

高雷诺数流动理论、算法和应用的 若干研究进展*

高 智

中国科学院力学研究所 LHD 实验室, 北京 100080

周光珂

北京大学力学与工程科学系, 北京 100871

摘 要 在黏性流体力学的历史发展中, Navier-Stokes (NS) 方程组的简化理论、相应算法和应用构成了不同历史时期的学科前沿、核心内容的应用热点. 以此为线索, 简要评述经典边界层、多层(三层)边界层、干扰边界层、扩散抛物化 (DP) NS 方程诸理论、相应算法和应用的若干研究进展; 诸理论之间以及他们与实验的关系; 简化湍流计算的一点注释以及物理分析和数值模拟相结合的一些问题.

关键词 黏性流体力学, 计算流体力学, 边界层理论, 扩散抛物化理论, 扩散抛物化, Navier-Stokes 方程组

1 引言

1823 年 ~1845 年期间问世的 Navier-Stokes (NS) 方程组是流体力学的基本方程组^[1~4], 因此从理论和数值角度解决流体动力学问题的基本方法是在适当边界条件下求解 NS 方程组. 由于 NS 方程组的非线性特性, 它的求解十分困难, 仅对某些特殊的几何边界找到了约 80 个准确解; 而要通过数值求解非定常三维 NS 方程组来模拟具有工程价值的高 Re 数湍流流动, 即使动用当今的超级计算机仍然不够现实, 花费高昂, 而且湍流瞬态量的数值模拟仍存在问题. 目前直接数值仿真 (DNS) 还只限于较低的 Re 数 ($Re \sim 10^4$), 且具有简单几何边界的情况. 因此在解决高 Re 数流动问题的历史发展过程中, 在理论和数值方面, NS 方程组的简化理论和相应算法事实上构成了不同历史时期的学科前沿和核心内容. 简化理论不仅可以给出流动物理量之间比 NS 简单的关系, 揭示流动的特征规律和机理; 而且可以提供对计算机要求较少的求解流场的有效方法.

L. Prandtl 根据实验观察提出的边界层理论 (1904) 是黏性流研究的划时代进展, 它也标志着近代流体力学的形成. 由此产生的黏性边界层方程和无黏 Euler 方程渐进匹配求解高 Re 数全

收稿日期: 2001-07-04, 修回日期: 2001-07-17

* 中国科学院力学研究所 LHD 实验室资助项目

域流场的方法,近百年来取得了极其丰硕的成果,解决了摩阻、传热率等众多工程问题,边界层理论同时导致了应用数学中著名的匹配渐进展开方法的形成和广泛应用^[2~15]。

边界层理论不适用于边界层脱体的流动分离现象,分离流问题在流体工程技术领域中普遍存在,且与湍流一起长期被列为流体力学的两大难题^[16,17]。20世纪50~60年代问世的多层边界层理论^[16~33]拓展了经典边界层理论,且构成了分离流理论的核心。多层边界层理论适用于分离点、再附点、小凸包、小凹坑、前缘和后缘点邻域的局部区域,由此产生了同时沿法向和流向渐进匹配的求解方法。在约半个世纪的时期内多层边界层理论取得了丰硕成果,阐明了流动分离机理,并为上述特殊点邻域的小尺度流动现象提供了具有基准性质的局部区域的数值解。经典边界层理论的重要拓展还有干扰边界层理论和边界层反方法^[34~39]。这两个理论在边界层理论的框架内给出了求解边界层——极小分离区——再附边界层大范围黏性流的有效方法,它们同样也适用于多层边界层理论适用的分离点、再附点等上述特殊点邻域的局部流动问题。经典边界层理论及其拓展理论适用于高 Re 数流场中黏性占优的局部区域,因此由它们发展的求解高 Re 数流场的方法本质上是一种分区(或称区域)算法。

20世纪60~70年代问世的扩散抛物化NS方程组理论^[40~49],则是适用于全域流场的NS方程组简化理论。当高 Re 数流动存在近似主流方向时,在主流方向上扩散与对流效应相比很小,可近似加以忽略,即对主流方向坐标变量求偏导的黏性诸项可以从NS方程组中略去,于是得到扩散抛物化(DP)NS方程组。DPNS方程组亦称简化或抛物化或薄层NS方程组^[40~49]。由于早期导出它们的出发点不同,黏性项的取舍亦略有不同,因此被冠以不同的称呼。它们是介于NS与边界层方程组之间或NS与Euler方程组之间且形成层次结构的一类方程组,它们有许多共同的特点(例如数学性质相同、适用于全域流场等),由此产生了空间推进求解全域流场(对存在近似主流方向以及含有小分离区的情况)的有效方法。经过30多年的发展,DPNS方程组理论和计算取得了丰硕成果,并已成为黏性流理论和计算的一个重要领域、成为高 Re 数NS计算的重要补充^[40~88]。扩散抛物化概念也适用于流体运动稳定性方程组的合理简化^[89~93]。

NS方程组包含了宽广的时间-空间尺度范围,为了计算湍流而简化NS方程组的研究,主要的如早在1895年问世的Reynolds时间平均NS(RANS)方程组和1963年问世的大涡模拟(LES)方程组,后者是对NS方程组作空间滤波运算的结果。RANS和LES方程组分别计算湍流时间平均量和大涡量,湍流“高频”运动对平均量的影响、湍流“高波数”运动对大涡量的影响分别用Reynolds应力模式和亚格子尺度应力模式来模拟,湍流模式的研究很多(如文献^[94~101]),它们在湍流和湍流燃烧等工程计算中得到了广泛的应用,但所有湍流模式都具有半经验性质。近年来提出了基于湍流大小涡近程相互作用特性简化湍流计算的研究,这就是流体运动大小尺度(LSS)方程组理论^[102~107],该方程组是近似封闭的,它的计算同时给出大尺度(大涡)量和靠近大小涡分割尺度的小涡量,而小涡量的计算类似于湍流模式理论中的 $k-\epsilon$ 方程组计算,但LSS方程组计算不需要作任何半经验假设。

随着计算流体动力学(CFD)领域的迅速扩张和CFD文献的剧增,随着应用CFD领域的形成和CFD商品软件不断涌现和普及,人们越来越关注求解流体运动诸方程组的计算精度、数值方法固有限制以及如何充分利用算出的浩瀚数值海洋以揭示流动机理等问题。因此物理分析和数值模拟相结合构成了新的生长点,这方面的研究逐渐增多起来,见文献^[108~128],包括研究更适合高 Re 数复杂流动计算的方程模型(特别是湍流模型)、高效算法、高质量网格和边界条件处理、数值误差、NS计算中的重新标度和流态拓扑分析等问题。

本文顺序论述边界层、多层边界层、干扰边界层、扩散抛物化NS方程组、简化湍流计算的注释以及物理分析和数值模拟相结合的一些问题。在一篇短文中很难包罗上述诸领域的所有研

究进展和大量文献. 因此我们把目标局限于高 Re 数流动问题简化求解的数学力学理论, 强调力学理论在简化计算和算法研究中的作用以及理论、数值和实验相互补充、缺一不可的关系.

2 经典边界层理论和高雷诺数流动的渐进匹配算法

对高 Re 数绕流流动, Prandtl (1904) 根据实验观察提出了边界层理论, 把靠近物面的薄边界层按黏性流动计算, 而把边界层外的流动仍按理想流体动力学计算. 边界层厚度 δ 很小于物体特征长度 L , 用边界层的流向和法向长度尺度和速度尺度 (简称物理尺度) 重新标度 NS 方程组, NS 方程组在边界层内被简化为边界层方程. 对不可压二维流动, 边界层方程组为^[1~4]

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.1a)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2.1b)$$

$$0 = \frac{\partial p}{\partial y} \quad (2.1c)$$

边界条件在物面上和边界层外缘分别为

$$y = 0, \quad u = v = 0 \quad (2.2a)$$

$$y = \delta \text{ 或 } y \rightarrow \infty, \quad u = u_e(x) \quad (2.2b)$$

其中 $u_e(x)$ 是理想流体绕物体流动问题的解在物面上的速度分布, 并有 $\delta \cong L Re^{-1/2}$, $Re = \frac{u_e L}{\nu}$, L 为板长. 从理论上说, 绕流问题 NS 方程解在 $Re \rightarrow \infty$ 时必定趋向无黏 Euler 方程解. 由于 Euler 方程比 NS 方程低一阶, 它的解不能满足全部边界条件 (2.2), Euler 方程解“允许”在壁面上存在切向速度滑移. 因此 $Re \rightarrow \infty$ 的 NS 方程解 (或称 Euler 极限) 不会在全流场均匀有效. 为此需对物面附近的薄边界层区域进行重新标度, 于是导致 NS 方程简化为边界层方程 (2.1). 边界层方程解与外部无黏 Euler 解渐进匹配获得全域流场解^[1~8]. 应该指出, 在给定边界条件下 Euler 方程的解并不唯一, 至少对不可压缩流如此, 例如圆柱绕流, 既允许势流解又允许自由流线解. 因此, 一个 Euler 解未必总是同样边界条件下 NS 随 $Re \rightarrow \infty$ 的渐进解, 与边界层解匹配的 Euler 方程解自然应是 NS 在同样边界条件下的 Euler 极限, 该 Euler 极限被称为相关解^[15].

湍流边界层方程组可由 Reynolds 平均 NS 方程组的简化得到, 对不可压二维情况有

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \quad (2.3a)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial y} (-\overline{u'v'}) \quad (2.3b)$$

其中 \bar{u}, \bar{v} 和 \bar{p} 表示 u, v 和 p 的时间平均, u' 和 v' 是涨落速度分量, 边界条件与式 (2.2) 一致. 经典边界层理论适用于 Re 数足够大 (约大于 10^3) 的情况, 例如对于平板边界层它给出壁面摩擦系数与 $Re^{-1/2}$ 成正比和壁热流量努塞尔数 Nu 与 Re_L 成正比的一级近似. 在 Re 数不够大 (例如平板前缘附近) 时, 二级边界层理论^[4~6] 给出壁面摩擦系数的二级修正与 Re^{-1} 成正比; 二级边界层理论的壁摩擦系数在 $Re_L \geq 34$ 时与实验和更精确的数值结果很好相符. 对有限 Re 数情况, 边界层 - 无黏 Euler 匹配求解应当考虑黏性排移效应引起的修正问题, “修正壁面”等于几何壁面上加上边界层位移厚度, 于是可算出与“修正壁”相应的修正 Euler 相关解, 进而利用

修正 Euler 相关解的壁面速度为外缘条件再进行边界层修正计算. 这个叠代求解过程直到全流场解在相邻两次叠代中的变化可以忽略为止 [8,9].

