



286-293

A 辑第 13 卷第 3 期

1998 年 9 月

水动力学研究与进展
JOURNAL OF HYDRODYNAMICS

Ser. A, Vol. 13, No. 3

Sep., 1998

水面漂浮油层消波作用的 分析与计算

C353.2

刘和东

(中国科学院力学研究所博士后流动站, 北京 100080)

刘应中 V 缪国平

(上海交通大学船舶及海洋工程系, 上海 200030)

摘 要 本文基于文献[6]中对两种半无限流体界面稳定性分析的思想,以海面上漂浮油层的油-水-气系统为研究对象,考虑流体粘性及界面张力的影响,在线性范围内对油-水界面波的阻尼率提出了一种分析方法,并通过数值计算,给出了界面波波长、油层厚度等因素对油水界面波阻尼率的影响。

关键词 漂浮油层, 界面波, 阻尼率

分类号 O353.2

消波 波阻尼率

1 前言

自本世纪六十年代在英吉利海峡发生“托雷·卡翁尼”号油轮溢油失事以来,众多科学家开展了海洋溢油污染数学模型的研究。但对作为油、水两相耦合部的油-水界面波的研究基本上均局限于理想流体的势流理论范围^[1~4]。其实,油水界面波的问题早在古希腊时期就已为人们所关注。Pling 曾经提出向海面倾油来抑制波浪的肆虐^[5]。直至于今,倾油抑波仍有相当实用上的兴趣。本文基于文献[6]中对两种半无限流体界面稳定性分析的思想,以海面上漂浮油层的油-水-气系统为研究对象,考虑流体粘性及界面张力的影响,在线性范围内对油-水界面波的阻尼率提出了一种分析方法,并通过数值计算,给出了界面波波长、油层厚度等因素对油水界面波阻尼率的影响。

2 基本研究对象及控制方程

考虑图(1)所示油-水-气系统,海水和空气均具有无限厚度。油层为单一成分的牛顿流体,且物理性质不随时间而变化。假定三者均只具有小的速度,可以忽略非线性项的影响,得控制方程:

本文于 1996 年 12 月 14 日收到。

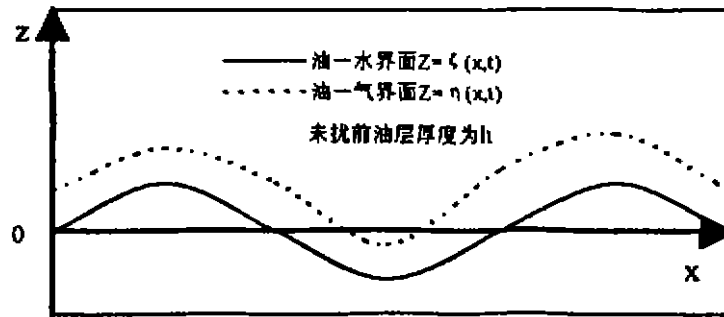


图1 油-水-气界面示意图

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right) \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) \quad (2.3)$$

其中, u_x 为速度的水平分量;

u_z 为速度的垂向分量;

p 为压力;

ρ 为流体密度;

ν 为流体运动粘性系数;

t 为时间;

g 为重力加速度。

利用(2.2)式和(2.3)式消去压力项得:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) = \nu \Delta \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \quad (2.4)$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

将(2.4)式对 x 微分并利用(2.1)式得

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \nu \Delta \right) \Delta u_x = 0 \quad (2.5)$$

同理得到

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \nu \Delta \right) \Delta u_z = 0 \quad (2.6)$$

假定初始水平界面有一余弦波的扰动

$$\zeta = a_1 e^{ikx + \omega t} \quad (2.7)$$

$$\eta = a_2 e^{ikx - \omega t} \quad (2.8)$$

由于油层厚度相对横向尺度很小,且为处理上的方便,这里已经假定上下界面上的扰动具有相同的波数和频率,同时假定 u_z 具有与界面扰动一样的周期性行为

$$u_z(x, z, t) = W(z)e^{ikx + i\omega t} \quad (2.9)$$

将(2.9)式代入(2.6)式得

$$\nu \frac{(\frac{\partial}{\partial z^2} - k^2)(\frac{\partial}{\partial z^2} - k^2)W(z)}{(\frac{\partial}{\partial z^2} - k^2)W(z)} = \omega \quad (2.10)$$

