{g_n(h_{fn})}{2m} \left[ \frac{\mu}{v_{ifn}^2 r_n^2} - \frac{v_{ifn}}{r_{0n}} \right] = 0 \quad (4)$$

$$r_n = \frac{\sin \alpha_n}{2k_n} \ln \left[ \frac{l_n - k_n v_{ifn}^2}{l_n - k_n v_{0n}^2} \right] + r_{0n} \quad (5)$$

$$t_n = a_n \left[ \ln \left| \frac{b_n + v_{ifn}}{b_n + v_{ion}} \right| - \ln \left| \frac{b_n - v_{ifn}}{b_n - v_{ion}} \right| \right] \quad (6)$$

$$\theta_n = \cot \alpha_n (\ln r_{fn} - \ln r_{0n}) \quad (7)$$

其中:

$$l_n = \frac{w_n \cos \alpha_n}{E_n} + g_n \sin \alpha_n, \quad k_n = \frac{w_n \cos \alpha_n}{E_n v_{sn}^2}$$

$$w_n = g_n - \frac{\mu}{r_n}, \quad E_n = C_{Ln}/C_{Dn}, \quad v_{sn}^2 = \frac{\mu}{r_n} r_{on}$$

$$a_n =$$

$$b_n = \frac{(C_{Ln}/C_{Dn}) v_{sn}^2}{2 \sqrt{w_n \cos \alpha_n} \sqrt{w_n \cos \alpha_n v_{sn}^2 + (C_{Ln}/C_{Dn}) v_{sn}^2 g_n \sin \alpha_n}} - \frac{(C_{Ln}/C_{Dn}) v_{sn}^2}{\sqrt{w_n \cos \alpha_n} \sqrt{w_n \cos \alpha_n v_{sn}^2 + (C_{Ln}/C_{Dn}) v_{sn}^2 g_n \sin \alpha_n}}$$

上述各式中,下标  $n$  表示第  $n$  段;  $\alpha_n, t_n, h_{fn}, r_{fn}, r_{0n}, \bar{r}_n, \bar{g}_n$  分别为第  $n$  段的滑翔角、飞行时间、大气密度、末端飞行高度、末端地心距、始端地心距、平均地心距和重力加速度平均值;  $E_n, C_{Ln}, C_{Dn}, v_{ifn}, v_{0n}$  分别为第  $n$  段的升阻比、升力系数、阻力系数、末端绝对速度、始端绝对速度;  $s$  为参考面积;  $m$  为飞行器质量;  $\mu$  为地球引力常数。

## 3 投送条件与地表投影的关系

根据两段近似解并结合球面三角形的方法建立由初始投送条件计算滑翔飞行轨迹上任一点的地表投影位置的近似关系。首先由初始投送条件计算自由飞行段终点(滑翔飞行段始点)的飞行参数;然后由自由飞行段终点飞行参数计算滑翔飞行轨迹上任一点的地表投影位置;最后通过上述关系建立初始投送条件,推导滑翔飞行轨迹上任一点的地表投影位置的近似计算方法。

已知条件如下:自由飞行段始点  $k$  的绝对速度  $v_{ik}$ , 方向角  $\alpha_k$ , 地表位置(经度  $\lambda_k$  和纬度  $\phi_k$ ) 和高度  $h_k$ ;自由飞行段终点  $e$  的高度  $h_e$ ;滑翔飞行段飞行轨迹上任一点  $f$  的高度  $h_f$ 。

### 3.1 计算自由飞行段的终点参数

首先,由式(1)~式(3)可得到自由飞行段终点  $e$  的最佳初始速度倾角  $\alpha_k$ 、相应的航程角  $\theta_e$ 、飞行时间  $T_e$  和绝对速度  $v_{ie}$ 。并根据椭圆轨道理论,有:

$$v_{ie} = \sqrt{\frac{1}{2} v_{ik}^2 + \mu \left[ \frac{1}{r_k} - \frac{1}{r_e} \right]} \quad (8)$$

其次,计算自由飞行段终点  $e$  的赤纬  $\delta_e$  和与自由飞行段始点  $k$  的赤经差  $\theta_{ek}$ 。

球面三角形几何关系见图 2。以  $N, k, e$  为顶点构成球面三角形。其中,  $k, e = \theta_e$  (即自由飞行段的总航程),  $Nk = \theta/2 - \delta_k$  ( $\delta_k$  为  $k$  点的赤纬),  $Ne = \theta/2 - \delta_e$  ( $\delta_e$  为  $e$  点的赤纬,  $\delta_e = \phi_e$ ),  $\theta_e = \theta/2 + \delta_e$  (若以逆地球旋转方向飞行,  $\theta_e = 3\theta/2 - \delta_e$ ),  $\alpha_e$  为方向角,即当地纬度线与飞行器的飞行速度在水平面投影线之间的夹角,顺时针为正,  $\alpha_k = \theta/2 - \delta_k$  (若以逆地球旋转方向飞行,  $\alpha_k = \delta_k - \theta/2$ ),  $N = \theta_e - \delta_k$  ( $\delta_k$  为  $f$  点的赤经,  $\delta_e$  为  $e$  点的赤经)。