边界层方程和 Euler 方程匹配求解全域流场的方法, 不适用于边界层发生分离的情况. 首先, 在流线离开物面的条件下, Euler 方程解可能不唯一, 因此难以事先选出相关解, 而且无法找到合理的匹配条件. 其次, 即使知道了正确的外部流动解, 边界层方程也无法处理流动逆转即倒流现象. 边界层方程在分离点 $x = x_s$ 处存在 Goldstein 奇异性 [16,17], 即存在 $\frac{\partial \tau(x)}{\partial x} \sim (x_s - x)^{-1/2}$ 类型的数学奇性, 边界层方程的空间推进求解在分离点处发生数值发散, 数值地证实了边界层方程分离点奇异性的结论, 这里 $\tau(x)$ 为壁面剪切应力, x_s 为分离点位置.

3 多层边界层理论 —— 三层 (triple-deck) 理论

边界层分离问题在流体工程技术领域中普遍存在, 且与湍流一起长期被列为流体力学的两大难题 [16,17]. 为了求得边界层分离点邻域的流动规律, 20 世纪 50~60 年代提出和发展了多层边界层理论 [16~33], 主要的是三层 (triple-deck) 理论. 在分离点邻域, 诱导压力梯度在边界层内引起黏性效应、形成厚度为 $O(LRe^{-1/2}\delta)$ 的均匀剪切层 (称作下层), 参见图 1, 下层特征速度为 $O(U\delta)$. 根据下层中诱导压力与惯性力及黏性力平衡推出诱导压力为 $O(U^2\delta^2)$ 、 δ 为 $O(l^{1/3})$, 这里 l 为流向即 x - 方向无量纲特征长度. 其次, 边界层其余部分 (称作主层) 因下层“排挤”而上移了 $O(LRe^{-1/2}\delta)$, 通过主层压力不变 $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$. 向上的位移应与诱导压力相匹配, 因此要求边界层外的势流中引入第三层即上层; 上层中正比于位移厚度斜率 $O(Re^{-1/2}\delta/l)$ 的压力响应为 $O(U^2\delta^2)$, 由此推出 $l \sim O(Re^{-3/8})$ 和 $\delta \sim O(Re^{-1/8})$. 下层、主层和上层的厚度分别为 $O(LRe^{-5/8})$ 、 $O(LRe^{-1/2})$ 和 $O(LRe^{-3/8})$, 形成了分离点邻域流动的三层结构的新机制. 随着 $Re \rightarrow \infty$, 下层与主层厚度之比、主层与上层厚度之比都趋于零, 因此各层之间的匹配符合 Prandtl 的渐进匹配原则 [15].

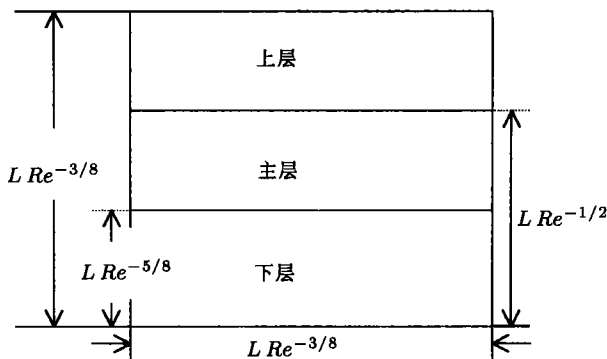


图 1 边界层分离点邻域多层边界层 (即 triple-deck) 流动结构

对不可压缩流动, 三层理论的基本方程组为 [17,18]

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0, \quad U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -P'(X) + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \quad (3.1a)$$

$$U \sim Y + A(X) \text{ 随 } Y \rightarrow \infty \quad (3.1b)$$

$$P(X) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{A'(\xi)}{X - \xi} d\xi \quad (3.1c)$$

其中 $x - x_s = Re^{-3/8}X$, $y = Re^{-5/8}Y$, x_s 为分离点, $Re = \frac{u_e L}{\nu}$. 三层方程组 (3.1) 的边界条件为

$$Y = 0, \quad U = V = 0 \quad (3.2a)$$

$$X \rightarrow -\infty \text{ 与来流边界层匹配} \quad (3.2b)$$

$$X \rightarrow +\infty \text{ 与下游边界层匹配} \quad (3.2c)$$

可见, 三层理论的基本方程 (3.1a) 和 (3.1c) 是在下层和上层分别建立的. 主层的作用只是通过关系式 (3.1b) 传递位移 $A(X)$ 和诱导压力 $P(X)$, 由此将上层和下层关联在一起. 方程 (3.1c) 表示不可压理想流压力 - 位移关系, \oint 表示奇异积分的 Cauchy 主值. 值得指出, 三层方程组 (3.1), (3.2)“具有”下游影响上游的“椭圆”特性, 但这“椭圆”特性并非通过使用椭圆型方程而是通过使用相互作用模型而获得的, 解与下游条件匹配即关系 (3.2c) 反映了下游对上游的影响. 下游边界层条件 (3.2c) 表示流动总体上为附体流. 顺便指出, 用三层下层物理尺度、即三层下层长度和速度尺度重新标度 NS 方程组, NS 方程组在三层下层被简化为边界层方程组 (3.1a), 因此三层理论并未导出新的流体运动方程组.

文 [18, 19] 改用 Kirchhoff 自由流线解为与 NS 解相关的 Euler 极限, 由此构造了边界层出现脱体分离的三层理论. 对二维不可压脱体分离的情况, 三层理论的组合方程为 [18,19]

$$\frac{\partial U}{\partial \bar{X}} + \frac{\partial V}{\partial \bar{Y}} = 0, \quad U \frac{\partial U}{\partial \bar{X}} + V \frac{\partial V}{\partial \bar{Y}} = -P'(\bar{X}) + \frac{\partial^2 U}{\partial \bar{Y}^2} \quad (3.3a)$$

$$U \sim Y + A(\bar{X}), \text{ 随 } Y \rightarrow \infty \quad (3.3b)$$

$$P(\bar{X}) = \frac{1}{\pi} \oint_{-\infty}^{\infty} \frac{A'(\bar{\xi})}{\bar{X} - \bar{\xi}} d\bar{\xi} \quad (3.3c)$$

其中 $\bar{X} = -L + X, \bar{X} = O(l), L \gg l$ 为待定的正值. 边界条件为

$$Y = 0, \quad U = V = 0 \quad (3.4a)$$

$$(U, V, P', A') \rightarrow (Y, 0, 0, 0) \text{ 随 } \bar{X} \rightarrow -\infty \quad (3.4b)$$

在脱体分离期间, P 随 \bar{Y} 单调增加, 而随 $\bar{X} \rightarrow \infty$ 压力达到平稳值 P_∞ , 即

$$\begin{aligned} P'(\bar{X}) &> 0, \text{ 对所有 } \bar{X} \\ P &\rightarrow P_\infty, \text{ 随 } \bar{X} \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (3.4c)$$

且有

$$P - P_\infty \sim -b|\bar{X}|^{1/2} + O(|\bar{X}|^{-1/2}), \quad A' \rightarrow 0 \text{ 随 } \bar{X} \rightarrow -\infty \quad (3.4d)$$

$$P - P_\infty \rightarrow 0, \quad A \sim -\frac{2}{3}b\bar{X}^{3/2} \text{ 随 } \bar{X} \rightarrow \infty \quad (3.4e)$$

其中 b 为常数.

三层理论的论证不涉及具体的固壁条件, 可适用于宽广的各种分离流问题 [16~33], 得到了广泛应用. 经过适当的修正, 三层理论已用于不可压和可压缩流 (包括跨声速、超声速和高超声速流)、前缘和尾缘点邻域的流动、绕拐角流、绕凸包或凹坑流、平板开缝引射和抽吸问题、可压

缩流脱体分离和不可压缩流脱体分离、翼型分离流、渠道流和轴对称及非轴对称管流、非定常分离、边界层流动稳定性的非线性和非平行流效应分析^[29]。

三层理论的概念和方法对湍流仍然适用，但湍流比层流复杂，分层更多，例如在强激波 - 湍流边界层干扰流中除法向分层外，沿流向也要划分为两个区，湍流分层结构中各层的尺度亦与层流不同^[30,31]，渐进展开的小参数常取为 $(\lg Re)^{-1}$ 。激波 - 湍流边界层干扰、湍流尾缘、凸包湍流绕流和湍流壁面射流的研究见文献^[30~33]。

总之，三层 (triple-deck) 理论解决了附体边界层理论不能解决的难题 (可参见一些综述文章^[32,33])，给出边界层分离点、再附点、前缘和后缘点、小凸包和小凹坑等邻域的流动结构及其物理尺度，阐明了流动分离和再附的流动机理。对上述特殊点邻域的流动，三层方法给出的数值结果与实验和其它计算结果相符。具有基准解性质。分离流的干扰边界层理论计算^[34]发现：在差分计算中必须使计算网格与三层结构的物理尺度相匹配，否则偏离基准解、得不到可靠的数值结果。应该注意到，三层解是分离等特殊点邻域的局部解、相当于全域流场计算中若干个别的“点”计算。但是，该局部区域的三层理论构成了大范围分离流理论的核心，因为分离前的流动可用传统的边界层理论求解；而对分离后的流动，由于边界层分离后以薄涡层形态流向下流，因此可用涡面或离散涡丝加无黏势流来求解，理论上并无问题和困难。因此在 CFD 中，一方面需要对大范围流动计算结果在特殊点邻域进行修正或精确化，另一方面，更重要的是如何把具有三层结构的特殊“点”邻域局部流动的“三层计算”嵌入到大范围流动计算中 (包括算法和网格生成)。