不难写出该方程的通解:

$$W(z) = D_1 e^{kz} + D_2 e^{-kz} + D_3 e^{krz} + D_4 e^{-krz} \quad (2.11)$$

$$r = \sqrt{1 + \frac{\omega}{\nu k^2}} \quad (2.12)$$

D_1, D_2, D_3, D_4 为常数。

将(2.11)式代入(2.9)式得:

$$u_z(x, z, t) = (D_1 e^{kz} + D_2 e^{-kz} + D_3 e^{krz} + D_4 e^{-krz}) e^{ikx + i\omega t} \quad (2.13)$$

应用(2.1)式得

$$u_x(x, z, t) = i(D_1 e^{kz} - D_2 e^{-kz} + D_3 e^{krz} - D_4 e^{-krz}) e^{ikx + i\omega t} \quad (2.14)$$

以下推导压力的表达式。

假定压力在静压分布 p_s 基础上具有如下的波动特性:

$$p = p_s + C(z) e^{ikx + i\omega t} \quad (2.15)$$

将(2.2)式对 x 求导+(2.3)式对 z 求导并利用(2.1)式得

$$\Delta p = 0 \quad (2.16)$$

将(2.15)式代入上式,并注意到 $\Delta p_s = 0$, 得到

$$\frac{d^2 C}{dz^2} = k^2 C \quad (2.17)$$

将方程(2.3)式对 z 求导得:

$$\frac{d^2 C}{dz^2} = -\rho\omega \frac{dW}{dz} + \mu \left(\frac{d^3 W}{dz^3} - k^2 \frac{dW}{dz} \right) \quad (2.18)$$

由以上两式得到:

$$C(z) = \frac{\mu}{k^2} \frac{d^3 W}{dz^3} - \mu r^2 \frac{dW}{dz} \quad (2.19)$$

以上方程适合于水、油、气三者中的任一相。以下利用无穷远处边界条件分别写出水、油、气的速度和压力表达式。

不失一般性,令 $z = 0$ 处静压为零,

$z \rightarrow -\infty$ 时, $u_z^w \rightarrow 0$

$$u_z^w = (D_1 e^{kz} + D_2 e^{-kz}) e^{ikx + i\omega t} \quad (2.20)$$

$$u_z^o = i(D_1 e^{kz} + D_2 r_w e^{kr_w z}) e^{ikx + i\omega t} \quad (2.21)$$

$$p_w = p_s^w + C^w(z) e^{ikx + i\omega t} = -\rho_w g z - \left(\frac{\rho_w \omega}{k} e^{kz} D_1 \right) e^{ikx + i\omega t} \quad (2.22)$$

$z \rightarrow +\infty$ 时, $u_z^g \rightarrow 0$

$$u_z^d = (D_1 e^{-kz} + D_8 e^{-kr_0 z}) e^{ikx - \omega t} \quad (2.23)$$

$$u_x^d = -i(D_7 e^{-kz} + D_8 r_0 e^{-kr_0 z}) e^{ikx - \omega t} \quad (2.24)$$

$$p_d = p_1^d + C^d(z) e^{ikx - \omega t} = -\rho_0 gh - \rho_0 gz - \left(\frac{\rho_w \omega}{k} e^{-kz} D_7\right) e^{ikx + \omega t} \quad (2.25)$$

$$u_z^e = (D_3 e^{kz} + D_4 e^{-kz} + D_5 e^{kr_0 z} + D_6 e^{-kr_0 z}) e^{ikx - \omega t} \quad (2.26)$$

$$u_x^e = i(D_3 e^{kz} - D_4 e^{-kz} + D_5 r_0 e^{-kr_0 z} - D_6 r_0 e^{-kr_0 z}) e^{ikx - \omega t} \quad (2.27)$$

$$p_e = p_1^e + C^e(z) e^{ikx - \omega t} = -\rho_0 gz + (-D_3 e^{kz} + D_4 e^{-kz}) \frac{\rho_0 \omega}{k} e^{ikx + \omega t} \quad (2.28)$$

$$r_w^2 = 1 + \frac{\omega}{u_w k^2} \quad (2.29)$$

$$r_0^2 = 1 + \frac{\omega}{u_0 k^2} \quad (2.30)$$

$$r_a^2 = 1 + \frac{\omega}{u_a k^2} \quad (2.31)$$

界面条件:由于假定界面扰动振幅较波长是一阶小量采用线性化的作法,使界面条件在未扰动时的平衡位置处满足,仅在压力条件中计入扰动振幅的影响。

(1) 在 $z=0$ 处的界面条件:

速度连续条件

$$u_z^w = u_z^0 \quad (2.32)$$

$$u_x^w = u_x^0 \quad (2.33)$$

界面运动学条件

$$u_z^w = \frac{dz}{dt} \quad (2.34)$$

正压力连续条件

$$(p_w - 2\mu_w \frac{\partial u_z^w}{\partial z}) - (p_0 - 2\mu_0 \frac{\partial u_z^0}{\partial z}) = -T_1 \zeta_{xx} \quad (2.35)$$

切应力连续条件

$$\mu_w \left(\frac{\partial u_x^w}{\partial z} + \frac{\partial u_z^w}{\partial x} \right) = \mu_0 \left(\frac{\partial u_x^0}{\partial z} + \frac{\partial u_z^0}{\partial x} \right) \quad (2.36)$$

(2) 在 $z=h$ 处的界面条件:

速度连续条件

$$u_z^a = u_z^0 \quad (2.37)$$

$$u_x^a = u_x^0 \quad (2.38)$$

界面运动学条件

$$u_z^o = \frac{d\xi}{dt} \quad (2.39)$$

正压力连续条件

$$(p_o - 2\mu_o \frac{\partial u_z^o}{\partial z}) - (p_u - 2\mu_u \frac{\partial u_z^u}{\partial z}) = -T_2 \eta_{xx} \quad (2.40)$$

切应力连续条件

$$\mu_u (\frac{\partial u_x^u}{\partial z} + \frac{\partial u_z^u}{\partial x}) = \mu_o (\frac{\partial u_x^o}{\partial z} + \frac{\partial u_z^o}{\partial x}) \quad (2.41)$$

μ_w, μ_o, μ_u 分别是水、油、气的动力粘性系数。类似地, u, p 的上下标 w, o, a 分别代表水、油、气的压力和速度。 T_1, T_2 表示油~水界面和水~气界面的表面张力系数。

3 特征方程的导出

将(2.7)、(2.8)式及(2.20~2.31)式代入(2.32~2.41)式十个界面条件可得十个方程。其中有 $D_1 \sim D_8, a_1, a_2, k, \omega$ 共十二个未知数。利用(2.34)和(2.39)式消去 a_1, a_2 两个未知数, 得一关于 $D_1 \sim D_8$ 的八阶线性方程组:

$$[A](D_1, D_2, \dots, D_8)^T = (0, 0, \dots, 0)^T \quad (3.1)$$

[A] 表示 8×8 阶矩阵, 上标 T 表示转置。

利用 $D_1 \sim D_8$ 应有非平凡解得到特征方程:

$$[A] = 0 \quad (3.2)$$

从而导出 $\omega \sim k$ 和色散关系。通过对 ω 实部 $Re(\omega)$ 符号的分析即可得出界面稳定性结论:

$Re(\omega) > 0$, 界面不稳定; $Re(\omega) < 0$, 界面稳定; $Re(\omega) = 0$, 界面处于临界状态。

对于 $Re(\omega) \leq 0$, 我们定义 $|Re(\omega)|$ 其为界面波的阻尼率。它表示界面扰动波的衰减快慢程度。若同时有多个解, 我们取绝对值最小的一个做为阻尼率。

考虑到空气的密度和动力粘性系数较之油、水的小得多, 在流速很小的情形下可忽略空气的影响。这样可去掉方程(2.37), (2.38), (2.40)和(2.41)式分别变成:

$$(p_o - 2\mu_o \frac{\partial u_z^o}{\partial z}) = -T_2 \eta_{xx} \quad (3.3)$$

$$\mu_o (\frac{\partial u_x^o}{\partial z} + \frac{\partial u_z^o}{\partial x}) = 0 \quad (3.4)$$

由(2.34)和(2.39)式得

$$a_1 = (D_1 + D_2)/\omega \quad (3.5)$$

$$a_2 = \frac{e^{kx}}{\omega} D_3 + \frac{e^{-kx}}{\omega} D_4 + \frac{e^{b_1 k x}}{\omega} D_5 + \frac{e^{-b_1 k x}}{\omega} D_6 \quad (3.6)$$

将(2.7)、(2.8)、(3.5)、(3.6)式及(2.20~2.31)式代入(2.32)、(2.33)、(2.35)、(2.36)、(3.3)、(3.4)式得到六个关于 $D_1 \sim D_6$ 的方程:

$$D_1 + D_2 - D_3 - D_4 - D_5 - D_6 = 0 \quad (3.7)$$

$$D_1 + r_w D_2 - D_3 + D_4 - r_o D_5 - r_o D_6 = 0 \quad (3.8)$$

$$A_1 D_1 + A_2 D_2 + A_3 D_3 + A_4 D_4 + A_5 D_5 + A_6 D_6 = 0 \quad (3.9)$$

$$2 \frac{\mu_w}{\mu_{11}} D_1 + (1 + r_w^2) \frac{\mu_w}{\mu_0} D_2 - 2D_3 - 2D_4 - (1 + r_0^2) D_5 - (1 + r_0^2) D_6 = 0 \quad (3.10)$$

$$B_3 D_3 + B_4 D_4 + T_2 k^3 e^{kr_0 h} D_5 + T_2 k^3 e^{-kr_0 h} D_6 = 0 \quad (3.11)$$

$$C_3 D_3 + C_4 D_4 + C_5 D_5 + C_6 D_6 = 0 \quad (3.12)$$

其中:

$$A_1 = -\rho_w \omega / k - 2\mu_w k + (\rho_0 - \rho_w) g / \omega - k^2 T_1 / \omega$$

$$A_2 = 2\mu_w r_w k + (\rho_0 - \rho_w) g / \omega - k^2 T_1 / \omega$$

$$A_3 = \rho_0 \omega / k + 2\mu_0 k \quad A_4 = -\rho_0 \omega / k - 2\mu_0 k$$

$$A_5 = 2\mu_0 k r_{11} \quad A_6 = -2\mu_0 k r_0$$

$$B_3 = T_2 k^3 e^{kh} + \rho_0 \omega^2 e^{kh} \quad B_4 = T_2 k^3 e^{-kh} - \rho_0 \omega^2 e^{-kh}$$

$$C_3 = -\rho_0 \omega e^{kh} / k - \rho_0 \omega e^{kh} / \omega - 2\mu_0 k e^{kh} - T_2 k^2 e^{kh} / \omega$$

$$C_4 = -\rho_0 \omega e^{-kh} / k - \rho_0 \omega e^{-kh} / \omega - 2\mu_0 k e^{-kh} - T_2 k^2 e^{-kh} / \omega$$

$$C_5 = -\rho_0 g e^{kr_0 h} / \omega - 2\mu_0 k r_0 e^{kr_0 h} - T_2 k^2 e^{kr_0 h} / \omega$$

$$C_6 = -\rho_0 g e^{-kr_0 h} / \omega + 2\mu_0 k r_0 e^{-kr_0 h} - T_2 k^2 e^{-kr_0 h} / \omega$$

特征方程是:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & r_w & -1 & 1 & -r_{11} & r_{11} \\ A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & A_5 & A_6 \\ 2\mu_w/\mu_{11} & (1+r_w^2)\mu_w/\mu_0 & -2 & -2 & -(1+r_0^2) & -(1+r_0^2) \\ 0 & 0 & B_3 & B_4 & T_2 k^3 e^{kr_0 h} & T_2 k^3 e^{-kr_0 h} \\ 0 & 0 & C_3 & C_4 & C_5 & C_6 \end{vmatrix} = 0$$

以上方程一般不能直接求解,对于一定的 k, h , 我们可以通过数值解找出相应的 ω 。对于下节所考察的各种情况,发现 ω 的实部均小于 0, 说明在这些情况下的油-水界面是稳定的。

4 算例及结果

取油的密度 $\rho_0 = 840 \text{ kg/m}^3$, 粘性系数 $\mu_0 = 0.2772 \text{ N} \cdot \text{s/m}^2$, 水的密度 $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$,

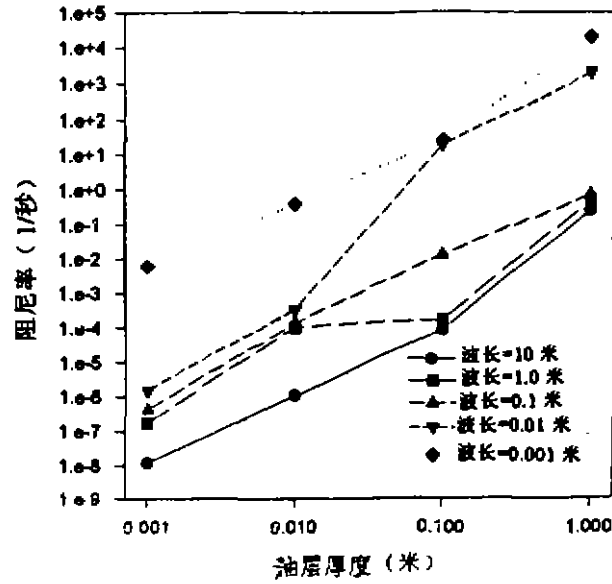


图2 阻尼率~油层厚度关系

粘性系数 $\mu_0 = 0.0014 \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}^2$, 油~水界面张力系数 $T_1 = 0.035 \text{ N}/\text{m}$, 水~气界面张力系数 $T_2 = 0.030 \text{ N}/\text{m}$ 。分别对油层厚度 $h = 0.001, 0.01, 0.1, 1.0 \text{ m}$ 和界面波长为 $10 \text{ m}, 1 \text{ m}, 0.1 \text{ m}, 0.01 \text{ m}, 0.001 \text{ m}$ 的情况进行了计算。结果如图2。

由于油的密度比水的小,故在无流速的情况下油水界面是稳定的,油层对界面波的阻尼作用随界面波波长的增加而减小,随油层厚度的增加而增大。海面溢油后的典型油层厚度为1厘米的量级,从图中可以看到,对海洋表面张力波的阻尼效果很显著,而对长波的阻尼非常小,这与实际情况一致。另外文献[2]中在势流假设下得到的油水界面波随油层厚度增加而减小的结论在这里并未发现。油水界面上不溶性表面活性剂会增加对界面波的阻尼,所以实际情况下油层的阻尼作用还会更强一些。

参 考 文 献

- 1 Jones W T. Instability at an Interface Between Oil and Flowing Water. *Journal of Basic Engineering*, Dec. 1972, 94.
- 2 Sidney Leibovich. Oil Slick Instability and the Entrainment Failure of Oil Containment Boom. *Journal of Fluid Engineering*, Mar. 1976, 98.
- 3 Kordyban E. The Behavior of the Oil-Water Interface at a Planar Boom. *Journal of Energy Resources Technology* Jun. 1990, 112.
- 4 Kordyban E. The Effect of Waves on the Oil Slick at a Retention Boom. *Journal of Energy Resources Technology*, Mar. 1992, 114.
- 5 Levich V G. *Physicochemical Hydrodynamics*. Prentice-Hall, 1962.
- 6 Miller C A and Neogi P. *Interfacial Phenomena Equilibrium and Dynamic Effects*. Marcel Dekker Inc. 1985.

Analysis and Calculation of Wave Damping by Oil Layer Floating on Water Surface

Liu He-dong Liu Ying-zhong Miao Guo-ping

(Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030)

Abstract This paper deals with the damping rate of interfacial wave between water and oil layer floating on it. Based on the assumption of linearity the effects of the wave lengths and oil-layer thickness on the damping rate is investigated. The results show that the damping rate increases with the increase of oil-layer thickness and decrease of the wave length.

Key words floating oil slick, interfacial wave, damping rate.