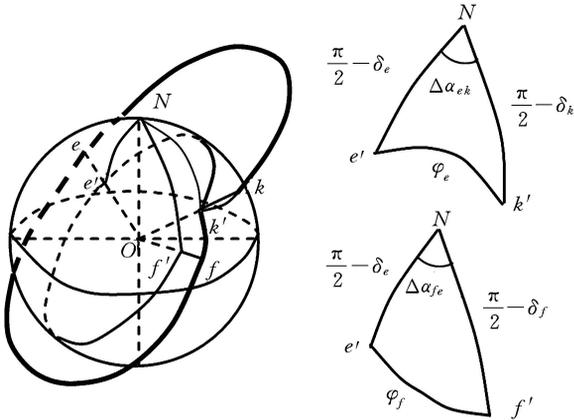


图 2 球面三角形几何关系示意图

由球面三角形的余弦定理和正弦定理, 可得:

$$e = \arcsin(\cos e \sin k + \sin e \cos k \sin ik)$$

$$ek = e - k = \arcsin\left(\frac{\sin e \cos ik}{\cos e}\right)$$

式中, +为飞行方向与地转方向相同; -则相反。

最后, 计算自由飞行段终点 e 的方向角  $\phi_e$  和地表位置。

在球面 Nke 中, 由正弦定理有:

$$\phi_e = \arccos\left(\frac{\cos k \cos ik}{\cos e}\right)$$

e 点的地表位置为: 纬度  $\phi_e = e$ , 经度  $e = k + (e - k) - rT_e$ 。

### 3.2 计算 f 点的参数及地表位置

首先, 根据分段常滑翔角的办法计算终点 e (再入点) 到 f 的航程角  $\delta_f$ 、飞行时间  $T_f$  及 f 点的绝对速度  $v_{if}$ 。步骤如下:

(1) 首先把 e 点到 f 点的飞行高度分成 N 段, 确定每段始端高度  $h_n$  和末端高度  $h_{n+1}$ ;

(2) 由式 (5) 计算各段的末端绝对速度  $v_{ifn}$ , 其中第 N 段的末端绝对速度  $v_{ifN}$ , 即为所求 f 点的绝对速度  $v_{if}$ , 即  $v_{ifN} = v_{if}$ ;

(3) 由式 (6) ~ 式 (8) 分别计算各段的常滑翔角  $\delta_n$ 、飞行时间  $t_n$  和航程角  $\delta_n$ ;

(4) 计算飞行时间  $T_f$  和飞行航程角  $\delta_f$ :

$$T_f = t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_n, \quad \delta_f = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \dots + \delta_n$$

其次, 计算 f 点的赤纬  $\phi_f$  和 e 点与 f 点的赤经差  $\delta_{ef}$ 。

如图 2 所示, 在球面 Nef 中,  $ef = \delta_f$  (即再入点到 f 点的航程),  $Ne = \delta_e - e$  ( $e$  为 e 点的赤纬),  $Nf = \delta_f - f$  ( $f$  为 f 点的赤纬,  $f = \phi_f$ ),  $f = \delta_f + \phi_f$  (若以逆地球旋转方向飞行,  $f = 3\delta_f - \phi_f$ ),  $e = \delta_e - \phi_e$  (若以逆地球旋转方向飞行,

$e = \delta_e - \phi_e$ ),  $N = \delta_f - e$  ( $f$  为 f 点的赤经,  $e$  为 e 点的赤经)。

由球面三角形的余弦定理和正弦定理, 有:

$$f = \arcsin(\cos f \sin e + \sin f \cos e \sin ie)$$

$$\phi_e = f - e = \arcsin\left(\frac{\sin f \cos ie}{\cos f}\right)$$

式中, +为飞行方向与地转方向相同, -则相反。

最后, 计算 f 点的方向角  $\phi_f$  和地表位置。

在球面 Nef 中,  $f = \delta_f + \phi_f$  (若以逆地球旋转方向飞行,  $f = 3\delta_f - \phi_f$ ), 由正弦定理有:

$$\phi_f = \arccos\left(\frac{\cos e \cos ie}{\cos f}\right)$$

f 点的地表位置为: 纬度  $\phi_f = f$ , 经度  $f = e + (f - e) - rT_f$ 。

### 3.3 算例及分析

表 1 为环球滑翔初始投送条件和相关参数, 计算结果见表 2, 表 3 则给出了本文算法与数值解的对比分析结果, 图 3 则给出了本文算法得到的飞行地表投影 (实线) 和数值解的飞行地表投影 (虚线)。