4 干扰边界层理论和边界层反方法

实验研究表明，对具有重要工程价值的边界层 - 小分离区 - 再附边界层流动，在小分离流动区垂直固壁的法向速度仍然很小于流向速度、且穿过分离区压力的法向变化仍可忽略，而在小分离区外部的流动仍近似为理想流^[34,35]。因此我们能够在边界层 - 无黏外流分区匹配求解的框架内建立描述上述流动的一种理论模型，这就是大体与三层理论同时问世的干扰边界层理论和边界层反方法^[34~39]。干扰边界层理论把分离前的附体边界层、小分离区和再附边界层流动用边界层方程描述，外部流动则用理想流描述，但计及两者之间的相互作用。对二维流动，干扰边界层组合方程组为^[34,35]

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad (4.1a)$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \mu_t) \frac{\partial u}{\partial y} \right] \quad (4.1b)$$

$$0 = \frac{\partial p}{\partial y} \quad (4.1c)$$

边界条件

$$y = 0, \quad u = v = 0 \quad (4.2a)$$

$$y = \delta, \quad p = p_e(x) \quad (4.2b)$$

压力梯度表示为

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho_e v_e \frac{dU_e}{dx} \quad (4.3a)$$

$$U_e = U_e^0 + U_c \quad (4.3b)$$

其中, U_e^0 为干扰边界层外缘无黏流速度, U_c 是边界层 - 无黏外流干扰对 U_e^0 产生的扰动. 对不可压缩流动, 扰动速度 U_c 由薄翼理论导出的 Hilbert 积分求得

$$U_c = \frac{1}{\pi} \oint_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x - \xi} \frac{d}{d\xi} (U_e \delta^*) d\xi \quad (4.4a)$$

对超声速外流

$$\frac{1}{U_e} \frac{dU_c}{dx} = (M_e^2 - 1)^{-1/2} \frac{d\alpha}{dx} \quad (4.4b)$$

$$\alpha = \left(\frac{v}{u} \right)_{y=\delta^*} = \frac{d\delta^*}{dx} \quad (4.4c)$$

其中 δ^* 为边界层位移厚度, M_e 为外流马赫数, v 为流速的法向分量. 对超声速外流情况, 除了扰动速度 U_c 与位移厚度 δ^* 之间的关系与式 (4.4b) 可能略有不同外, 上述不可压和可压干扰边界层组合方程组 (4.1) 具有普适性. 它们已被用于亚、跨、超和高超声速干扰边界层流动计算, 包括存在小分离区的附体流、分离气泡、存在前缘和后缘效应以及存在小凸包和小凹坑的干扰边界层流动等问题的计算^[34~39]. 在干扰边界层组合方程计算中, 当采用正“direct”边界条件、即采用边界层外缘速度或采用外缘压力梯度为边界条件时, 定常边界层方程存在 Goldstein 型分离奇异性, 分离点处出现数值发散. 采用反“inverse”边界条件即采用位移厚度或采用壁面剪切应力为边界条件时, 可避免定常边界层方程计算的分离奇异性问题, 后者亦被称为求解边界层方程的反方法, 边界层反方法中基本方程仍是边界层方程, 但边界条件需改用上述的反边界条件. 干扰边界层组合方程计算中采用非定常边界层方程时, 则空间推进计算或时间 - 空间迭代计算均不存在分离奇异性问题. 干扰边界层理论中定常边界层方程计算通过分离点后在倒流区采用空间迭代算法, 文 [38] 提出了一个无迭代单次空间推进算法, 称作 FLARE. FLARE 在倒流区仍为单次“逆流”空间推进计算, 该法在倒流区或是忽略流向对流项或是用流向对流速度的模取代它本身. 计算表明, 当倒流速度很小于外缘速度时, FLARE 计算是有效的; 当倒流速度大于外缘速度的 10% 时, FLARE 计算误差较大. 在湍流再附点邻域, 实验已观察到倒流速度大于外缘流速的 10%^[35].

干扰边界层理论是求解高 Re 数流动的一种分区匹配 (匹配中计及黏性 - 无黏流之间的非线性干扰) 方法, 该法与 NS 方程计算相比所需 CPU 时间和存储量约减少一个数量级^[73]. 干扰边界层适用于三层理论适用的流动, 但三层理论只是关于分离点等特殊点邻域局部流动的理论, 只有把三层理论嵌入分离之前和之后的其它大范围理论, 才能构成求解高 Re 数流动的整体理论. 不过, 干扰边界层理论不能提供一个完整的流动分离理论, 它无法给出分离点邻域流动的尺度结构, 难以揭示流动分离机理. 研究表明^[34]: 当用干扰边界层理论计算分离点邻域的流动时, 差分网格尺度必须与三层理论的尺度一致, 否则得不到可靠的数值结果. 这就是说, 分离点邻域流动的计算, 应当用三层下层的物理尺度重新标度, 对不可压缩流有^[32~34]

$$u \sim U\varepsilon, \quad v \sim V\varepsilon^3, \quad p \sim P\varepsilon^2 \quad (4.5a)$$

$$(x - x_s) \sim X\varepsilon^3, \quad y \sim Y\varepsilon^5 \quad (4.5b)$$

其中 $\varepsilon = Re^{-1/8}$, x_s 为分离点位置. 分离点邻域应当用三层下层物理尺度重新标度的结论, 显然对 NS 计算同样适用.

5 扩散抛物化 (DP) NS 方程组理论和空间推进算法

适用于高 Re 数全域流场的 NS 方程简化理论是 20 世纪 60~70 年代问世的扩散抛物化 (DP) NS 方程组理论^[40~49]。自然界和飞行现象的观察表明: 在顺流物体 (例如飞行器、车、船、鱼等) 的绕流, 在江、河、管道流动以及烟尘在气流中的扩散等现象中, 沿顺流方向、上游状态基本上不受下游的影响, 因此形成了扩散抛物化的理论概念。确切的表述是: 在任一方向上若扩散的迎风特征距离很小于待求解流场在该方向上的特征长度, 则在该方向上以对流运输为主、黏性扩散的贡献比较次要可近似加以忽略, 即 NS 方程组中对该方向坐标变量求偏导的黏性诸项可以忽略, 于是得到 DPNS 方程组^[50,51]。

DPNS 方程组由于早期导出它们的出发点和角度不同, 因此被冠以不同的称呼, 即: 抛物化、部分抛物化、黏性层简化及薄层 NS 方程组。以二维可压缩流动为例, NS 方程组为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e_t \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (\rho e_t + p)u \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial y} \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (\rho e_t + p)v \end{bmatrix} = \\ \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2}{3}\mu(2u_x - v_y) \\ \mu(u_y + v_x) \\ \frac{2u\mu}{3}(2u_x - v_y) + v\mu(u_y + v_x) + kT_x \end{bmatrix} + \\ \frac{\partial}{\partial y} \begin{bmatrix} 0 \\ \mu(u_y + v_x) \\ \frac{2}{3}\mu(2v_y - u_x) \\ u\mu(u_y - v_x) + \frac{2v\mu}{3}(2v_y - u_x) + kT_y \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.1)$$

设壁面的切向和法向分别为 x - 和 y - 坐标方向。在方程组 (5.1) 的扩散抛物化简化中, 左端项不变, 右端项作如下简化: 在扩散抛物化或薄层简化^[40,50]、在黏性 - 无黏匹配和边界层 -Euler 组合简化^[41,42] 中, 右端项分别简化为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial y} \begin{bmatrix} 0 \\ \mu u_y \\ \frac{4}{3}\mu v_y \\ \mu u u_y + \frac{4}{3}\mu v v_y + kT_y \end{bmatrix} \\ \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mu u_y \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial y} \begin{bmatrix} 0 \\ \mu u_y \\ \frac{4}{3}\mu v_y \\ \mu u u_y + kT_y \end{bmatrix} \\ \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial y} \begin{bmatrix} 0 \\ \mu u_y \\ 0 \\ \mu u u_y + kT_y \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.2)$$

NS 抛物化简化的右端项与黏性 - 无黏匹配简化的右端项一致, 但在左端项中或丢掉了 $\frac{\partial p}{\partial x}$ 项 [43] 或 $\frac{\partial p}{\partial x}$ 项由补充关系 (例如对内部流动由流量守恒条件) 求得 [44]; 部分抛物化简化与抛物化简化相比, 多了待求的 $\frac{\partial p}{\partial x}$ 和少量黏性项 [45,46]; 低 Re 数边界层二阶近似 [47] 简化结果与黏性 - 无黏匹配简化 [41] 的结果一致. 黏性层简化 [48,49] 的结果则介于黏性 - 无黏匹配和边界层 - Euler 组合简化的结果之间. 可见 DPNS 方程组实际上是介于 NS 与边界层方程或与 Euler 方程之间的一类方程组, 诸 DPNS 方程中包含的黏性项略有不同; 按照黏性诸项量阶大小排列, 它们形成了层次结构 [50,51], 且具有以下共同特点 [4,52~58]:

(1) 它们包含了 Euler 方程的所有项和主要的黏性项, 理论上它们适用于存在近似主流方向的高 Re 数全域流场. 数值计算表明它们也适用于分离不很严重的各种内流和外部绕流流动 [53~57].

(2) 可描述边界层难以处理的无黏 - 黏性大范围干扰流动.

(3) 它们均具有“扩散抛物化”的数学特征, 这类方程组的数学特征由方程主部 (主部由高阶扩散项组成) 的特征和它们在 $Re \rightarrow \infty$ 时的极限方程的特征 (称作次特征) 共同确定, 例如, 对二维可压缩无黏 - 黏性匹配近似和 Euler - 边界层组合近似的 DPNS 方程组以及 NS 方程组的特征分别为 [50,51].

$$\sigma_1^2 = 0, \quad \sigma_2^4 = 0, \quad \lambda_7 = \frac{v + \sqrt{T}}{u}, \quad \lambda_8 = \frac{v - \sqrt{T}}{u} \quad (5.3a)$$

$$\sigma_1^2 = 0, \quad \sigma_2^6 = 0 \quad (5.3b)$$

$$\sigma_1^3 = 0, \quad \lambda_4 = v/u, \quad \lambda_{5,6,7} = i, \quad \lambda_{8,9,10} = -i \quad (5.3c)$$

其中 $\lambda (= -\sigma_1/\sigma_2)$ 为特征值, i 为虚数单位. 其它 DPNS 方程的特征与式 (5.3a) 和 (5.3b) 类似, 主特征表明 DPNS 方程组为双曲 - 抛物型; DPNS 方程组的次特征为

$$\lambda_{1,2} = \frac{v}{u}, \quad \lambda_{3,4} = \frac{M_x M_y \pm \sqrt{M^2 - 1}}{M_x^2 - 1} \quad (5.4a)$$

其中, $M_x = u/a$, $M_y = v/a$, $M^2 = M_x^2 + M_y^2$, a 为声速, M 为马赫数. DPNS 方程组的特征次特征表明: DPNS 方程组在 $M > 1$ 时为双曲 - 抛物型, $M < 1$ 时为椭圆型. 可见它们并没有真正把 NS 方程组抛物化, 称它们为扩散抛物化 (DP)NS 方程组比较恰当, 能正确反映它们的数学物理性质.

