

# 缺陷识别反问题的研究状况 与若干进展

柳春图 陈卫江

中国科学院力学研究所, 北京 100080

**摘 要** 简要回顾了缺陷识别反问题的发展状况, 评述了几类典型识别方法: 基于势函数理论的电学法, 静态 BEM 优化迭代法, 射线法, T 矩阵法, Born 近似法, 边界积分方程及边界元法. 介绍了作者建立的裂纹及夹杂识别的迭代优化法. 指出了缺陷识别反问题需要研究的主要问题.

**关键词** 断裂力学, 缺陷识别, 缺陷识别反问题, 反演方法

## 1 引言

断裂力学及其相关学科是本世纪固体力学发展的重要分支, 它们的研究成果将古典强度理论向前推进了一大步. 按照现代工程技术的要求, 对于含裂纹或缺陷的结构, 必须由断裂力学等学科的理论作强度分析和校核. 由于工程应用的强烈需求, 四十年来断裂力学等学科一直是固体力学研究的重要研究方向, 并已取得丰硕成果, 然而应用这些成果有一个明显的前提条件, 即必须事先已知裂纹或缺陷在结构中的位置和几何参数, 因此缺陷识别问题几乎在同时就引起了关注, 并在近十多年成为力学和工程界的研究热点.

缺陷识别在技术上是无损探伤的主要任务, 在理论上则属于固体力学或断裂力学反问题的研究内容. 无损探伤也称无损检测, 它是指在不损害材料或构件的情况下, 采用物理、化学等方法 and 手段, 探测被检对象内部和表面的各种缺陷. 据统计已有的检测方法多达七十余种<sup>[1]</sup>, 在已有的无损探伤技术中, 几乎所有形式的能量都曾用于确定结构的内部性质, 其中射线检测、电磁检测和超声检测等技术已有广泛应用. 从原理上讲, 这些方法都是首先由探头测量出缺陷对外界激励的响应, 再使用适当的方法作识别分析. 探伤技术的发展经历了由定性分析到定量分析两个阶段, 早期的探伤主要是定性检测, 其作法是依靠经验和半经验方法, 结合使用最基本的物理公式分析测量信号, 这对于发现缺陷是有效的, 但由于对信号缺乏深层次的解释和破译, 因此无法对缺陷作进一步的几何定性分析. 随着现代工业技术的不断提高, 特别是航空航天、核和微电子等工业的进步, 定性检测的结果已不能满足实际需要, 这就对探伤技术提出了新的挑战, 检测技术的发展重点已转向定量检测, 即在发现缺陷的基础上, 进一步精确确

收稿日期: 1996-06-13, 修回日期: 1997-05-10

定其位置和形状参数。定量检测目前还面临重重困难，究其原因，除了在测量技术上的难点外，主要是对测量信息的利用率还不高，缺少破译信息的强大软件。对此工程和学术界一致认为，一方面需要改进探伤设备的硬件水平，提高信号测量的精度；另一方面则需要深入研究反问题理论，提高对信息的破译水平。

理论上反问题有多种描述方式，现在通常归结为微分方程反问题。我们知道微分方程的正问题是寻求其定解问题的解，即寻求满足特定辅助条件的微分方程的解。相对正问题，微分方程的反问题则是由微分方程解的某种泛函，来确定方程的系数、右端或解的定义域。工程中的大多数问题可以归结为微分控制方程

$$\text{力学} \quad Lu = \begin{cases} 0, & X / \\ f(X), & X \end{cases}$$

满足，则已获解答（一般不会这样巧合），否则通过 *BEM* 算法反复迭代修正近似的界面，直到上述条件得到满足，由此确定所求界面。Murai 的方法从算例看是有意义的，但应具备两个前提，其一是对界面的初始猜测必须十分精确；其二是必须有足够多的测点。

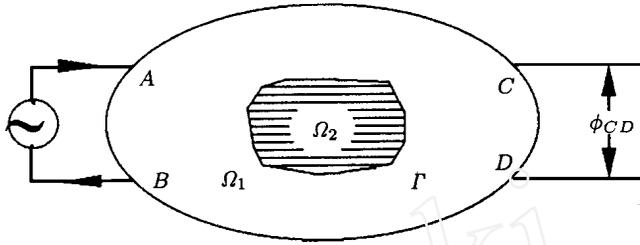


图 1 阻抗 CT 法识别人体器官界面

## 2.2 电势 CT 法

当电流通过带裂纹的导体时，电势分布的变化与裂纹的位置和形状有直接关系，电势法正是由此为前提的<sup>[12]</sup>。80 年代后期，Kubo 等人又进一步提出了电势 CT 法<sup>[8~10]</sup>，该方法结合使用电势法和边界元法，在裂纹识别问题上取得了一定进展。

按照 Kubo 的作法，问题的控制方程仍为 Laplace 方程。从物理学原理可明显看出，裂纹面的法向不能通过电流，因此裂纹的表面应满足齐次通量条件  $\partial\phi/\partial n|_{\text{crack}} = 0$ 。一般边界上只能给定 Dirichlet 或 Neumann 条件，假定通过测量在部分边界上同时已知两种条件，便得到了所谓的超定边界（Over-prescribed boundary），Kubo 证明以此作补充条件，当裂纹为直线型（二维）和平片型（三维）时，可由两至三种不同加电方式的测量结果唯一识别裂纹。在求解上，Kubo 将其转化为裂纹几何参数的优化问题，目标函数如下

$$R = \int_{S_3} W [\phi^{(C)} - \phi^{(M)}]^2 dS \quad (3)$$

其中， $W$  为选定的权因子， $\phi^{(C)}$  是由计算得到的， $\phi^{(M)}$  则是由测量得到的。当  $R$  足够小时，即得到识别的裂纹参数。

## 3 基于静态弹性力学的识别方法

上节介绍的电学法对介质的电学性质有较高要求，因此适用范围受到了一定的限制，而固体力学的方法在近十年中被学术界看好，并显示了较好的发展前景。静态弹性力学理论曾在结构的外形优化设计和残余应力识别等反问题中得到应用<sup>[13]</sup>；Benzerra 和 Saigal 首先结合使用 BEM 和优化方法研究了缺陷的识别问题<sup>[14]</sup>，本文作者则进一步研究了裂纹和夹杂的识别问题，使用边界积分方程方法和迭代优化技术，建立了一种以静态边界位移和应变测量为补充条件的缺陷和裂纹识别方法<sup>[15]</sup>，迭代中正问题的数值求解分别采用了常规 BEM 和由作者提出的新型裂纹边界积分方程算法<sup>[16]</sup>，结果表明在测量点充分、选位合理的前提下，该方法具有收敛快、识别精度好的特点。