表 1 初始投送条件和相关参数

初始投送参数	参数值
k 点的绝对速度 $v_{ik}/m \cdot s^{-1}$	7 000
k 点的高度 $h_k/km$ 和方向角 $\delta_k/(^\circ)$	100/30
k 点的最佳速度倾角 $\delta_{ik}/(^\circ)$	24.33
k 点的经度 $\lambda_k/(^\circ)$ 和纬度 $\phi_k/(^\circ)$	(100, 40)
滑翔飞行段分段间隔 $h/km$	10
滑翔始点速度倾角 $\delta_{ie}/(^\circ)$ 和高度 $h_e/km$	0/100
飞行器升阻比 $C_L/C_D$	0.065/0.010
飞行器质量 $m/kg$ 和参考面积 $S/m^2$	200/20
f 点高度 $h_f/km$	40

表 2 计算结果

计算项	计算值
k 点到 e 点的飞行时间 $T_e/s$	1 877
k 点到 e 点的飞行航程角 $\delta_e/(^\circ)$	82.67
e 点方向角 $\phi_e/(^\circ)$	-41.58
e 点的经度 $\lambda_e/(^\circ)$ 和纬度 $\phi_e/(^\circ)$	(196.55, 27.51)
e 点的绝对速度 $v_{ie}/m \cdot s^{-1}$	7 000
e 点到 f 点的飞行时间 $T_f/s$	7 321
e 点到 f 点的飞行航程角 $\delta_f/(^\circ)$	306.46
f 点的方向角 $\phi_f/(^\circ)$	3.14
f 点的经度 $\lambda_f/(^\circ)$ 和纬度 $\phi_f/(^\circ)$	(101.11, 46.60)
f 点的绝对速度 $v_{if}/m \cdot s^{-1}$	858.41

表 3 本文算法解与数值解对比分析

对比项	本文算法解	数值解	误差
$f$ 点的绝对速度 $/\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	858.41	851.90	6.51
$f$ 点的方向角 $/(^{\circ})$	3.14	1.42	1.72
$f$ 点的经度 $/(^{\circ})$	101.11	99.01	2.01
$f$ 点的纬度 $/(^{\circ})$	46.60	45.74	0.06

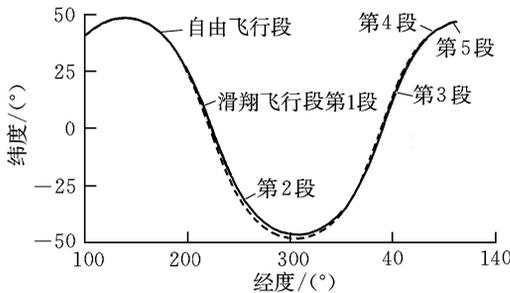


图 3 整个飞行地表投影

从表 3 可以看到,利用该方法计算得到的  $f$  点飞行地表位置与实际值相差很小,因此本文近似计算方法能根据初始投送条件有效估算出相应的滑翔飞行地表位置。从图 3 也可以看到,本文算法得到的飞行地表投影与数值解的飞行地表投影基本吻合。

## 4 结论

利用惯性空间自由飞行段和滑翔飞行段的近似解结合球面三角形方法建立了由初始投送条件计算三维飞行地表投影位置、方向角、速度倾角的方法,

从计算结果可以看到这是三维飞行轨迹解析研究的有效方法。根据上述近似计算关系,可以得到如下结论:

(1)滑翔飞行段计算中各段的升阻比假定为常数,在环球滑翔飞行轨迹规划中,可以根据环球滑翔飞行的地面覆盖目标,适当控制各段的升阻比,从而改变各段的滑翔角、飞行时间、飞行航程角、飞行速度及地表投影位置,这样在达到任务目的的同时得到热环境较宽松的飞行走廊。

(2)升阻比和滚转角为一常数的条件下,初始投送方向角决定了环球滑翔飞行地表投影的大致位置,因此适当的投送方向角是实现环球滑翔飞行全方位覆盖的重要前提。

## 参考文献:

- [1] 朱纪洪,范勇.近空间飞行平台的现状与发展[R].863航天航空技术,2005.
- [2] 张毅,杨辉耀,李俊莉.弹道导弹弹道学[M].长沙:国防科技大学出版社,1999.181-206
- [3] 郭兴玲,张珩.基于分段常滑翔角的远程长航时纵向滑翔飞行运动方程及近似解[J].宇航学报,2005,26(6):712-716
- [4] 肖业伦.航天器飞行动力学原理[M].北京:宇航出版社,1995.8-12
- [5] 阮春荣.大气中飞行的最优轨迹[M].北京:宇航出版社,1987.203-206
- [6] 赵汉元.飞行器再入动力学和制导[M].长沙:国防科技大学出版社,1997.458-460.

# Surrounding-Earth-Gliding Flight and Approximate Computation of Its Geographical Coverage Positions

GUO Xing-ling, ZHANG Heng

(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

**Abstract:** The concept of the surrounding-earth-gliding flight is described. In order to approximately compute the corresponding geographical coverage positions, a method of combining the well-known ellipse orbit theory and the  $n$ -section constant angle algorithm of gliding inclination was proposed. According to the approximate formula, the analyses indicate that the initial release azimuth angle is an important factor to determine the geographical coverage positions in flight. The results show that the method is effective and feasible.

**Key words:** surrounding-earth-gliding; flight; geographical coverage positions; approximate computation

(编辑:崔立峰)