(4) DPNS 方程组不包含对扩散抛物化方向坐标变量的二阶偏导数项, 因此在该方向上不需要规定下游边界条件.

(5) 扩散抛物化近似也适用于能量 (热传导) 方程、流体组分守恒方程和流体运动稳定性方程组的简化.

应该提到, 不同 DPNS 方程组之间的差异是一些黏性小项, 在边界层理论中这些黏性小项是小于或等于 $O(Re^{-1/2})$ 的项, 它们对数值结果的影响很小, 但它们对准确解、分离点奇异性等的影响相当重要. 例如, 对常见的 8 类 NS 方程准确解 (即不可压二维和三维驻点流, Couette 流, 旋转圆盘附近的流动, Hagen-Poiseuille 流, Hamel-Jaffery 流, 层流圆射流和 Kármán-Batchelor 等流动的 NS 方程准确解), 无黏 - 黏性匹配近似的 DPNS 方程解对上述 8 类流动均与 NS 准确解完全一致; 而无黏 - 边界层组合近似和黏性层近似的 DPNS 方程解仅对 Couette 流与 NS 准确解一致, 其它 7 类均不一致 [59,60], 参见表 1. 又如在边界层分离点邻域, 无黏 - 黏性匹配近似 DPNS 方程与 NS 方程均为数学“正则”, 而无黏 - 边界层组合近似和黏性层近似的 DPNS 方程

则与边界层方程一样存在 Goldstein 数学奇异性, 即存在 $\frac{\partial \tau(x)}{\partial x} \sim (x_s - x)^{-1/2}$ 类型的数学奇异性^[61], 这里 τ 为壁面剪切应力, x_s 为分离点位置。

DPNS 方程的数值方法: 对存在近似主流方向的高 Re 数流动, DPNS 方程组计算有三大好处^[4,52~58]: (1) DPNS 方程组所含的项数比 NS 方程组少 (特别是正交曲线坐标系可压缩流动情况), 因此可减少计算时间。 (2) 由 DPNS 方程的特征次特征理论^[50,51] 知道: 对定常超声速流计算, 沿主流 x - 方向可采用空间推进算法; 对亚声速定常流计算, 若令 $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$ ^[43] 或增加 $\frac{\partial p}{\partial x}$ 的补充关系^[44~46], 则仍可沿 x 方向对 DPNS 方程进行空间推进求解。这是因为若 $\frac{\partial v}{\partial x}$ 已知, DPNS 方程的次特征简化为^[50,51]

$$\lambda_{1,2} = M_y M_x^{-1}, \quad \lambda_{3,4} = (M_y \pm i) M_x^{-1} \quad (5.4b)$$

若 $\frac{\partial p}{\partial y}$ 已知, DPNS 方程的次特征简化为

$$\lambda_{1,2} = M_x M_y^{-1}, \quad \lambda_{3,4} = (M_x \pm 1) M_y^{-1} \quad (5.4c)$$

因此若式 (5.4b) 或 (5.4c) 得到满足, DPNS 方程组“变成”双曲 - 抛物型。 DPNS 方程空间推进计算与完全 NS 方程的时间相关计算相比, 计算维数减少一维, 可大大节省机时和内存, 这是 DPNS 方程计算最大的好处。 (3) 由近来的研究^[81,120~122] 知道, 当用完全 NS 方程计算具有近似主流方向的高 Re 数流动时, DPNS 方程丢掉的那些物理黏性项通常是完全 NS 方程计算中的截断误差项, 因此 DPNS 计算与完全 NS 计算相比, 具有避免计算误差项的好处。

表 1 不同 DPNS 方程组解与 Navier-Stokes (NS) 方程准确解的比较

DPNS 方程形式	流动类型						
	二维和三维驻点流动	Couette 流动	旋转圆盘附近的流动	Hagen-Poiseuille 流动	Hamel-Jeffery 流动	层流圆射流	von Kármán-Batchelor 旋转流动
Euler-边界层方程组合形式	不一致	一致	不一致	不一致	不一致	不一致	不一致
“抛物化”形式	一致	一致	一致	不一致	不一致	不一致	一致
Davis 黏性层形式	不一致	一致	不一致	不一致	不一致	不一致	不一致
无黏 - 黏性匹配形式	一致	一致	一致	一致	一致	一致	一致
部分抛物化形式 (I)	一致	一致	一致	一致	一致	不一致	一致
部分抛物化形式 (II)	一致	一致	一致	一致	不一致	不一致	一致
部分抛物化形式 (III)	一致	一致	一致	一致	不一致	不一致	一致
Baldwin-Lomax 薄层 NS 形式	一致	一致	一致	一致	不一致	不一致	一致

对定常超声速流动, 求解 DPNS 方程的单次空间推进 (SSM) 算法的研究很充分^[53~57,62~64], 而且深入地考察了边界层内亚声速区的影响问题。流向压力梯度 $\frac{\partial p}{\partial x}$ 被分解为“双曲”和“椭圆”分量^[54]

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \omega \frac{\partial p}{\partial x} + (1 - \omega) \frac{\partial p}{\partial x} \quad (5.5)$$

若只考虑流向压力梯度的“双曲”贡献 $\omega \frac{\partial p}{\partial x}$, 忽略“椭圆”贡献 $(1 - \omega) \frac{\partial p}{\partial x}$, 则在法向速度 v 很小于流向速度 $u, v \ll u$ 且 $u > 0$ 的条件下, 当如下的不等式成立时^[54]

$$\omega \leq \gamma M_x^2 [1 + (\gamma - 1) M_x^2]^{-1}, \quad M_x \leq 1 \quad (5.6)$$

DPNS 方程组的次特征为正的实特征。这就是说, 在边界层亚声速区完全丢掉流向压力梯度 $\frac{\partial p}{\partial x}$ 或只保留它的部分贡献, 即只保留它的“双曲”分量 $\omega \frac{\partial p}{\partial x}$, 求解 DPNS 方程的单次空间推进 (SSM) 算法适用。在 SSM 算法中, 另一种办法是在边界层亚声速区把 $\frac{\partial p}{\partial x}$ 用“向后”差分来近似, 即 $(i + 1)$ 站的 $\frac{\partial p}{\partial x}$ 用如下的一阶向后差分近似^[54, 62]

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i+1} \cong \frac{p_i - p_{i-1}}{\Delta x} \quad (5.7)$$

当 DPNS 方程用隐式差分近似而 $\frac{\partial p}{\partial x}$ 用上式近似时, Fourier 稳定性分析得到空间推进不稳定的条件是^[123]

$$\Delta x < (\Delta x)_{\min} \propto O(\delta_s) \quad (5.8)$$

其中 δ_s 为边界层内亚声速区的特征厚度, 空间推进不稳定性条件 (5.8) 与差分格式在 $\Delta x > (\Delta x)_{\max}$ 时不稳定的通常条件显然不同。不稳定条件 (5.8) 的物理解释是^[54]: $(\Delta x)_{\min}$ 表示“椭圆特性”的干扰范围, 因此若推进步长 $\Delta x > (\Delta x)_{\min}$ 即跨过“椭圆”干扰范围时, 推进计算稳定; 而当 $\Delta x < (\Delta x)_{\min}$ 即陷入“椭圆”干扰范围时推进计算不稳定。因此 $(\Delta x)_{\min}$ 应与边界层内亚声速区的厚度大小一致, 即式 (5.8)。SSM 算法的另一种处理是在边界层亚声速区取 $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$ 的次层近似^[62~64]; 当 $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$ 时由 DPNS 方程的次特征关系 (5.4c) 推知, 此时 DPNS 方程在亚声速区为抛物 - 双曲型, 因此空间推进适用。所有上述 DPNS 方程空间推进算法的数值实践^[53~57, 62~64] 表明: DPNS 方程的特征次特征分析^[50, 51] 为判断 DPNS 方程空间推进计算是否适用提供了一个较完整的理论基础。

对黏性效应较小即“椭圆特性”上传影响较小、且无黏区为超声速流的情况, DPNS 方程的 SSM 计算可获得很准确的数值结果。而对边界层发生脱体分离、尾迹等复杂情况, “椭圆特性”上传影响很重要时, SSM 算法并不适用。因此发展了整体压力弛豫 (GPR) 方法、多重空间扫描 (MSS) 方法及它们的修正方法^[62, 65, 66]。GPR 方法对“椭圆型”区域中的每一计算点规定初始压力 (例如令 $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$), 于是可对 DPNS 方程作空间推进求解, 解出的新压力场为下次空间推进计算提供了新的初始压力场, 重复这一过程直到解收敛为止。在 GPR 方法中为了更好地反映流动的“椭圆”特性, 对流向压力梯度的“椭圆”和“双曲”分量均取迎风格式来近似, 例如^[54]

$$\frac{\partial p}{\partial x} \cong \omega \frac{p_{i+1}^{n+1} - p_i^{n+1}}{\Delta x} + (1 - \omega) \frac{p_{i+2}^n - p_{i+1}^{n+1}}{\Delta x} \quad (5.9)$$

求解 DPNS 方程的 GPR 方法虽比 SSM 方法使用更多的机时, 但与 NS 方程的时间相关计算相比仍有明显的优点, GPR 方法最大的好处是在空间推进计算中只需存储压力。

多重空间扫描 (MSS) 法大体上分为 MSS 修正压力法和 MSS 联立求解方法。MSS 修正压力法^[54, 55] 分别求解 DPNS 方程中的各方程, 并通过修正压力获得满足 DPNS 方程组的收敛解。对三维流动, 若在主流方向上无逆向流动 (倒流) 时, MSS 修正压力法只需存储压力; 对二