### 3.1 正问题的求解方法

对于如图 2 (a) 所示的平面裂纹问题，作者在文 [16] 中导出了如下一组混合型边界积分方程，其中，在裂纹线上满足以位错密度为未知量的 Cauchy 型积分方程，在外边界仍采用

### 常规边界积分方程

$$\frac{1}{2} u_k(y) = \int_S [t_i(\cdot) U_{ik}(\cdot, y) - u_i(\cdot) T_{ik}(\cdot, y)] dS(\cdot) - \int_a^b T_{ik}^+(\cdot, y) d\cdot \quad u_{i,1}(\cdot) d\cdot \quad (4)$$

$$k = 1, 2, y \in S$$

$$\int_S [t_i(\cdot) T_{ki}^+(\cdot, y_1) + K_{ik}(\cdot, y_1) u_i(\cdot)] dS(\cdot) + \frac{A}{a} \frac{b}{1-y_1} u_{k,1} = q_k(y_1)$$

$$k = 1, 2, y_1 \in (a, b)$$

其中  $U_{ik}, T_{ik}$  是问题的基本解,  $q_k = k_2 / crack$  是裂纹面上的载荷,  $A = \mu/2(1 - \nu)$ ,  $K_{ik}$  为已知可积性积分核, 该方程组可结合使用边界元及奇异积分方程算法离散为一组线性方程求解, 详细过程这里不再罗列. 这种方法的优点是求解精度高, 避免了常规 BEM 算法需沿裂纹线切割的不便, 更适于裂纹识别反问题.

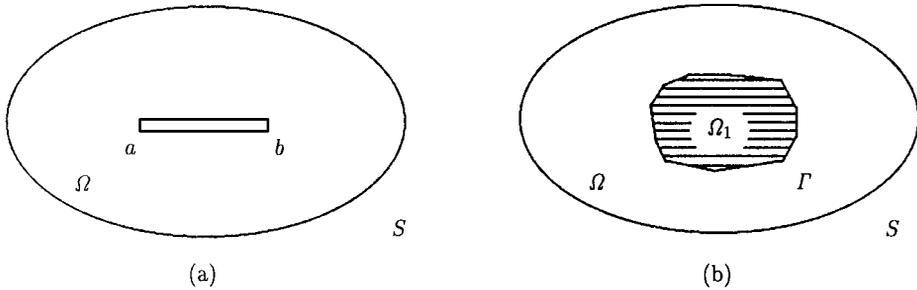


图 2

对于如图 2 (b) 所示的平面弹性夹杂问题, 假定两种介质界面上满足位移和应力连续的条件, 则可分别在子区域  $\Omega_1$  和  $\Omega_2$  建立方程, 再结合使用界面连续性条件, 导出如下一组常规边界积分方程

$$\frac{1}{2} u_k(y) = \int_{S_+} [t_i(\cdot) U_{ik}(\cdot, y) - u_i(\cdot) T_{ik}(\cdot, y)] dS(\cdot), \quad k = 1, 2, y \in S_+ \quad (5)$$

$$\frac{1}{2} u_k(y) = - \int_{S_+} [t_i(\cdot) U_{ik}^*(\cdot, y) - u_i(\cdot) T_{ik}^*(\cdot, y)] dS(\cdot), \quad k = 1, 2, y \in S_+$$

其中  $U_k^*, T_{ik}^*$  为区域  $\Omega_1$  对应的基本解, 积分是关于弧长的, 边界  $S_+$  的法向已统一取为内法向. 上述方程可由常规的边界单元算法, 离散成以边界  $S_+$  上的位移或力为未知量的线性方程组求解.

### 3.2 反问题的迭代优化方法

直接借用优化迭代方法, 可将反问题归结为关于缺陷和裂纹有关几何参数的标准非线性优化问题, 具体作法如下:

假定在部分已知力的外界面上通过测量得到了一些离散点的位移 (或应变), 则这些点成为超定边界点. 我们的研究表明以此作为补充信息, 对于识别具有有限几何参数的缺陷及裂纹效果良好. 迭代优化的无量纲目标函数可简单取为

$$R = \frac{\sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^2 [u_i(x_k) - u_i^*(x_k)]^2}{\sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^2 [u_i^*(x_k)]^2} \quad \text{或} \quad R = \frac{\sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^2 [t_i(x_k) - t_i^*(x_k)]^2}{\sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^2 [t_i^*(x_k)]^2} \quad (6)$$

式中,  $N$  为测量点的数目,  $u_i^*$  和  $\epsilon_i^*$  是经测量得到的真实位移和应变 (沿切线方向),  $u_i$  和  $\epsilon_i$  则是由计算得到的近似位移和应变 (沿切线方向).

如果  $\mathbf{d} = (d_1, d_2, \dots, d_m)$  表示待识别的缺陷或裂纹参数, 则反问题就归结为寻求最优参数  $\mathbf{d}$ , 使目标函数  $R$  取最小. 优化参数  $\mathbf{d}$ , 可按以下步骤作修正迭代

$$\mathbf{d}^{(n+1)} = \mathbf{d}^{(n)} + l \mathbf{d}^{(n)} \quad (7)$$

其中,  $l$  为优化步长,  $\mathbf{d}^{(n)}$  是第  $n$  步参数搜索方向, 可由最速下降法确定<sup>[15]</sup>

$$\mathbf{d} = - \frac{\text{grad}(R)}{\|\text{grad}(R)\|} \quad (8)$$

式中, 梯度是关于参数  $\mathbf{d}$  的. 另外我们使用以下判别式, 作为迭代的收敛标准

$$R^{(n)} < \epsilon_1, \quad |R^{(n)} - R^{(n-1)}| < \epsilon_2 \quad (9)$$

其中,  $\epsilon_1, \epsilon_2$  是给定的小正数, 第一式表示无量纲目标函数小于预定尺度, 第二式则表示收敛的一致性条件.