维流动则允许主流方向有倒流，但在倒流区 MSS 需同时存储压力和流速分量。MSS 联立求解（联立求解方程组）方法^[54,65~69]无需存储压力场但要求知道流向压力梯度，处理（或存储）流向压力梯度 $\frac{\partial p}{\partial x}$ 是 MSS 联立求解方法的最主要的特征，为了使该法适用于宽广的马赫数范围， $\frac{\partial p}{\partial x}$ 被分裂为正和负通量，即

$$\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{i+1} \cong \omega_{i+\frac{1}{2}} \frac{p_{i+1} - p_i}{\Delta x} + (1 - \omega_{i+\frac{1}{2}}) \frac{p_{i+2} - p_{i+1}}{\Delta x} \quad (5.10a)$$

$$0 \leq \omega \leq \min(1, \omega_m), \quad \omega_m = \gamma M_x^2 [1 + (\gamma - 1) M_x^2]^{-1} \quad (5.10b)$$

对倒流区取 $\omega = 0$ ，对亚声速流取 $\omega = 1$ 同样是一个很好的近似。MSS 联立求解方法的改进研究很多，例如对突扩槽道不可压流动的 MSS 计算，沿正方向扫描几次后再沿负方向修正压力场可大大加快 MSS 的收敛速度^[96]；在空腔推进计算的每一推进步对时间进行迭代可大大降低线性化和因式分解带来的数值误差^[54]等。

近 30 多年来，DPNS 方程组已被广泛用于求解工程技术领域中的流体动力学问题，研制了许多 DPNS 即 PNS 软件包 (PNS-Code)^[69~80]。这些软件可用于数值模拟多种物型的二维和三维超声速和高超声速外部绕流及其尾迹流，可用于数值模拟二维和三维亚、跨和超声速内部流动，包括气动力、气动热和气动热物理特性计算、固壁催化和烧蚀、化学平衡和化学反应（燃烧）、振动非平衡和辐射非平衡等真实气体效应计算、以及超声速和高超声速飞行器外部绕流与超声速冲压式喷气发动机 (scramjet) 内流一体化计算等。例如采用迎风 -TVD 型有限体积方法的 UPS 软件包^[69,73]，又如内流和燃烧计算的 Simple 软件包^[80]等。这些 PNS 软件包中，气体组分守恒方程和能量方程同样被扩散抛物化了，即在组分守恒和能量方程中忽略了组分、流速分量和温度（或能量）对流向坐标求偏导的诸扩散项。

DPNS 方程组对复杂流场适用性的数值评估研究（见文 [53, 54, 73, 79]）表明：对亚、跨和超声速流共存的复杂流场，DPNS 与完全 NS 的数值结果仅在边界层分离后、或旋涡破碎后的大范围回流区有差别。为了解决上述问题，一种改进方法是分区求解 DPNS 和 NS 方程组^[73,77]，即对无黏区为超声速流且无流向分离的所有流动区域求解 DPNS 方程组，而对流场的其它流动区域求解 NS 方程组，这种方法与求解完全 NS 方程组的时间相关法相比可大大节省机时和内存，因此是超声速、高超声速飞行器以及超声速冲压式喷气发动机气动和气动热物理设计和分析的很有价值的工具^[73,75,77]。另一种改进是采用近来提出的广义扩散抛物化 NS 方程组（简称广义 NS 方程组）^[81~83]。对黏性力和惯性力同等大小的高 Re 数剪切流动，文 [81, 82] 给出从经典边界层到分离三层下层、湍流含能涡和各向同性耗散涡演化的尺度规律；并以该尺度律重新标度 NS 方程组，表明对贴体坐标系中的 NS 方程组的简化，可在 NS 的每个动量方程中忽略惯性和二阶剪切黏性项外的所有黏性项，也就是说在每一坐标方向均可取扩散抛物化近似，得到广义 NS 方程组。对二维可压缩流，直角坐标系中广义 NS 方程组的左端项与 NS 方程组 (5.1) 的左端项一致，广义 NS 方程组的右端项则为^[81,82]

$$\frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mu v_x \\ \mu v v_x + k T_x \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial y} \begin{bmatrix} 0 \\ \mu u_y \\ 0 \\ \mu u \frac{\partial u}{\partial y} + k \frac{\partial T}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (5.2g)$$

按照主特征和次特征理论^[50,51]，广义 NS 与 NS 方程组的次特征完全一致，广义 NS 的主特征为^[82]

$$\sigma_1^3 = 0, \quad \sigma_2^2 = 0, \quad \lambda_6 = \frac{v}{u}, \quad \lambda_{7,8} = \pm i \quad (5.3g)$$

其中 $\lambda = -\sigma_1/\sigma_2$ 为特征值, 广义 NS 方程组的主特征有虚特征, 因此广义 NS 方程组为椭圆型. 广义 NS 与完全 NS 方程组相比, 黏性项的数目少了许多, 例如对三维可压缩流, 在正交曲线坐标系的情况下, NS 动量方程组包含的黏性项多达 102 项, 而广义 NS 方程组包含的黏性项仅 6 项, 因此广义 NS 方程组计算可大大节省机时和内存, 而且即使计算广义 NS 方程组丢掉的那些黏性项, 它们大都也在截断误差之中. 文 [84, 85] 的计算表明: 广义 NS 方程组既适用于存在近似主流方向的流动, 也适用于无主流方向的脱体分离、大范围旋涡流动. 文 [86] 提出把扩散抛物化理论应用于每个离散单元的思想, 单元步长雷诺数大于临界值 (约为 3) 时, 该单元计算在步长方向即可忽略扩散. 该法的优点是在每个离散单元上算法与该单元内的流动状态相匹配, 若干流动算例证实了该法的必要和好处 [85~86], 该法的缺点是要求对每个单元的步长雷诺数大小做判断, 但与分区算法相比避免了分区解在分区边界上匹配的麻烦, 因此很有应用前景.

最后指出, 扩散抛物化理论同样可用于简化流体运动稳定性方程组, 得到扩散抛物化稳定性方程组 (DPSE) (注, 文献上亦称抛物化稳定性方程组 PSE) [89~93], 包括线化和非线性扩散抛物化稳定性方程组. PSE 方程 [89] 1987 年问世以来已得到越来越多的应用. 数学特征、次特征分析 [82, 91, 92] 表明: PSE 的特征无虚特征, 但 PSE 的次特征在未扰流马赫数和扰动马赫数满足如下关系时

$$M_U < 1 \quad (\text{对线化 PSE}) \quad (5.11a)$$

$$(M_v^2 + 1)M_{u+U}^2 < 1 \quad (\text{对非线性 PSE}) \quad (5.11b)$$

次特征含有复根, 因此 PSE 并未真正抛物化, 扩散抛物化稳定性方程组 (DPSE) 的称呼才能真正反映它的物理数学特征, 式 (5.11a) 和 (5.11b) 中, $M_U = U/a$, $M_v = v/a$, $M_{u+U} = (u+U)/a$, a 为声速, U 是未扰流的流向速度分量, u 和 v 是流向和法向扰动速度分量. DPSE 的主要好处是 [89, 90, 93]: 对流体运动稳定性问题的描述合理, DPSE 空间推进计算与流动稳定性方程时间相关计算相比可大大节省 CPU 时间和内存, 且 DPSE 计算中勿需规定扰动量的出流边界条件, 这是一个实质性的简化. 应当指出: 扩散抛物化同时适用于流体运动方程和稳定性方程的简化, 且简化得到的 DPNS 和 DPSE 数学特征相同, 反映了对流扩散相互作用结构不变性 [93], 即对流扩散相互作用结构不随扰动而改变的流动规律.

6 湍流问题的一点注释

边界层近似、多层边界层、干扰边界层以及扩散抛物化近似同样适用于湍流, 这在前 4 节中已有交待. 这里有必要再作一点补充, 湍流形式的边界层方程组和扩散抛物化方程组是简化 Reynolds 平均 NS (RANS) 方程组、或简化大涡模拟 (LES) 方程组、或简化流体运动大小尺度 (LSS) 方程组得到的结果 [94~101]. 多层边界层和干扰边界层理论均未提供新的流体运动方程组, 这两个理论的基本方程就是边界层方程组.

NS 方程组包含了宽广的时间 - 空间尺度范围. RANS 和 LES 方程组分别是对 NS 方程组作时间平均运算和空间滤波运算得到的结果, 因此它们也是对 NS 方程组的一种简化. 在 RANS 方程组中、平均掉的“高频”运动对平均运动的影响通过 Reynolds 应力模式来模拟; 在 LES 方程组中、过滤掉的“高波数”运动对“大涡”运动的影响通过亚格子尺度应力模式来模拟. 各种形式的 Reynolds 应力模式和亚格子尺度应力模式已有很多 [98~101], 最大的问题是它们都基于缺乏物理基础的一些半经验假设, 因此它们都没有通用性, 特别是对可压缩流 [99~101]. 流体运动

大小尺度 (LSS) 方程组理论^[102~107] 则根据湍流大小涡近程相互作用的物理规律来简化湍流计算. 小涡对大涡的作用力 F_c 主要来自涡尺度 Δx 靠近大小涡分割尺度 Δx_s 的那些小涡 (称这些小涡为近程小涡) 的贡献^[98,104,105], 这些近程小涡的尺度 Δx 满足 $\Delta x_s \geq \Delta x \geq \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) \Delta x_s$. 对不可压缩湍流, 小涡对大涡作用力 F_c 的表达式为

$$F_c = \frac{1}{V_c} \iiint [(\mathbf{u} - \mathbf{U}_c) \cdot \nabla](\mathbf{u} - \mathbf{U}_c) dv \cong \frac{1}{V_c} \iiint [(\mathbf{U}_f - \mathbf{U}_c) \cdot \nabla](\mathbf{U}_f - \mathbf{U}_c) dv \quad (6.1a)$$

$$\mathbf{U}_c = \frac{1}{V_c} \iiint \mathbf{u} dv, \quad \mathbf{U}_f = \frac{1}{V_f} \iiint \mathbf{u} dv \quad (6.1b)$$

其中 \mathbf{u} 为 NS 方程组流速矢量解, “大” 的体积元 $V_c \propto \Delta x_s^3$, “小” 的体积元 $V_f \propto \left(\frac{1}{27} - \frac{1}{125}\right) \Delta x_s^3$. $(\mathbf{u} - \mathbf{U}_c)$ 为小涡相对于大涡的涨落速度, $(\mathbf{U}_f - \mathbf{U}_c)$ 为近程小涡相对于大涡的涨落速度. 因此, 式 (6.1a) 右端的体积分代表近程小涡对大涡的作用力. 利用关系 (6.1) 以及小涡作用力大小 $|F_c|$ 与分割尺度平方 Δx_s^2 成正比的关系, 即可从 NS 方程组出发导出大涡量 (\mathbf{U}_c, P_c) 和靠近分割尺度的近程小涡相对于大涡的涨落量 $(\mathbf{U}_f - \mathbf{U}_c, P_f - P_c)$ 满足的近似封闭 LSS 方程组^[102~105]. 利用近似封闭 LSS 方程组求解不可压缩槽道湍流、圆柱尾迹流和平面混合层流动得到了与 DNS 相一致的数值结果^[85,106,107], 同时给出大涡量、近程小涡涨落量、近程小涡量以及近程小涡应力特性的数值结果. 应该强调, LSS 方程组基于大小涡近程相互作用的假设; 而 RANS 和 LES 方程组中湍流模式的涡黏性概念^[94~99] 则基于大小涡远程相互作用的假设, 这是 LSS 方程组理论与 RANS 和 LES 方程组理论在简化 NS 方程组和简化湍流计算方面的本质区别. 基于概率密度函数 (PDF) 的多流体湍流模式^[100] 同样隐含了大小涡为近程相互作用的假设.

7 物理分析与数值模拟相结合的问题

随着计算机技术的飞速发展, 流动算法的长足进步和大型工程流体计算的广泛开展, 以及流动计算商品软件的不涌现和更新换代, 推动了一批新的课题研究^[108~128]. 例如研究更适合于高 Re 数复杂流动结构的方程模型 (特别是湍流模型)、高效算法 (特别是非定常流的高效算法)、高质量网格和边界条件处理; 误差和数值方法固有的限制; 计算机模拟出的“数值海洋”的可靠性与检验、后处理和三维图像、CFD 算出的“数值海洋”与实验测示“数值海洋”的互检和互补以及从“数值海洋”中提取更多有用信息等课题. 文 [108] 用“与物理分析相结合计算流体力学”来概括这方面的研究成果. 高 Re 数流场中无不存在黏性小尺度流动结构 (例如边界层法向、三层下层的法向及流向均为小尺度结构), 在超声速、高超声速区还可能还存在间断面, 高效算法既应在流动缓变区保持高精度又能保证光滑捕捉激波和分辨黏性小尺度结构, 常见的高效算法如通量差分分裂 (FDS) 法^[114]、矢通量分裂 (FVS) 法^[115]、TVD 格式^[116]、NND 格式^[117]、有限体积法^[118,119] 等, 并要求格式满足耗散控制、频散控制和保频谱等原则^[108].

高质量网格的划分必须与高 Re 数流动结构相匹配, 网格间距 Δx 和 Δy (对二维情况) 应小于临界网格间距 Δx_{cgs} 和 Δy_{cgs} ^[120,121]

$$(\Delta x, \Delta y) \ll (\Delta x_{cgs}, \Delta y_{cgs}) \cong (Re^{-\frac{1}{m}}, Re^{-\frac{1}{m}}) \quad (7.1)$$

其中 m 为格式精度阶, $Re = \frac{UL}{\nu}$; 临界网格间距的定义指: 当 $\Delta x = \Delta x_{cgs}$ 或 $\Delta y = \Delta y_{cgs}$ 时物理黏性项与格式修正微分方程的截断误差项同量阶. 式 (7.1) 说明提高格式精度可大大增大临界网格间距, 即可大大减少计算所需的网格数目, 因此提高精度很有好处. 对黏性力和惯性力

为同数量阶的小尺度剪切层计算, 最大和最小黏性项 $\frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ 和 $\frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ 计算的临界网格间距并不相同, 它们分别为 [81,122]

$$(\Delta x_{cgs}, \Delta y_{cgs})_{\max} \cong (Re^{-\frac{3}{2}q}, Re^{-\frac{1}{2}(1-q)}), \quad \left(0 \leq q \leq \frac{1}{2}\right) \quad (7.2a)$$

$$(\Delta x_{cgs}, \Delta y_{cgs})_{\min} \cong (Re^{-\frac{3}{2}q}, Re^{-\frac{1}{2}(1-q)}) \times Re^{-\frac{1}{m}(1-2q)}, \quad \left(0 \leq q \leq \frac{1}{2}\right) \quad (7.2b)$$

这里 x - 和 y - 坐标方向分别为剪切层的流向和法向方向, 当 $q = 0$ 和 $\frac{1}{4}$ 时剪切层为经典边界层和三层下层. 式 (7.2) 表明: 剪切层计算中最大黏性项临界网格间距与精度阶 m 无关, 最小黏性项临界网格间距随 m 增大而增大, 然而对高 Re 数 (例如 $Re \geq 10^6$) 情况实际的法向网格间距 Δy 很难小于 $(\Delta y_{cgs})_{\min}$, 最小黏性项因此往往为截断误差. 式 (7.2) 说明 NS 计算中对剪切层区域最好用剪切层物理尺度重新标度并进行网格局部加密, 例如采用局部嵌入网格技术 [54,123] 等.

边界条件的提出和处理应与流动结构特征及算法相匹配, 边界点与内点精度应一致. 为此, 当用流动的特征分析处理边界条件时, 物面边界条件以及入流和出流边界条件可用控制方程来表达 [124], 或采用构造格式的耗散控制等原则 [108] 亦可用构造边界格式 [125] 等方法处理边界条件.

文 [126, 127] 系统地研究了绕流物体表面流态、垂直于体轴的横截面流态以及二维绕流流态的拓扑结构, 图 2 是一个例子, 利用流态拓扑分析和 NND 格式算出的飞船绕流的表面流态和

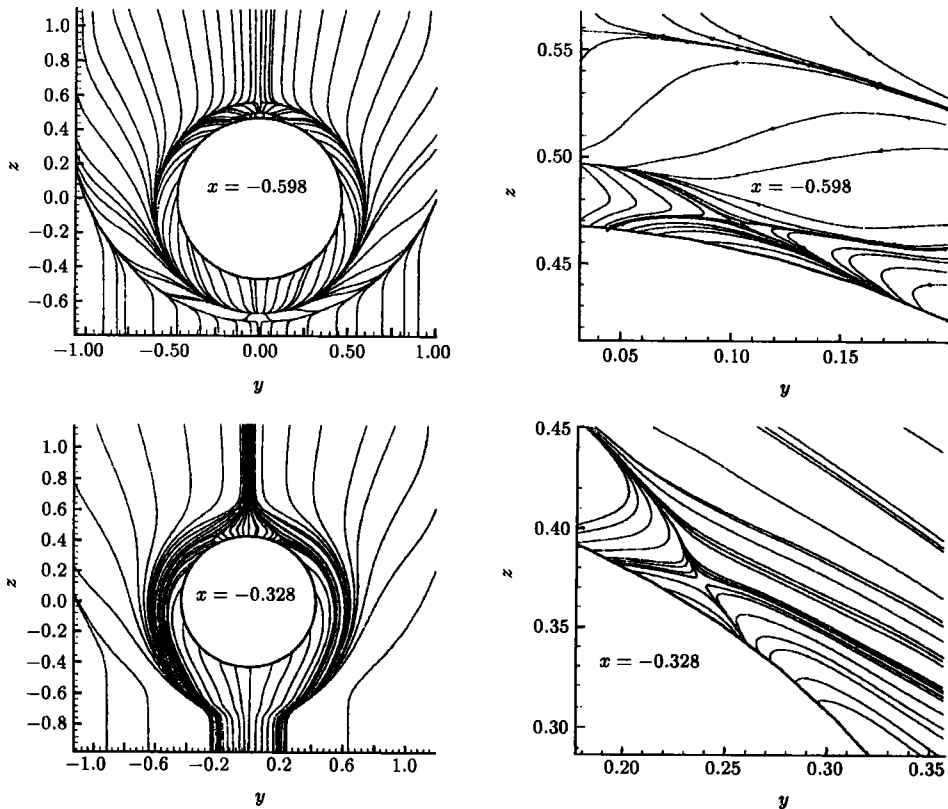


图 2 飞船绕流的表面流态和横截面流态图

横截面流态图。流态分析无疑有助于判断计算结果的正确与否,有助于从“数值海洋”中提取有用的信息。

流动的实验测试结果是判断数值模拟结果正确与否的主要标准^[109~114]。激光流场测试技术的发展突飞猛进^[128,129],例如体视三维 PIV (particle image velocimetry) 等激光测速技术已实现了 10 cm×10 cm 流场切面上 2000 个点以上、10 cm×10 cm×10 cm 流场内 10⁵ 个点的三维速度矢量测试,即已可获得不可压缩流动的测试或称实验数值流动。要把存在测试误差的实验数值流动与存在计算误差的 CFD 数值流动作仔细的对比和校准,对计算和实验本身,同样对理论都是严峻的考验。当然也是促进计算、实验和理论发展的动力,特别是对非定常流动和湍流问题。

8 结束语

考察高 Re 数流动理论、计算、实验和应用研究的发展历史,不论是 Reynolds 把湍流瞬态量分为平均量和涨落量以简化湍流计算的先驱工作,还是具有划时代意义的 Prandtl 边界层理论,实验观察是它们共同的基本依据。在今天,在任何复杂流动都可用 CFD 计算的时代,人们自然对 CFD 寄予更大的期望。然而,理论、计算和实验三者相互补充和推动,三者缺一不可的关系值得进一步加以强调,只有这样才能少走弯路,更好地解决工程技术领域中复杂的高 Re 数流动和湍流问题,同时求得理论、计算和实验流体力学本身的进一步发展。