### 3.3 算例与讨论

假定一  $2.0 \text{ m} \times 1.0 \text{ m}$  的矩形结构中含有一未知的直线裂纹, 材料参数分别取为  $\mu = 8 \times 10^{10} \text{ Pa}$ ,  $\nu = 0.29$ ,  $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ . 此时, 待定裂纹可由 4 个独立参数确定, 即  $\mathbf{d} = (x_0, y_0, \theta, a_0)$ , 其中  $(x_0, y_0)$  是裂纹中心的坐标,  $\theta$  为裂纹倾角,  $a_0$  则是裂纹半长. 优化计算时, 外边界划分为 40 个单元, 裂纹线取 7 个积分插值点, 测量点取为矩形上方 10 个单元的中点. 表 1 和图 3 给出了识别过程及结果.

表 1 无量纲目标函数值

|           |                      |                      |                      |                      |                      |                      |
|-----------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| $n$       | 1                    | 2                    | 3                    | 4                    | 5                    | 6                    |
| $R^{(n)}$ | $9.3 \times 10^{-4}$ | $6.7 \times 10^{-4}$ | $5.8 \times 10^{-4}$ | $5.0 \times 10^{-4}$ | $3.9 \times 10^{-4}$ | $2.7 \times 10^{-4}$ |
| $n$       | 7                    | 8                    | 9                    | 10                   | 11                   |                      |
| $R^{(n)}$ | $1.6 \times 10^{-4}$ | $5.6 \times 10^{-5}$ | $1.7 \times 10^{-5}$ | $8.9 \times 10^{-6}$ | $6.4 \times 10^{-6}$ |                      |

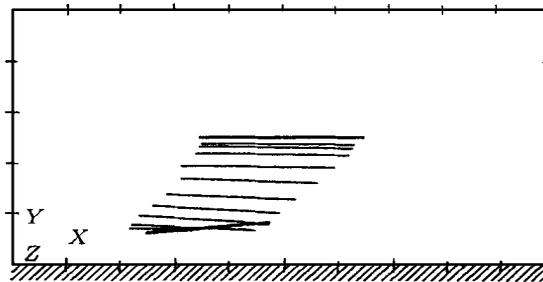


图 3 静态 BEM 优化迭代法识别裂纹

由该算例结果可以看出, 在测量点充分的前提下, 这种方法收敛速度快, 识别效果良好, 加之测量易于实现, 因此有一定实用意义. 作者经验, 为进一步提高识别效果可结合以下方法: (1) 合理配置测量点, 使其位于位移梯度变化最大处; (2) 尽可能增加测量点的数目; (3) 以若干不同载荷下的测量结果作为补充信息.

## 4 基于动力学的缺陷识别方法

动态缺陷识别的基础是动力学的各种理论,因此在难度上明显高于静态反问题,但是以超声和射线探伤为代表的检测技术的蓬勃发展和广泛应用表明,动态探伤技术是未来的主要发展方向,因此动态缺陷识别方法成为研究热点<sup>[18,19]</sup>.理论上动力学反问题的发展经历3个逐步深入的阶段:(1)射线理论;(2)声波理论;(3)弹性波理论.本节首先简要讨论弹性动力学反问题的几种理论方法,然后介绍作者的有关工作.

### 4.1 射线理论

高频情况下,障碍物对弹性波的散射,可由弹性动力学射线理论进行分析,这种分析与几何光学原理类似.对于稳态弹性波,射线理论提供了一种沿射线路径追踪扰动波幅值的方法,它将波动方程中的势函数取为级数形式,该级数具有未知的振幅和相位函数,在高频下得到相位函数满足程函方程(eikonal equation),而振幅函数满足输运方程(transport equation).在具体应用时,射线法必须以某些规范精确解为前提(例如半无限长裂纹对弹性波散射的Kirchhoff解).基于标量波的几何散射理论是Keller<sup>[20]</sup>于1958年提出的,Resende<sup>[21]</sup>则在1963年首次将射线理论推广用于光滑障碍物和裂纹的散射问题,弹性体的射线理论的发展中,Achenbach和Gautesen等<sup>[22~27]</sup>做了重要的工作,根据他们的分析,当入射波于裂纹尖端相互作用时,散射出两个沿锥形面前进的散射波,其中一个为纵波,另一个则是横波,在此基础上他们详细研究了半无限长裂纹对各种入射波的散射情况,并由此提出了按射线追踪原理确定裂纹长度的方法.射线法作为探伤方法的主要理论依据曾发挥重大作用,但是目前射线法对测量信息的利用率还很低,大量测量识别只是利用了波动走时差的原理,这对于缺陷定位十分有效,而对缺陷形状的识别则困难很大,如何进一步提高识别精度,成为关注的焦点,有关的工作也不少<sup>[28,29]</sup>,不过从效果看问题的困难极大、进展缓慢.

### 4.2 T矩阵法

声波散射的一般理论是以Huygen原理为依据的,散射体外部的散射场与其表面的Helmholtz积分有关.1970年Waterman首先提出了声波<sup>[30]</sup>和电磁波<sup>[31]</sup>散射的转换矩阵法,即T矩阵法.具体作法是,从Helmholtz积分公式出发,将入射波和反射波通过基函数展开,Waterman<sup>[32]</sup>证明了散射波的未知系数矩阵可通过转换矩阵与入射波的系数矩阵联系在一起.以后Pao<sup>[33]</sup>根据Betti第三互等定律,导出了含任意夹杂散射波的T矩阵.从反问题的角度看,通过测出的散射波可得到T矩阵,由此反过来便可确定散射体的几何参数.不过使用T矩阵法仍面临许多困难,例如:计算量极其庞大;对于裂纹型缺陷还需作特别处理等困难.有关T矩阵法的详细发展状况可参考Pao的综述论文[34].

### 4.3 Born近似法

对于光滑夹杂物的散射问题,Mal和Knopoff<sup>[35]</sup>首先导出了直接体积分公式,散射位移场被表示为散射体上关于位移和应变函数的体积分.受量子力学中Born摄动法的启示,1969年Wolf<sup>[36]</sup>提出了在弱散射途径下的波动方程反演问题,Gubernatis等则给出了弱散射条件下三维散射问题的远场Born近似解<sup>[37~39]</sup>.Born近似法源于Born迭代级数方法(Born Series),而BornSeries的具体作法是首先将入射波对应位移代替体积分中真实位移,得到的近似解答再作反复迭代,直到结果收敛为止,Born近似法则只取初次迭代的对应结果,由于这种方法的过程简单,在弱散射的条件下精度良好,因此在反问题中得到了一定的发展<sup>[40,41]</sup>.马兴瑞和黄文虎等使用逆Born近似法,在缺陷识别问题上也开展了研究<sup>[42~44]</sup>,他们的结果表明Born近

似法在强散射条件下仍具有良好精度.