参 考 文 献

- 1 杜珣. 流体力学基本方程组. 见: 中国大百科全书·力学. 北京: 中国大百科全书出版社, 1985. 341~343
- 2 普朗特等著. 流体力学概论. 郭永怀、陆士嘉译. 北京: 科学出版社, 1981
- 3 Landau L D, Lifshitz E M. Fluid Mechanics. 2nd ed. Pergamon Press, 1987
- 4 周光炯. 流体力学 (第二版). 北京: 高等教育出版社, 2000
- 5 Schlichting H. Boundary Layer Theory. 7th ed. McGraw-Hill, 1979
- 6 M White F. Viscous Fluid Flow. 2nd ed. McGraw-Hill Inc, 1991
- 7 Rogers D F. Laminar Flow Analysis. Cambridge University Press, 1992
- 8 Cebeci J, et al. Modeling and Computation of Boundary-Layer Flows. Springer, 1999
- 9 Oswatish K, Wieghardt K. Ludwig Prandtl and his Kaiser-Wilhelm Institute. *Ann Rev Fluid Mech*, 1987, 19: 1~25
- 10 陆士嘉. 边界层理论. 见: 中国大百科全书·力学. 北京: 中国大百科全书出版社, 1985. 22~26
- 11 King R ed. Fluid Mechanics of Mixing, Modelling, Operations and Experimental Techniques. Kluwer Academic Publishers, 1992
- 12 Azad R S. The Atmospheric Boundary Layer for Engineers. *ibid*, 1993
- 13 Gersten K ed. IUTAM Symposium on Asymptotic Methods for Turbulent Shear Flows at High Reynolds Numbers. *ibid*, 1996
- 14 Ochendon H, et al. Viscous Flow. Cambridge University Press, 1995
- 15 Lagerstrom P A. Solutions of the Navier-Stokes equations at large Reynolds number. In: Proc Int Symp on Modern Developments in Fluid Dynamics (SIAM). 1977. 364~376
- 16 Stewartson K. On Goldstein's theory of laminar separation. *Q J Mech Appl Math*, 1958, 11: 399~410
- 17 Stewartson K. Multistructure boundary layer on flat plates and related bodies. *Adv Appl Mech*, 1974 (14): 145~239
- 18 Sychev V V. On laminar flow separation. *Esv Akad Nauk SSSR MFG*, 1972, 3: 47~60 (in Russian)
- 19 Schmidt W, Jameson A. Euler solution as limit of infinite Reynolds number for separation flows and flows with vortices. *Lecture Notes in Physics*, 1982, 170: 468~473
- 20 Smith F T. Interaction flow theory and trailing edge separation-no stall. *J Fluid Mech*, 1983, 131: 219~249
- 21 Smith F T, Merkin J H. Triple-deck solutions for subsonic flow past humps, steps, concave or convex corners, and wedge trailing edges. *Comput Fluids*, 1982, 10: 1~25
- 22 Napolitano M, Messick R E. On strong slot-injection into a subsonic laminar boundary layer. *Comput Fluids*, 1980, 8: 199~212

- 23 Daniels P G. Laminar boundary layer reattachment in supersonic flow. (part 1& 2). *J Fluid Mech*, 1979, 90: 289~303; 1979, 97: 129~144
- 24 Burgraff O R, et al. Effect of Reynolds number on laminar separation of a supersonic stream. *AIAA J*, 1979, 17: 336~344
- 25 Smith F T. Laminar flow of an incompressible fluid past bluff body: the separation, reattachment, eddy properties and drag. *J Fluid Mech*, 1979, 92: 171~205
- 26 Smith F T. The separating flow through a severely constructed symmetric tube. *J Fluid Mech*, 1979, 90: 725~754
- 27 Dennis S C, Smith F T. Steady flow through a channel with a symmetrical constriction in the form of a step. *Proc Roy Soc*, 1980, A372: 393~414
- 28 Brown S N, Cheng H K. Correlated unsteady and steady laminar trailing edge flows. *J Fluid Mech*, 1981, 108: 171~188
- 29 Smith F T. On the non-parallel flow stability of the Blasius boundary layer. *Proc Roy Soc*, 1979, A366: 91~109
- 30 Melnik R E. A new asymptotic theory of turbulent boundary layers and the turbulent Goldstein problem. In: Smith F T, et al, eds. *Boundary Separation*. Springer-Verlag, 1987. 217~234
- 31 Sychev V V, et al. On turbulent boundary-layer separation. *ibid*, 91~107
- 32 Stewartson K. Some recent studies in triple-deck theory. In: Cebeci T ed. *Nume & Phys Aspects of Aerodynamic Flows*. Springer-Verlag, 1982. 129~143
- 33 Meyer R E. A review of the triple-deck theory. *SIAM J Appl Mat*, 1983, 43: 86~102
- 34 Davis R T, Werle M J. Progress on interacting boundary-layer computations at high Reynolds number. In: Cebeci T ed. *Nume & Phys Aspects of Aerodynamic Flows*. Springer-Verlag, 1982. 187~210
- 35 McDonald H, Briley W R. A survey of recent work on interacted boundary-layer theory for flow with separation. *ibid*, 141~162
- 36 Kwon Q K, Pletcher R H. Prediction of subsonic separation bubbles on airfoil by viscous-inviscid interaction. *J Fluids Eng*, 1979 (101): 466~478
- 37 Cebeci T, Stewartson K. On the calculations of separation bubbles. *J Fluid Mech*, 1983 (133): 287~296
- 38 Reyhner T A, Flugge-Lotz I. The interaction of a shock wave with a laminar boundary layer. *Int J Nonlinear Mech*, 1968, 3(2): 173~199
- 39 Cebeci T, Keller H, Williams P G. Separating boundary layer flow calculations. *J C P*, 1979 (31): 363~378
- 40 Baldwin B S, Lomax H. Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows. *AIAA Paper 78-257*, 1978
- 41 高智. 无黏外流和黏性边界层联立求解、无黏外尾流和黏性内尾流联立求解方案. 中国科学院力学研究所科技报告, 1967. 详细摘要: 简化 Navier-Stokes 方程组及无黏流与黏性边界层联立求解. *力学学报*, 1982, 14(6): 606~611
- 42 Golovachev Y P, et al. Calculation of hypersonic viscous flow past blunt body using the complete and simplified Navier-Stokes equations. *Zh Vychisl Mat Mat Fiz*, 1973, 13(4): 21~35 (in Russian)
- 43 Rudman S, Rubin S G. Hypersonic viscous flow over slender bodies with sharp leading edges. *AIAA J*, 1968, 6: 1883~1889
- 44 Gosman A D, Spalding D B. The prediction of confined three-dimensional boundary layers. In: *Salford Symposium on Internal Flows (paper 19)*. London: Inst Mech Engrs, 1971
- 45 Patankar S V, Spalding D B. A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. *Int J Heat Mass Transfer*, 1972, 15, 1787~1806
- 46 Pratap V S, Spalding D B. Fluid flow and heat transfer in three-dimensional duct flows. *Int J Heat Mass Transfer*, 1976, 19, 1183~1188
- 47 Tolstykh A I. Aerodynamic Characteristics of hypersonic flow past a sphere in rarefied gas region. *Esv Akad Nauk SSSR MFG*, 1969 (6): 69~79
- 48 Davis R T, Flugge-Lotz I. Second-order boundary-layer effects in hypersonic flow past axisymmetric blunt bodies. *J Fluid Mech*, 1964 (20): 593~623
- 49 Davis R T. Numerical solution of the hypersonic viscous shock-layer equations. *AIAA J*, 1970 (8): 843~851
- 50 高智. 流体力学基本方程组的层次结构和简化 Navier-Stokes 方程组. *力学学报*, 1988, 20(2): 107~116
- 51 高智. 简化 Navier-Stokes 方程组的层次结构、它的力学内涵及其应用. *中国科学 (A 辑)*, 1988 (6): 625~640
- 52 Zhang F G, Gao Z. Researches on physical and numerical aspects of the simplified Navier-Stokes equations in China. *Comput Fluid Dyn Jour*, 1994, 2(4): 393~405
- 53 Blottner F G. Significance of the thin-layer Navier-Stokes approximation. In: Cebeci T ed. *Numerical physical Aspects of Aerodynamic Flows 3*. Springer-Verlag, 1986. 184~196
- 54 Anderson D A, Tannehill J C, Pletcher R H. *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*. Hemisphere McGraw Hill, 1998