#### 4.4 边界积分方程及边界元法

边界积分方程 (BIEM) 及边界元法 (BEM) 是 70 年代兴起的, 并在最近 20 年中迅速发展的一门数值和理论学科. 积分方程法是从弹性动力学互等原理入手, 将问题转换为积分方程的求解. 以积分方程作为正问题的解法基础, 再通过迭代修正技术求解反问题的间接法, 被认为很有前途, 此方法在缺陷识别问题中已有一些工作, 代表性的有 Nishimura<sup>[45, 46]</sup>、Kress<sup>[47, 48]</sup>、Tanaka<sup>[49, 50]</sup>、Chen<sup>[51, 52]</sup>等, 其中 Nishimura 从声波 Helmholtz 方程出发, 研究了直线裂纹的识别问题; Kress 则由声波方程出发研究了散射体的重建问题. 一般情况下弹性体内纵波和横波同时传播, 因此 Tanaka 和 Chen 等完全由弹性动力学出发研究了不同的反问题. 其中, Tanaka<sup>[49, 50]</sup>在稳态弹性波作用的前提下, 结合使用优化迭代方法, 讨论了孔洞和裂纹的识别问题. Chen<sup>[51, 52]</sup>在研究弹性介质模量的识别问题中, 提出了脉冲频谱法, 具体求解在 Laplace 频域上进行. 由于瞬态弹性波包含极为丰富的信息, 因此, 以瞬态弹性力学理论为基础的研究更有潜力.

本文作者从弹性动力学一般理论出发, 以动态边界积分方程理论为基础, 借鉴脉冲频谱法思想, 在 Laplace 变换域上建立了一种裂纹及夹杂识别的迭代优化方法<sup>[53]</sup>, 其中, 正问题的求解使用了作者提出的新型边界积分方程. 为了克服反问题解答所固有的不稳定性, 我们还提出了高敏感区频谱选择法, 结果证明该方法取得了较好的效果, 有利于提高识别精度. 以下简要给出此方法的过程.

##### 4.4.1 正问题的边界积分方程解法

使用优化方法对未知裂纹或缺陷参数作反演的成功与否, 关键之一取决于准确快速的正演算法. 这里动态裂纹问题的求解, 使用了作者提出的混合型边界积分方程算法<sup>[54, 55]</sup>. 含夹杂的动态问题的求解, 则使用了边界积分方程子域法.

对如图 2 (a) 所示的平面裂纹问题, 如果部分外边界上作用有动载荷, 则该问题可归结为求解如下 Laplace 变换域上的混合型边界积分方程

$$\frac{1}{2} \bar{u}_k(y, p) = \int_S [\bar{t}_i(\cdot, p) \bar{U}_{ik}(\cdot - y, p) - \bar{u}_i(\cdot, p) \bar{T}_{ik}(\cdot, y, p)] dS(\cdot) - \int_a^b \int_1^b \bar{T}_{ik}^{\text{展状*}}(\cdot, y, p) d\cdot \int_1^b \bar{u}_{i,1}(\cdot, p) d\cdot, k = 1, 2, y \in S \quad (10)$$

$$[\bar{t}_i(\cdot, p) \bar{T}_{ik}(\cdot, y_1, p) + \bar{K}_{ik}(\cdot, y_1, p) \bar{u}_i(\cdot, p)] dS(\cdot) + \int_a^b \int_{1-y_1}^b \bar{u}_{k,1}(\cdot, p) d\cdot + \int_a^b \bar{M}_{k,1}(\cdot, y_1, p) \bar{u}_{k,1}(\cdot, p) d\cdot = \bar{q}_k(y_1, p), k = 1, 2, y_1 \in (a, b)$$

其中  $\bar{U}_{ik}, \bar{T}_{ik}$  为基本解,  $\bar{T}_{ik}^+ = \bar{T} / n(0, -1)$ ,  $\bar{t}_i$  和  $\bar{u}_i$  分别是  $S$  上的牵引力和位移,  $\bar{u}_{i,k}$  是沿裂纹位密度函数,  $\bar{q}_k = \bar{k}_k / \text{crack}$  是作用在裂纹上的载荷, 常数  $A = \mu / 2(1 - \nu)$ ,  $\bar{K}_{ik}$  和  $\bar{M}_{k,1}$  为已知的可积性积分核. 与文献中常见的普通型积分方程不同的是裂纹线上的边界积分方程是应力型的, 它是以裂纹位错密度为未知量的典型 Cauchy 奇异积分方程. 可结合使用边界元算法及奇异积分的 Gauss - Chebyshev 求积公式, 离散为一组线性方程进行求解, 详细过程可见文 [54]. 有关计算结果表明, 本方法计算量小且精度高, 十分适用于反问题的迭代求解.

对于图 2 (b) 所示的平面夹杂问题, 假定两种介质界面上动态位移和应力满足连续性条

件，分别在区域  $\Omega_1$  和  $\Omega_2$  建立方程，可导出如下一组常规边界积分方程

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \bar{u}_k(y, p) &= \int_{S_+} [\bar{t}_i(\cdot, p) \bar{U}_{ik}(\cdot, y, p) - \bar{u}_i(\cdot, p) \bar{T}_{ik}(\cdot, y, p)] dS(\cdot), k = 1, 2, y \in S_+ \\ \frac{1}{2} \bar{u}_k(y, p) &= - \int_{S_-} [\bar{t}_i(\cdot, p) \bar{U}_{ik}^*(\cdot, y, p) - \bar{u}_i(\cdot, p) \bar{T}_{ik}^*(\cdot, y, p)] dS(\cdot), k = 1, 2, y \in S_- \end{aligned} \quad (11)$$

其中  $\bar{U}_k^*$ ,  $\bar{T}_{ik}^*$  为区域  $\Omega_1$  对应的基本解，积分是关于弧长的，边界  $S$  的法向统一取为内法向，另外方程的推导使用了界面连续性条件。上述方程可由常规的边界单元算法，离散成以边界  $S_+$  上的位移或力为未知量的线性方程组求解。

#### 4.4.2 反问题的迭代优化方法

对于裂纹或缺陷识别反问题，直接由积分方程 (10) 或 (11) 求解，很明显是几乎不可能的，因此这里仍然结合使用正问题算法和迭代优化方法。

具体作法上与上面 3.2 节中的类似，过程不再罗列。应该指出的是，由于动态载荷的频率分布在极宽的范围内，这就意味着，在任意测量点得到的信息都将十分丰富，因此，与静态识别法不同的是，可选取若干不同频率值对应的测量结果以增加信息量。如果测量的是位移响应，则无量纲目标函数可选为

$$R = \frac{\sum_{l=1}^P \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^2 [\bar{u}_i(x_k, p_l) - \bar{u}_i^*(x_k, p_l)]^2}{\sum_{l=1}^P \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^2 [\bar{u}_i^*(x_k, p_l)]^2} \quad (12)$$

其中  $P$  是选定的频率点数目， $p_l$  则是选定的频率值， $N$  为测量点的数目， $\bar{u}_i^*$  是经测量得到的真实位移， $\bar{u}_i$  则是由计算得到的近似位移。

#### 4.4.3 高敏感区频谱选择法与算例

由上述方法不难看出，识别精度与测量点和频率选择有直接关系。测量点的数目及位置受检测设备的限制，这里不作讨论；而就频率值  $p_l$  的选择而言，虽然其数目越大，信息量越丰富，但由此耗费的计算机时将大幅度增加，此外，如果选择方法不合理，仍然难以收到良好的识别效果。显然如何合理利用已知的响应频谱，从中选出较少的频率值  $p_l$ ，同时又能实现良好的识别效果，是方法成功的另一个关键，对此作者提出了高敏感区频谱选择法，该方法的基本思想是，在实频域中找出最敏感的响应区，集中在此区域上选取若干频率值  $p_l$  和对应的响应  $\bar{u}_i^*(x_k, p_l)$  作为识别信息。这种作法的优点是：

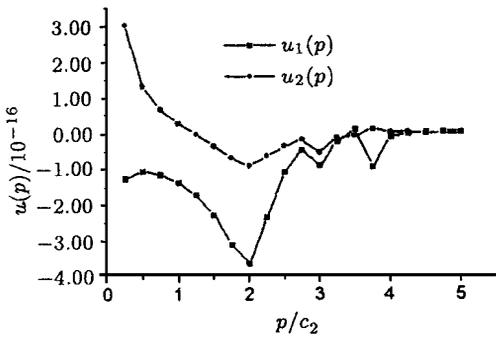
- (1) 合理有效地利用了测量信息，大大减小每次迭代的运算量；
- (2) 计算只在实空间中进行，避免了复运算；
- (3) 有利于消除解答的不适定性，并提高识别精度。

**算例 1** 假定一尺寸为 2.0 m × 1.0 m 的矩形结构中心含有一长 0.1 m 的未知直线裂纹，待定裂纹可由 4 个独立参数确定，因此  $\mathbf{a} = (x_0, y_0, \alpha, a_0)$ ，其中  $(x_0, y_0)$  是裂纹中心的坐标， $\alpha$  为裂纹倾角， $a_0$  则是裂纹半长。外边界划分为 40 个单元，裂纹线取 7 个积分插值点，测量点取为矩形上方第 7 和 14 两个单元的中点。频率点取为  $p_k = kc_2/2$ ,  $k = 1, 2, 3, 4, 5$ ，识别结果由表 2 和图 4，图 5 给出。

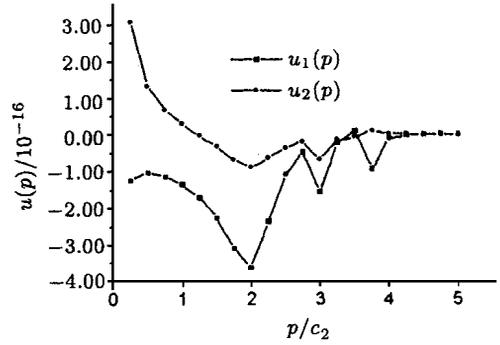
**算例 2** 假定一尺寸为 2.0 m × 1.0 m 的矩形结构中心含有一半径为 0.1 m 的未知圆形夹杂，

表 2 无量纲目标函数值

| $n$   | $a_0^{(n)}$ | $x_0^{(n)}$ | $y_0^{(n)}$ | $R^{(n)} (\%)$ |         |
|-------|-------------|-------------|-------------|----------------|---------|
| 0     | 0.2         | 0.0         | 0.5         | 0.3            | 5.068   |
| 4     | 0.108 1     | - 0.068 8   | 0.942 5     | 0.328 5        | 0.121 7 |
| 8     | 0.105 9     | - 0.040 0   | 0.969 3     | 0.367 3        | 0.061 4 |
| 12    | 0.104 5     | - 0.033 9   | 0.974 5     | 0.414 5        | 0.026 1 |
| 16    | 0.102 7     | - 0.023 8   | 0.979 1     | 0.469 8        | 0.008 4 |
| Final | 0.100 8     | - 0.020 7   | 0.982 9     | 0.483 2        | 0.004 2 |
| Real  | 0.1         | 0.0         | 1.0         | 0.5            | /       |



(a) 真实裂纹的频谱



(b) 识别得到的频谱

图 4

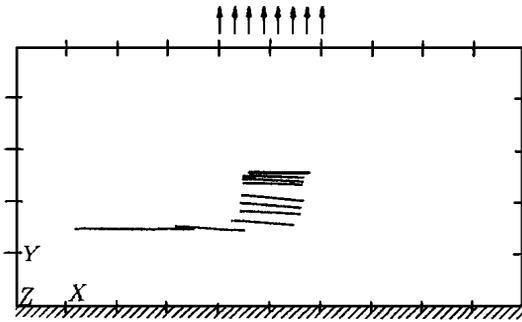


图 5

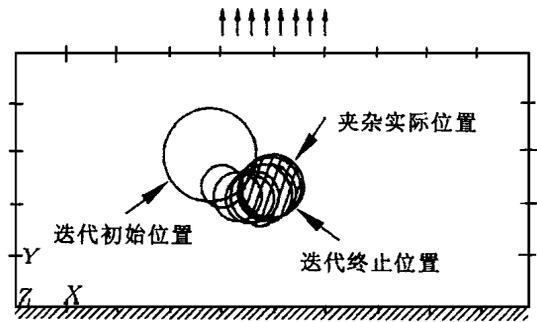


图 6

夹杂的有关材料参数为  $\mu_1 = 1.0 \times 10^{10}$  Pa,  $\nu_1 = 0.33$ ,  $\rho_1 = 1000$  kg/m<sup>3</sup>, 待定夹杂可由 3 个独立参数确定, 因此  $\mathbf{a} = (x_0, y_0, a_0)$ , 其中  $(x_0, y_0)$  是夹杂中心的坐标,  $a_0$  则是夹杂半径. 识别结果由图 6 和表 3 给出.

## 5 实验方法简介

由于反问题的研究有强烈的应用背景, 因此实验研究的重要性是不言而喻的. 从某种意义上讲, 验证一类理论方法的成功与否, 必须有相应的实验作基础, 甚至还需要在工程应用中加以检验. 此外, 从理论上讲, 反问题的内在特性至今还不十分清楚, 由纯理论和数值的方法显然无法解决这些难点, 只有通过反复实验观察和分析, 才有可能认识反问题的内在机理. 实验

方法的研究与探伤技术的发展是同步进行的，对众多的探伤技术本文不作逐一介绍，而重点介绍声波和超声波实验。

传统实验技术一直沿用至今的射线和超声波检测等方法原理十分简单，它以光学射线法为基础，结合走时差原理，分析由材料得到缺陷体反射波，从而确定缺陷及其大致几何构形，有关详细情况可参考 Thompson 的综述论文 [56]。

表 3 无量纲目标函数值

| $n$   | $a_0^{(n)}$ | $x_0^{(n)}$ | $y_0^{(n)}$ | $Z^{(n)} (\%)$ |
|-------|-------------|-------------|-------------|----------------|
| 0     | 0.15        | 0.8         | 0.6         | 115.767        |
| 5     | 0.069 4     | 0.840 3     | 0.498 6     | 132            |
| 10    | 0.077 2     | 0.887 2     | 0.465 3     | 55             |
| 15    | 0.079 9     | 0.944 0     | 0.465 4     | 29             |
| 20    | 0.098 7     | 0.964 4     | 0.471 9     | 18             |
| 25    | 0.090 8     | 0.983 8     | 0.484 9     | 6.51           |
| 30    | 0.100 0     | 0.992 8     | 0.493 3     | 1.26           |
| Final | 0.096 6     | 0.996 1     | 0.496 3     | 0.98           |
| Real  | 0.1         | 1.0         | 0.5         | /              |

70 年代初，Hounsfield<sup>[57]</sup>研制出 X-射线 CT 装置，它是基于对射线能量的吸收借助古典 Radon 变换实现反演。由于 CT 技术在医学诊断中的成功，80 年代固体介质 CT 层析成像技术的研究受到了高度重视<sup>[58]</sup>，该技术以射线理论的旅行时间延迟借助古典 Radon 变换实现反演。近十年来，又发展了以波动方程为基础的层析成像方法，其中投影重建图形 CT 的一系列具体技术得到了发展，如：在反射型 CT 应用上，Norton<sup>[59]</sup>导出了圆形积分路径的广义 Radon 变换。在地质方面，Wong<sup>[60]</sup>通过 CT 技术实现了孔间成像；Neson 等<sup>[61]</sup>用旅行时间层析成像研究了地震方位确定问题；其它工作还有 Morse<sup>[62]</sup>、Vidale<sup>[63]</sup>、Qin<sup>[64]</sup>、Lan<sup>[65]</sup>等，他们在最短路径追踪、有限差分射线追踪等方面取得了一些进展。

在缺陷检测领域，70 年代以来也产生了许多新技术，例如：利用首波延时作反投影的孔径聚焦技术<sup>[66]</sup>；振幅 - 传播时间动态曲线搜索法<sup>[67]</sup>；声全息成像技术<sup>[68]</sup>等。以弹性动力学和逆 Born 近似法为基础，Achenbach 首先尝试了裂纹的声波衍射实验<sup>[69]</sup>，他对金属中的钱币形裂纹的方位、大小进行了反演实验，取得较好识别结果。最近，马兴瑞等又在 Born 近似法的基础上，提出了投影密度补偿反演法<sup>[70]</sup>，它们的模拟实验表明该方法可能有助于裂纹型缺陷的识别。

## 6 需深入研究的若干问题

缺陷识别反问题包含极其丰富的内容，它在地质勘探、无损探伤等众多领域有明显的实用价值。但从发展现状看，其研究尚处于起步阶段，理论上远未成熟，加上各类方法的适用面很窄，因此，将在相当长的时间里吸引大批研究者的关注，根据学术界的一般看法，值得注意的主要问题有：

(1) 深入进行正问题的研究 由于反问题的解决必须以正问题的理论为基础，而工程中的实际介质通常是各向异性、非均匀，甚至是非弹性的（例如，流变体），如何建立更为合理的模型，并提出准确和方便的正问题解法，是进一步求解反问题成功的前提和关键。

(2) 解决信息量不充分的问题 由于工程实际中,受各种因素的影响,单一测量所得到的信息量一般是有限的,理论上讲,反问题无法完全定解,通常需要综合使用各种测量信息加以弥补,因此在反问题的解法中,另一个关键是,如何合理及有效的使用各种不完整数据,从而得到好的识别效果.

(3) 必须全面开展实验研究 由于对反问题的固有性质的认识至今还不完全清楚,对此只有从实验的角度去分析和揭示未知的性质,随着现代材料科学和电子科学的不断进步,可以相信反问题的实验研究有可能在新的水平上得到发展.

(4) 处理好数值稳定性 由于反问题的解答通常是不适定的,所以数值求解过程中常常出现不稳定问题,虽然采用正则化方法可在一定程度上解决该问题,但这将牺牲精度,因此,还需发展更多有利于反演稳定性的数学方法.

## 参 考 文 献

- 1 张俊哲. 无损检测技术及其应用. 北京: 科学出版社, 1993
- 2 栾文贵. 地球物理中的反问题. 北京: 科学出版社, 1989
- 3 杨慧珠, 张远高, 鲁小蓉. 固体动力学的反问题. 见: 固体力学发展趋势. 北京: 北京理工大学出版社, 1995, 55~73
- 4 Kubo S. Computational inversion schemes for various categories of inverse problems arising in solid mechanics. In: Proc Int Conf Comput Eng Sci, Hong Kong, 1992. 373
- 5 Kagawa Y, Murai T, Matsumoto O. An interface boundary decision technique in Laplace - Poisson domain problems. *Trans IECE*, 1981, J64C (4): 223~229
- 6 Murai T, Kagawa Y. An approach for regularizing the ill - condition associated with inverse cardiographic problem. *Trans IECE*, 1985, J65C (5): 359~366
- 7 Murai T, Kagawa Y. Boundary element iterative techniques for determining the interface boundary between two Laplace Domains. *Int J Num Meth Eng*, 1986, 23: 35~47
- 8 Ohji K, Kubo S, Sakagami T. Electric potential CT method for Measuring location and size of two - and three - dimensional cracks. *Trans Japan Soc Mech Engrs*, Ser. A, 1985, 51: 1818~1827
- 9 Kubo S, Sakagami T, Ohji K. Electric potential CT method based on BEM inverse analysis for measurement of three - dimensional cracks. In: Proc of Computational Mechanics 86. Japan, 1986. 339~344
- 10 Kubo S. Requirements for uniqueness of crack identification from electric potential distributions. In: ICM - 90 Satellite Conf Proc Japan, 1990. 52~58
- 11 Price L R. Electrical impedance computed tomography: a new imaging technique. *IEEE Trans*. NS - 26, 1979, 2: 2736~2739
- 12 Yagawa G, Fukuda T. Application of electric potential method to fracture mechanics. *Science of Machine*, 1984, 36: 27~32
- 13 Shimizu N, Sakurai S. Application of boundary element method for back analysis associated with tunneling problems. In: Boundary Elements. Springer - Verlag, 1985. 645~654
- 14 Benzerra L M, Saigal S. A boundary element formulation for the inverse elastostatics problem (IESP) of flaw detection. *Int J Num Meth Eng*, 1993, 36: 2189~2202
- 15 陈卫江, 柳春图. 裂纹识别的一种 BEM 优化方法. *工程力学*, 1997, 14 (2): 16~22
- 16 陈卫江. 有限平面非对称载荷裂纹问题的边界积分方程方法. *兰州大学学报*, 1994, 30 (2): 29~33
- 17 Fox R L. Optimization Methods for Engineering Design. Massachusetts: Addison - Wesley Publishing Co, 1971. 38~116
- 18 Fu L S. Mechanics aspects of NDE by sound and ultrasound. *Appl Mech Rev*, 1982, 36 (8): 1047~1057
- 19 王铎, 邹振祝, 马兴瑞, 汪越胜. 固体动力学近况. 见: 固体力学发展趋势. 北京: 北京理工大学出版社, 1995. 33~53
- 20 Keller J B. A geometrical theory of diffraction. In: calculus of Variations and its applications. New York: Mc Graw - Hill, 1958. 27~52
- 21 Resende E. Propagation, reflection and diffraction of elastic waves: [Ph. D. Thesis]. New York: New York University, 1963
- 22 Achenbach J D, Gantesen A K. Geometrical theory of diffraction for 3 - D elastodynamics. *J of the Acoustical Society of America*, 1977, 61: 413~421
- 23 Achenbach J D, Adler L, Lewis D K, McMaken H. Diffraction of ultrasonic waves by penny - shaped cracks in metals: theory and experiment. *J of the Acoustical Society of America*, 1979, 66: 1848~1856

- 24 Gutesen A K, Achenbach J D, McMaken H. Surface - wave rays in elastodynamic diffraction by cracks. *J of the Acoustical Society of America*, 1978, 63: 1824 ~ 1831
- 25 Achenbach J D, Gutesen A K, Mendelsohn D A. Ray analysis of surface - wave interaction with an edge crack. *IEEE Trans on Sonics and Ultrasonics SU* - 27, 1980: 124 ~ 129
- 26 Achenbach J D, Viswanathan K, Norris A. An inversion integral for crack - scattering data. *Wave Motion*, 1979, 1: 299 ~ 316
- 27 Norris A, Achenbach J D. Inversion of first arrival crack scattering data. In: Varadan V K, Varadan V V eds. *Elastic Wave Scattering*. Ann Arbor Science Pubs, Mich, 1982. 61 ~ 76
- 28 Pao Y H, Gajewski R R. Acoustic emission and transient waves in an elastic plate. *J of the Acoustical Society of America*, 1979, 65: 96 ~ 105
- 29 Rhodes D J, Sachse W. Arrival times of scattered ultrasonic signals from a solid inclusion in an elastic material. *J of the Acoustical Society of America*, 1979, 65: 1116 ~ 1120
- 30 Wateman P C. New formulation of acoustic scattering. *J of the Acoustical Society of America*, 1969, 45: 1417 ~ 1429
- 31 Wateman P C. Symmetry, unitarity and geometry in electromagnetic scattering. *Physical Review D* 3 1971: 825 ~ 839
- 32 Wateman P C. Matrix theory of elastic wave scattering, I II. *J of the Acoustical Society of America*, 1978, 63: 1320 ~ 1325
- 33 Varatharajulu V, Pao Y H. Scattering matrix for elastic waves Part 1, Theory. *J of the Acoustical Society of America*, 1976, 60: 556 ~ 566
- 34 Pao Y H. The transition matrix for the scattering of acoustic waves and for elastic waves. In: Wiley, IU TAM symposium. New York, 1977. 123 ~ 144
- 35 Mal A K, Knopoff L. Elastic wave velocities in two - component systems. *J of the institute of Math and Appl*, 1967, 3: 376 ~ 387
- 36 Wolf E. Three - dimensional structure determination of semi - transparent objects from holographic data. *Opt Commun*, 1969. 153 ~ 156
- 37 Gubernatis J E, Domany E, Krumhansl J A. Formal aspects of the theory of the scattering of ultrasound by flaws in elastic materials. *J of Appl Phy*, 1977, 48 (7): 2804 ~ 2811
- 38 Gubernatis J E, Domany E, Krumhansl J A, Huberman M. The Born approximation in the theory of the scattering of elastic waves by flaws. *J of Appl Phy*, 1977, 48 (7): 2812 ~ 2819
- 39 Gubernatis J E. Long - wave approximations for the scattering of elastic waves from flows with applications to ellipsoidal voids and inclusion. *J of Appl Phy*, 1979, 50: 4046 ~ 4058
- 40 Hsu D K, Rose J H, Thompson D O. Reconstruction of inclusions in solids using ultrasonic Born inversion. *J of Appl Phy*, 1984, 55: 162 ~ 168
- 41 Jain D L, Kanwal R P. The Born approximation for the scattering theory of elastic waves by two - dimensional flaws. *J of Appl Phy*, 1982, 53: 4208 ~ 4217
- 42 朱谨, 马兴瑞, 黄文虎. 二维弹性波几何反问题中的逆 Born 方法. 哈尔滨工业大学学报, 1988, 3: 8 ~ 13
- 43 黄文虎, 邹振祝, 马兴瑞等. 弹性动力学反问题 Born 近似方法的研究. 见: 固体力学及其工程应用. 北京: 清华大学出版社, 1993: 126 ~ 135
- 44 冯文杰, 邹振祝, 马兴瑞. 二维 Born 近似方法对正方形和圆形缺陷的重建. 工程力学, 1994, 11 (2): 105 ~ 109
- 45 Nishimura N. Regularized integral equations for crack shape determination problems. ICM - 90 Satellite Conf Proc, Japan, 1990. 59 ~ 65
- 46 Nishimura N, Kobayashi S. Regularized BIEs for crack shape determination problems. In: Boundary Elements, XII. Heidelberg: Springer - Verlag, 1990, 2. 425 ~ 434
- 47 Kirsch A, Kress R. An optimization method in inverse acoustic scattering. In: Boundary Elements IX v. 3. Heidelberg: Springer - Verlag, 1987. 3 ~ 18
- 48 Kress R, Zinn A. Three dimensional reconstructions from near - field data in obstacle scattering. ICM - 90 Satellite Conf Proc, Japan, 1990, 43 ~ 52
- 49 Tanaka M. A boundary element method for some inverse problems in elastodynamics. *Appl Math Modeling*, 1989, 13: 307 ~ 312
- 50 Tanaka M, Makamura M, Nakano T. Detection of cracks in structure components by elastodynamic boundary element method. In: Boundary Elements, XII. Heidelberg: Springer - Verlag, 1990, 2. 413 ~ 424
- 51 Chen Y M, Xie G Q. An iterative method for simultaneous determination of bulk and shear moduli and density variations. *J of Comput Phy*, 1986, 62: 143 ~ 163
- 52 Chen Y M, Liu M S. Efficiency improvement of GPST inversion Algorithm. *J of Comput Phy*, 1987, 72: 372 ~ 382
- 53 Chen Weijiang, Liu Chuntu. A BIEM optimization method for fracture dynamic inverse problem. *Acta Mechanica*

- Sinica*, 1996, 12 (3): 263 ~ 271
- 54 陈卫江, 柳春图. 平面断裂动力学问题的奇异积分方程解法. 兰州大学学报, 1996, 32 (1): 31 ~ 35
- 55 Chen W J, Liu C T, Tang R J. The Mixed - type integral equations for transient plane crack problems. *Int J of Fracture*, 1996, 81: 39 ~ 53
- 56 Thompson R B. Quantitative ultrasonic nondestructive evaluation methods. *Trans of the ASME, J of Appl Mech*, 1983, 50 (12): 1191 ~ 1201
- 57 Housfield G N. A method of apparatus for examination of a body by radiation such as X - ray or Gama radiation. In: Patent Specification 1283915. London: The Patent Office, 1972
- 58 杨文采. 地球物理中的反演和层析成像. 北京: 地质出版社, 1989.
- 59 Norton S J. Reconstruction of a reflectivity field from line integrals over circular paths. *JASA*, 1980, 87 (3): 853 ~ 863
- 60 Wong J, et al. Cross - hole seismology and seismic imaging in crystalline rocks. *Geophys Res Lett*, 1983, 10: 686 ~ 689
- 61 Nelson G D, Vidale J. Earthquake location by 3D finite difference traveltimes. *Bull Seis Soc Am*, 1990, 80: 395 ~ 410
- 62 Moser T J. Shortest path calculation of seismic rays. *Geophysics*, 1991, 56 (1): 59 ~ 67
- 63 Vidale J. Finite - difference calculation of traveltimes. *Bull Seis Soc Am*, 1988, 78: 2062 ~ 2076
- 64 Qin F H, et al. Finite - difference solution of the eikonal equation along expanding wavefronts. *Geophysics*, 1992, 57: 474 ~ 487
- 65 Lan C Q, et al. Limited angle diffraction tomography and its application to planar scanning systems. *IEEE Trans on Sonics and Ultrasonics*, 1985, SU - 32 (1): 9 ~ 16
- 66 Langenberg K J, et al. Synthetic aperture focusing technique signal processing. *NDT Inte*, 1986, 19 (3): 177 ~ 189
- 67 Grohs B, et al. Characterization of flaw location, shape and dimensions with the ALOK system. *Mate Eval*, 1982, 40 (1): 34 ~ 39
- 68 Guo Z X, et al. Flaw cross - section reconstruction using the correlation synthesizing delayed amplitude technique. *NDT & E Inte*, 1991, 24 (4): 203 ~ 536
- 69 Achenbach J D, et al. Diffraction of ultrasonic waves by penny - shaped cracks in metals. Theory and Experiment, *JASA*, 1979, 66 (6): 1848 ~ 1856
- 70 Ma X R, Tao L, Huang W H. A method of interface inversion in inhomogeneous media. *Acta Mechanica Sinica*, 1995, 11 (4): 337 ~ 348

## THE RESEARCH STATE AND SOME PROGRESS ON INVERSE PROBLEM OF FLAW IDENTIFICATION

Liu Chuntu      Chen Weijiang

Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080

**Abstract** This paper gives a brief overview of the development on the inverse problem of flaw detection. Several typical identification methods are discussed, such as, the electric method based on the potential principle, the boundary element method with optimization iterative technique, the theory of diffraction, the translation matrix method, the Born approximation theory, the boundary integration equation and the boundary element method. Some of the author's new contributions in this field is introduced and some problems for future studies are proposed.

**Key words** fracture mechanics, flaw identification, inverse problem, inversion method