- 55 Golovachev Y P. Numerical Simulation of Viscous Shock Layer Flows. Kluwer Academic Publishers, 1995
- 56 Patankar S V. Numerical Heat Transfer and Fluid Mechanics. McGraw Hill, 1980
- 57 王承尧等. 计算流体力学与并行计算. 长沙: 国防科技大学出版社, 2000
- 58 陈国谦, 陈耀松, 高智. 简化 Navier-Stokes 方程组的一般理论. 中国科学 (A 辑), 1990 (12): 1272~1282
- 59 高智. 简化 Navier-Stokes 方程组的几个准确解. 力学学报, 1985, 17(3): 201~210
- 60 高智. 论简化 Navier-Stokes 方程组. 中国科学 (A 辑), 1987 (10): 1058~1070
- 61 田纪伟, 高智. 简化 Navier-Stokes 方程组在二维层流边界层分离点邻域的数学特性. 中国科学 (A 辑), 1992 (3): 282~292
- 62 Rubin S G, Tamnehill J C. Parabolized/reduced Navier-Stokes computational techniques. *Annu Rev Fluid Mech*, 1992, 24: 117~144
- 63 Wang R Q et al. Numerical method for the simplified Navier-Stokes equations. *Lecture Notes in Physics*, 1981, 141: 423~428
- 64 张涵信等. 超声速高超声速黏性气体分离流动的数值解法. 力学学报, 1981, 13(4)
- 65 Power G D. A Novel Approach for Analyzing Supersonic High Reynolds Number Flows with Separation. AIAA Paper 90-0764, 1990
- 66 Liu X L, Pletcher R H. A coupled marching procedure for the partially parabolized Navier-Stokes equations. *Numer Heat Transfer*, 1988 (10): 539~556
- 67 Xue J K, Wang R Q. An efficient algorithm for hypersonic viscous flows. *Acta Mechanica Sinica (English Series)*, 1991 7: 227~234
- 68 Wang R Q, Gao Z. Some aspects of the simplified Navier-Stokes equations and their numerical simulation. In: Proc of Third International Symposium on Computational Fluid Dynamics. Nagya, Japan, 1989. 157~162
- 69 Miller J H, et al. Development of Upwind PNS Code for Thermo-Chemical Nonequilibrium Flows. AIAA Paper 95-2009, 1995
- 70 Miller J H, et al. Computation of Supersonic Flows with Embedded Separated Regions Using an Efficient PNS Algorithm. AIAA Paper 97-1945, 1997
- 71 Sinha N, et al. Three-Dimensional PNS Analysis of Scramjet Combustor/Nozzle and Exhaust Plume Flowfields. AIAA Paper 90-0094, 1990
- 72 Gielda T P, Agarwal R K. Efficient Finite-volume Parabolized Navier-Stokes Solutions for 3-D, Chemically Reacting Scramjet Flowfields. AIAA Paper 89-0103, 1989
- 73 Wadawadigi G, et al. A 3-D Upwind PNS Code for Chemically Reacting Scramjet Flowfields. AIAA Paper 92-2829, 1992
- 74 White J A, et al. Flux-Difference Split Parabolized Navier-Stokes Algorithm for Nonequilibrium Chemically Reacting Flows. AIAA Paper 93-0534, 1993
- 75 Sturmayer A M, et al. Comparison of ENO and TVD Schemes for Parabolized Navier-Stokes Equations. AIAA Paper 93-2970, 1993
- 76 Gerbsh R A, Agarwal R K. Solution of the Parabolized Navier-Stokes Equations for 3-D Real Gas Flows Using Osher's Upwind Scheme. AIAA Paper 91-0248, 1991
- 77 Ebrahimi H B, Gilbertson M. Two- and Three-Dimensional Parabolized Navier-Stokes Code for Scramjet Combustor, Nozzle and Film Cooling Analysis. AIAA Paper 92-0391, 1992
- 78 Poplavskaya T V. Numerical investigation of viscous shock layer on a plate in hypersonic flow. *Experiments & Measurement in Fluid Mechanics*, 1998, 12(3): 29~38
- 79 Webster W P, Shang J S. Thin-layer full N-S simulations over a supersonic delta wing. *AIAA J*, 1991, 29(9): 1363~1369
- 80 Patankar S V. Semi-implicit method for pressure-linked equations. In: Numerical Heat Transfer and Fluid Mechanics. McGraw Hill, 1980
- 81 Gao Z. Effects of physical and grid scales in difference computing of the Navier-Stokes equations: analysis, suggestion and application, In: Proc of Third Asia Workshop on Computational Fluid Dynamics, Sept 2000 Mianyang, China, 169~175
- 82 高智. 强黏性流动理论和流体运动诸方程组的简化计算. 见: 北京计算流体力学讨论会文集 (第十二辑). 2000
- 83 高智. 强黏性流动理论及其在黏性流计算中的应用. 空气动力学学报 (待发表)
- 84 高智, 申义庆. Navier-Stokes (NS) 方程组差分计算中的物理和网格尺度效应及 NS 方程组的简化. 空气动力学学报, 2001, 19(1): 1~7
- 85 申义庆. 广义扩散抛物化 NS 方程和大小尺度方程的数值研究. 中国科学院博士学位论文, 2001. 6
- 86 高智. 流场计算中数值近似与力学近似相结合的几个问题, 中国学术期刊文摘 (科技快报), 1997, 3(5): 615~617
- 87 Gao Z, Guo W H, Zhuang F G. On physical aspects of discretization subdomain and schemes for convective-diffusion equation and their application. *Lecture Notes in Physics*, 1997, 490: 492~497

- 88 高智, 申义庆. 黏性流动有限差分计算的新策略. *中国科学 (A 辑)*, 1999, 29(5): 433~443
- 89 Herbert T H, Bertolotti F P. Stability analysis of non-parallel boundary layers. *Bull American Phys Soc*, 1987, (32): 2079~2093
- 90 Chang C L, et al. Compressible Stability of Growing Boundary-Layers Using Parabolized Stability Equations (PSE). AIAA Paper 91-1636, 1991
- 91 Haj-Hariri H. Characteristics analysis of the parabolized stability equations. *Stud Appl Math*, 1994, 92(1): 41~53
- 92 李明军, 高智. 二维扩散抛物化稳定性方程组的特征次特征分析. *应用力学学报 (待发表)*
- 93 高智. 对流扩散相互作用结构的不变性. *力学学报*, 1992, 24(6): 611~620
- 94 是勋刚主编. 湍流. 天津: 天津大学出版社, 1994
- 95 欣茨 J D. 湍流. 黄永念等译. 北京: 科学出版社, 1985
- 96 Knight D, et al eds. Recent Advances in DNS and LES. Kluwer Academic Publishers, 1999
- 97 Lumley J L ed. Whither turbulence? Turbulence at the crossroads. *Lecture Notes in Physics*, 1990, 357
- 98 Frish V, Orszag S A. Turbulence: Challenges for theory and experiment *Physics Today*. 1990 (1): 23~32
- 99 马晖扬. 高超声速复杂流动中湍流模式应用的评估. 第三届海峡两岸计算流体力学讨论会论文集, 台湾台南, 中国, 2001
- 100 Spalding D B. Turbulence models for CFD in the 21st century. In: ACFD 2000 Beijing, International Conference of Applied Computational Fluid Dynamics Oct. 2000, Beijing, China, 2000. 46~51
- 101 Shik T H. Fundamentals in turbulence modeling. In: 99 Turbulence. Springer, 1999. 34~40
- 102 高智. 流体力学的新守恒方程组. 中国科学院力学研究所科技报告 IMCAS, STR-92026, 1992
- 103 Gao Z, Zhuang F G. Time-space scale effects in computing numerically flowfields and a new approach to flow numerical simulation. *Lecture Notes in Physics*, 1994, 453
- 104 高智. 湍流计算新方法. 见: 第三届海峡两岸计算流体力学讨论会论文集. 台湾台南, 中国, 2001. 537~546
- 105 高智. 湍流大小涡相互作用的近程规律与应用. 中国科学院力学研究所科技报告 IMCAS, STR-2001001, 2001
- 106 Wang W G, Gao Z, Zhuang F G. A numerical comparison of the large and small scale equations with the Navier-Stokes equations: the three dimensional evolution of a plane mixing layer. In: Proc of 7th International Symposium on Computational Fluid Dynamics, International Academic Publishers, Beijing, China, 1997. 484~490
- 107 彭世镛. 谱方法求解高压方程以及 NS 方程和简化 NS 方程在分离点邻域的数学性质. 中国科学院力学研究所博士论文, 1994
- 108 张涵信. 庄逢甘. 与物理分析相结合的计算流体力学. 待发表
- 109 Rizzi A, Vos J. Toward establishing creditability in computational fluid dynamics. *AIAA J*, 1998, 36(5): 668~675
- 110 Oberkamt W L, Blotner F G. Issues in computational fluid dynamics code verification and validation. *ibid*, 687~695
- 111 Roache P J. Verification of code and calculations. *AIAA J*, 1998, 36(5): 696~702
- 112 Kravchinkl A J, Moin P M. On the effect of numerical errors in LES of turbulent flows. *J Comput Phys*, 1997 (131): 310~322
- 113 Jameson A, Martinelli L. Mesh refinement and modeling errors in flow simulations. *AIAA J*, 1998, 36(5): 676~686
- 114 Roe P L. Approximate Riemann solvers, parameter vectors and difference schemes. *J Comput Phys*, 1981 (43): 357~372
- 115 Van B Leer. Flux vector splitting for the Euler equations. *Lecture Notes in Physics*, 1982 (107): 507~512
- 116 Harten A. High resolution schemes for hyperbolic conservation laws. *J Comput Phys*, 1983 (49): 357~393
- 117 张涵信. 无波动、无自由参数的耗散差分格式. *空气动力学学报*, 1988 (2): 143~165
- 118 Jameson A, Mavriplis D. Finite Volume Solution of 2-D Euler Equations on a Regular Triangular Mesh. AIAA Paper 85-0435, 1985
- 119 李荫藩等. 双曲型守恒律的高阶、高分辨有限体积法. *力学进展*, 2001, 31(2): 245~263
- 120 张涵信, 芮超, 宗文刚. 网格与高精度差分计算问题. *力学学报*, 1999, 31(4): 398~405
- 121 沈孟育. 高精度、高分辨率差分格式研究进展. In: Proc. of ISFMA Symposium on Computational Aerodynamics. Xi'an, China, 1999. 107~178
- 122 高智. 强黏性剪切湍流理论. 待发表
- 123 Ekaterinaris J A, Schiff L B. Numerical prediction of vortical flow over slender delta wings. *Jour of Aircraft*, 1993, 30(6): 935~942
- 124 Hayder M E, et al. Toward perfect absorbing boundary conditions for Euler equations. *AIAA J*, 1999, 37(8): 912~918
- 125 Shen M Y. The three-point fifth order accurate generalized compact scheme and its application. *Acta Mechanica Sinica (English Series)*, 2001, 17(2): 142~150

- 126 Zhang H X. Cross flow topology of three dimensional separation flows and vortex motion. *Acta Aerodynamic Sinica*, 1997, 15(1): 1~11
- 127 Zhang H X, Guo Y. Topology of flow pattern on cross section perpendicular to surface of revolutionary body. *Acta Aerodynamic Sinica*, 2000, 18(1): 1~10
- 128 康琦, 申功忻. 全场测速技术进展. *力学进展*, 1997, 27(1): 106~121
- 129 Dantec Newsletter. 2000, 7(4)

SOME ADVANCES IN HIGH REYNOLDS NUMBERS FLOW THEORY, ALGORITHM AND APPLICATION*

Gao Zhi

LHD, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China

Zhou Guangjiong

Department of Mechanics and Engineering Sciences, Peking University, Beijing 100871, China

Abstract In the course of development of viscous fluid dynamics, the simplified theories of the Navier-Stokes (NS) equations, corresponding algorithms and applications form the frontier and the core of viscous fluid dynamics in different historical period. With that point in mind we review here some advances in the classical boundary layer, multilayer boundary layer (triple deck), interacting boundary layer and diffusion parabolized NS equations theories and corresponding algorithms and applications. The relationship between those theories and experiments, a note to simplifying calculation of turbulent flow and some problems of combining numerical simulation with physical analysis are also reviewed.

Keywords viscous fluid dynamics, computational fluid dynamics, boundary layer theory, diffusion-parabolized theory of viscous flow, diffusion parabolized Navier-Stokes equations

* The project supported by LHD, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences