

[文章编号] 1001-246X(2005)03-0189-08

# 频散可控格式的一种推广形式及其在爆轰波马赫反射中应用

常利娜, 张德良, 胡宗民, 姜宗林

(中国科学院 力学研究所 LHD 实验室, 北京 100080)

**[摘 要]** 频散可控格式是高精度捕捉激波的新格式. 对原有频散可控格式 (DCD) 进行了推广, 给出了适用于网格点排列不规则情况下的 DCD 格式, 使其具有更广泛的适应性, 在此基础上构造了在非结构三角形网格下的 DCD 格式. 用一些典型算例对推广后的 DCD 格式进行检验, 结果表明该格式是合理和可靠的, 并能够较好地保留原有 DCD 格式的二阶精度. 把推广后的 DCD 格式和具有 8 种组分和 20 个化学反应的基元反应模型相结合, 对氢氧爆轰波在直管道中的传播问题及楔面上马赫反射问题进行计算, 计算结果和实验结果比较表明, 在非结构三角形网格下的 DCD 格式能够有效地捕捉爆轰波, 在爆轰波阵面上不会产生振荡或是抹平间断现象.

**[关键词]** 频散可控格式; 非结构网格; 爆轰波

**[中图分类号]** O357 **[文献标识码]** A

## 0 引言

在激波捕捉问题中, 为了抑制激波附近的波动, 通常会引入人工粘性项, 但这样会降低计算精度, 有可能丢失一些流动细节. Jiang<sup>[1]</sup> 通过考察修正方程中频散项的影响, 给出了频散控制条件, 并依据这一条件构造出无振荡、无人工粘性项的高精度激波捕捉差分格式, 频散可控格式 (DCD). 本文将 DCD 格式加以推广, 给出了 DCD 格式的有限体积法形式, 从而使其具有更广泛的适应性, 不受计算网格类型的限制.

在非结构网格中, 每一网格点周围的单元数目是不确定的, 因此与结构网格相比, 非结构网格更容易处理几何外形复杂的计算域. 但是, 也正是因为这种网格点排列的不规则性, 在非结构网格上构造高精度的计算格式比较困难. 本文给出的 DCD 格式的推广形式能够成功用于非结构三角形网格, 考核和检验一些典型算例, 结果表明推广后的 DCD 格式基本保留了原有 DCD 格式的二阶精度.

多组分化学反应流问题是目前计算流体力学中的一个困难但又十分重要的课题, 特别是具有化学反应的气相爆轰波的传播和马赫反射, 吸引了国内外许多学者. 本文把非结构三角形网格的 DCD 格式与具有 8 种组分和 20 个化学反应的基元反应模型相结合, 对气相氢氧爆轰波在直管道中的传播和楔面上马赫反射的问题进行了数值模拟, 计算结果和实验观察的比较结果是令人满意的. 这为把二阶精度的 DCD 格式应用于爆轰物理、航空航天和武器研制奠定了基础.

## 1 物理问题和数值模型

忽略粘性、热传导和重力的作用, 多组分化学反应的二维理想气体的 Euler 方程组可统一写成

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F^x(U)}{\partial x} + \frac{\partial F^y(U)}{\partial y} = S(U), \quad (1)$$

$$U = \{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n, \rho u, \rho v, E\}^T,$$

$$F^x = \{\rho_1 u, \rho_2 u, \dots, \rho_n u, \rho u^2 + p, \rho uv, (E + p)u\}^T,$$

$$F^y = \{\rho_1 v, \rho_2 v, \dots, \rho_n v, \rho uv, \rho v^2 + p, (E + p)v\}^T, \quad (2)$$

[收稿日期] 2004-03-02; [修回日期] 2004-07-01

[基金项目] 国家自然科学基金和中国工程物理研究院 (NASF10276035) 资助项目

[作者简介] 常利娜 (1973-), 女, 陕西延安, 博士后, 主要从事计算流体力学研究.

$$S_c = \{\dot{w}_1, \dot{w}_2, \dots, \dot{w}_{n_s}, 0, 0, 0\}^T,$$

式中  $\rho_i$  为混合气体的第  $i$  种组分的密度,  $n_s$  表示总的组分数,  $\rho = \sum_{i=1}^{n_s} \rho_i$  为混合气体的总密度;  $u, v$  为  $x$  和  $y$  方向的速度分量;  $E$  为单位体积总能,

$$E = e + \rho(u^2 + v^2)/2, \quad (3)$$

$e = \rho h - p$  是单位体积内能, 其中  $h$  是单位质量焓.  $p$  为理想混合气体的压力, 由道尔顿分压定律和组分气体状态方程给出,

$$p = \sum_{i=1}^{n_s} \rho_i R_i T, \quad (4)$$

其中  $R_i$  为第  $i$  种组分的气体常数,  $T$  为混合气体温度.  $\dot{w}_i$  为第  $i$  种组分的单位体积的质量生成率, 在基元反应模型中,  $\dot{w}_i$  可由基元反应的质量作用定律得到,

$$\dot{w}_i = W_i \sum_{k=1}^{NR} (v''_{ik} - v'_{ik}) \left( K_{f,k} \prod_{j=1}^{n_s} (C_j)^{\nu_{jk}} - K_{b,k} \prod_{j=1}^{n_s} (C_j)^{\nu_{jk}} \right), \quad (5)$$

式中  $i$  和  $j$  表示混合气体组分数,  $k$  为基元反应模型中的化学反应数,  $NR$  为总的化学反应数;  $W_i$  表示第  $i$  种组分的摩尔质量;  $v'_{ik}$  和  $v''_{ik}$  分别表示在第  $k$  个正向和逆向化学反应中  $i$  组分的化学反应计量系统;  $C_j$  表示第  $j$  种组分的摩尔浓度;  $K_{f,k}$  和  $K_{b,k}$  分别表示正反应速率常数和逆反应速率常数,  $K_{f,k}$  由 Arrhenius 公式给出,  $K_{b,k}$  由反应平衡常数和  $K_{f,k}$  求出.

## 2 一维频散控制格式的推广形式

Jiang<sup>[1]</sup> 给出了在均匀结构网格上, 基于二阶迎风差分 and 中心差分构造的频散可控格式

$$\frac{U_j^{n+1} - U_j^n}{\Delta t} = -\frac{1}{\Delta x} (H_{j+\frac{1}{2}}^n - H_{j-\frac{1}{2}}^n), \quad (6)$$

式中

$$H_{j+\frac{1}{2}} = F_{j+\frac{1}{2}L}^+ + F_{j+\frac{1}{2}R}^-, \quad (7)$$

$$\begin{cases} F_{j+\frac{1}{2}L}^+ = F_j^+ + \frac{1}{2} \min \text{mod}(\Delta F_{j-\frac{1}{2}}^+, \Delta F_{j+\frac{1}{2}}^+), \\ F_{j+\frac{1}{2}R}^- = F_{j+1}^- - \frac{1}{2} \min \text{mod}(\Delta F_{j+\frac{1}{2}}^-, \Delta F_{j+\frac{3}{2}}^-), \end{cases} \quad (8)$$

$$\Delta F_{j+\frac{1}{2}}^+ = F_{j+1}^+ - F_j^+, \quad (9)$$

其中  $F^+$  和  $F^-$  是分裂数值通量.

通量函数  $F^+$  和  $F^-$  具有类似的性质, 下面我们主要针对  $F^+$  进行讨论. 将(8)式中有关  $F^+$  的表达式改写为更一般的形式

$$F_{j+\frac{1}{2}L}^+ = F_j^+ + (x_{j+\frac{1}{2}} - x_j) \min \text{mod}(\Delta F_{j-\frac{1}{2}}^+ / (x_j - x_{j-1}), \Delta F_{j+\frac{1}{2}}^+ / (x_{j+1} - x_j)),$$

或

$$F_{j+\frac{1}{2}L}^+ = F_j^+ + (x_{j+\frac{1}{2}} - x_j) \min \text{mod}((\partial F^+ / \partial x)_j^{(bw)}, (\partial F^+ / \partial x)_j^{(fw)}), \quad (10)$$

其中  $(\partial F^+ / \partial x)_j^{(bw)}$  是一阶向后差分,  $(\partial F^+ / \partial x)_j^{(fw)}$  是一阶向前差分.

将  $x_{j+1/2}$  推广为区间  $(x_j, x_{j+1})$  上的任意点, 由(10)式可以看出, 通量函数的分布是关于  $x$  的分段线性函数, 线性函数的斜率取决于  $(\partial F^+ / \partial x)_j^{(bw)}$  和  $(\partial F^+ / \partial x)_j^{(fw)}$  的 minmod 函数. 对于  $F^-$  也有类似的结论.

把上述通量分布函数的构造方法推广到非均匀网格中任意一点处的通量函数计算, 可得到频散可控格式的推广形式

$$\begin{cases} F_{j+\frac{1}{2}L}^+ = F_j^+ + (x_p - x_j) \min \text{mod}((\partial F^+ / \partial x)_j^{(bw)}, (\partial F^+ / \partial x)_j^{(fw)}), \\ F_{j+\frac{1}{2}R}^- = F_{j+1}^- + (x_{j+1} - x_p) \min \text{mod}((\partial F^- / \partial x)_{j+1}^{(bw)}, (\partial F^- / \partial x)_{j+1}^{(fw)}), \end{cases} \quad (11)$$

其中  $x_p \in [x_j, x_{j+1})$ .

### 3 在非结构三角形网格上的应用

我们把上面给出的频散可控格式的推广形式应用于非结构三角形网格单元上,构造非结构网格上的频散可控格式.

三角形单元界面附近的流动是一个二维问题,本文采用 Colella<sup>[2]</sup> 的非分裂算法,文[2]中假定在单元界面上守恒量的交换只是由界面法线方向的流动引起的,这样就可以将一个二维问题变为一个一维问题处理,此时控制方程成为沿界面法线方向  $n$  的投影方程.在不考虑源项的情况下,二维 Euler 方程(1)沿  $n$  方向的投影方程为

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial P(W)}{\partial \chi} = 0, \tag{12}$$

$$W(\chi, t) = \{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n, \rho u^N, \rho u^T, E\}^T,$$

$$P(W) = \{\rho_1 u^N, \rho_2 u^N, \dots, \rho_n u^N, \rho (u^N)^2 + p, \rho u^N u^T, (E + p) u^N\}^T,$$

这里  $u^N$  表示  $n$  方向的速度分量,  $u^T$  表示与  $n$  垂直方向的速度分量.比较  $P(W)$  与  $F^*(U)$  和  $F^*(U)$  可以知道,它们的形式是完全类似的,因此,  $P(W)$  的特征值以及分裂数值通量的表达式可以由  $F^*(U)$  或  $F^*(U)$  类推而来.对于多组分的 Euler 方程,  $F^*(U)$  或  $F^*(U)$  的分裂通量的表达式参见文[3].

从(11)式知道,在结构网格中,为了计算界面  $j + 1/2$  处的通量函数,需要用到  $j$  和  $j + 1$  点处的函数值以及这两点处的向前和向后差分,这样就要用到 4 个点:  $j - 1, j, j + 1$  和  $j + 2$ .在非结构网格中,由于网格点排列不规则,往往不能在已有点中找到这样 4 个点,而需要引入新加.为了保证计算精度和速度,对新引入的点,希望在保证精度的前提下,插值计算尽可能简单.

我们给出了一种直观而有效的引入新点的方法.如图 1 所示,在计算边  $ca$  上的平均通量时,引入点  $i - 1$  和  $j + 1$ ,由  $i - 1, i, j$  和  $j + 1$  四个点确定  $ca$  上的通量.这 4 个点的意义如下,点  $i$  和  $j$  分别是三角形网格单元  $\Delta acd$  和  $\Delta abc$  的重心,点  $i - 1$  是点  $i$  与  $j$  的连线与边  $da$  的交点,点  $j + 1$  是点  $i$  与  $j$  的连线与边  $bc$  的交点.新引入的点  $i - 1$  和  $j + 1$  位于原有网格点的连线上,所以可以很方便地通过线性插值得到这两点处的参数值.下面给出  $ca$  上的平均通量  $H_{ca}$  的估算式

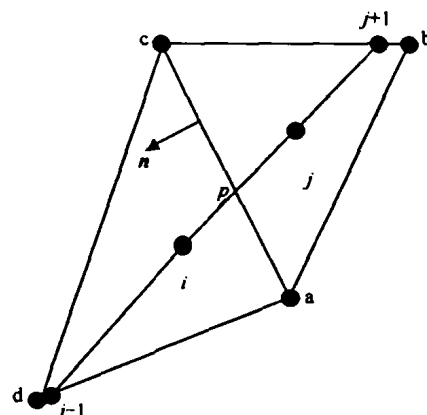


图 1 非结构三角形网格中的控制体单元  
Fig.1 Control volumes in unstructured grids

$$H_{ca} = F_{ca,L}^+ + F_{ca,R}^-, \tag{13}$$

$$\begin{cases} F_{ca,L}^+ = F_i^+ + \delta_{i,p} \min \text{mod} \left( \frac{F_i^+ - F_{i-1}^+}{\delta_{i-1,i}}, \frac{F_j^+ - F_i^+}{\delta_{i,j}} \right), \\ F_{ca,R}^- = F_j^- - \delta_{p,j} \min \text{mod} \left( \frac{F_j^- - F_i^-}{\delta_{i,j}}, \frac{F_{j+1}^- - F_j^-}{\delta_{j,j+1}} \right), \end{cases} \tag{14}$$

其中,点  $p$  是重心  $i$  和  $j$  的连线与边  $ca$  的交点,  $\delta_{m,n}$  表示两点  $m$  与  $n$  之间的距离.

### 4 频散可控格式推广形式有效性的验证

为了检验本文所给的频散可控格式推广形式的有效性,我们首先对两个典型的激波传播问题进行计算,并把计算结果和实验结果进行比较.文中所用的计算网格都采用了 Delaunay 非结构三角形网格,网格生成方法见文[4].

#### 4.1 激波在楔面上马赫反射问题

图 2 是激波在  $46^\circ$  楔面上马赫反射问题.在计算区域为  $1 \times 1$  的方形区域,距左端边界 0.25 处,放置一楔角为  $46^\circ$  的楔面,一道马赫数为 2.0 的正激波从左向右推进.计算采用了均匀非结构三角形网格,三角形单元

的设定边长为 0.002 5, 计算区域内有 128 220 个结点, 383 725 条边, 255 506 个三角形.

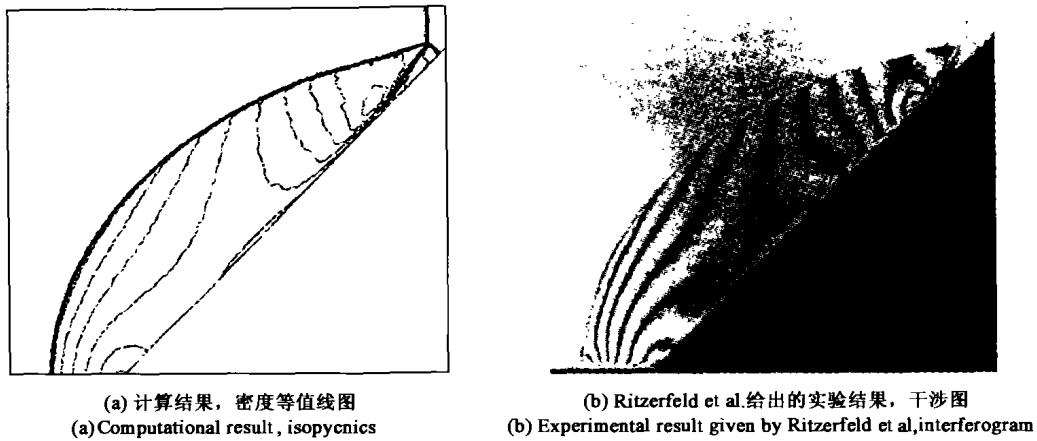


图 2 激波在  $46^\circ$  楔面上马赫反射问题

Fig. 2 Shock reflections over a wedge

图 2(a) 给出了计算结果的密度等值线图, 等值线之间的间隔为  $\Delta\rho/\rho_i = 0.117$ , 其中  $\rho_i$  是正激波前密度, 图 2(b) 是 Ritzerfeld et al.<sup>[5]</sup> 在同等条件下的实验结果. 比较图 2(a) 和 (b) 可以看出, 本文给出的计算结果与实验结果符合得很好, 计算结果准确地给出了马赫杆的长度. Takayama & Jiang<sup>[5]</sup> 采用了二阶频散可控格式在  $400 \times 400$  的均匀结构网格 (与本文计算所用的网格密度相当) 上对同一问题进行了计算, 比较这一计算结果和本文的计算结果, 两种结果中三波点位置和滑移线宽度都基本一致, 表明本文在非结构网格上的频散可控格式基本保留了该格式在结构网格上的原有精度.

#### 4.2 激波在具有隔墙的坑道中传播

图 3 是激波在具有隔墙的坑道中传播问题, 描述了一维平面激波在管道中传播时和障碍物相互作用, 形成复杂的激波反射、绕射以及激波和涡的相互作用的过程<sup>[6]</sup>, 计算区域的相关几何尺寸如图 3 所示. 计算采用了均匀非结构三角形网格, 三角形单元的边长为 0.3 mm, 计算区域内有 182 212 个结点, 543 085 条边, 360 874 个三角形. 计算区域的左侧为超音速进口边界, 右侧为超音速出口边界, 其余边界为滑移固壁. 初始时刻, 第一对隔墙处有一道  $Ms = 1.31$  的正激波. 图 4 给出了本文的计算结果及相应的实验结果<sup>[7]</sup>. 比较两者可以看出, 本文的算法能较为精确地给出激波位置和复杂的激波相互作用过程, 计算得到的螺旋形的涡也是与实验结果相一致的.

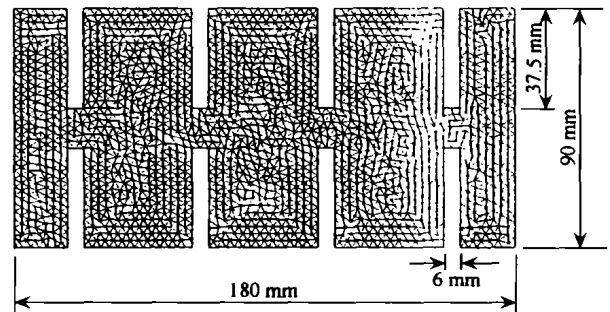


图 3 坑道的非结构网格划分及相关几何尺寸

Fig. 3 Geography and triangulation of the baffle

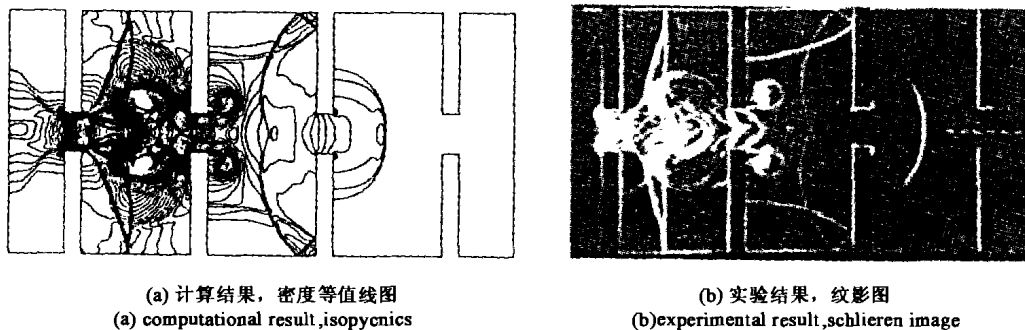


图 4 激波在具有隔墙的坑道中传播问题

Fig. 4 Shock propagation in the baffle

## 5 爆轰波的数值模拟

本文采用的氢氧爆轰波的基元反应模型包含了 8 种组分和 20 个化学反应,表 1 列出了相关参数.上述频散可控格式的推广形式与这一模型通过分裂算法结合起来,从而可以模拟爆轰波在直管道内的传播问题以及在楔面上的反射问题.基元反应和流动的特征时间尺度相差悬殊,需要采用不同的时间步长.文中流动的时间步长是采用 CFL 条件计算得到的,CFL 数取 0.1;基元反应的时间步长取固定值,文中取  $10^{-4} \mu\text{s}$ ,基元反应的时间步长约为流动时间步长的 0.01~0.1 倍.

表 1 反应模型

Table 1 Reaction models

	基元反应式	A	n	Ea
1	$\text{H}_2 + \text{O}_2 = 2\text{OH}$	$1.70 \times 10^{13}$	0.0	47 780
2	$\text{OH} + \text{H}_2 = \text{H}_2\text{O} + \text{H}$	$1.17 \times 10^9$	1.3	3 626
3	$\text{O} + \text{OH} = \text{O}_2 + \text{H}$	$4.00 \times 10^{14}$	-0.5	0
4	$\text{O} + \text{H}_2 = \text{OH} + \text{H}$	$5.06 \times 10^4$	2.7	6 290
5	$\text{H} + \text{O}_2 + \text{M} = \text{HO}_2 + \text{M}$	$3.61 \times 10^{17}$	-0.7	0
6	$\text{OH} + \text{HO}_2 = \text{H}_2\text{O} + \text{O}_2$	$7.50 \times 10^{12}$	0.0	0
7	$\text{H} + \text{HO}_2 = 2\text{OH}$	$1.40 \times 10^{14}$	0.0	1 073
8	$\text{O} + \text{HO}_2 = \text{O}_2 + \text{OH}$	$1.40 \times 10^{13}$	0.0	1 073
9	$2\text{OH} = \text{O} + \text{H}_2\text{O}$	$6.00 \times 10^8$	1.3	0
10	$\text{H} + \text{H} + \text{M} = \text{H}_2 + \text{M}$	$1.00 \times 10^{18}$	-1.0	0
11	$\text{H} + \text{H} + \text{H}_2 = \text{H}_2 + \text{H}_2$	$9.20 \times 10^{16}$	-0.6	0
12	$\text{H} + \text{H} + \text{H}_2\text{O} = \text{H}_2 + \text{H}_2\text{O}$	$6.00 \times 10^{19}$	-1.3	0
13	$\text{H} + \text{OH} + \text{M} = \text{H}_2\text{O} + \text{M}$	$1.60 \times 10^{22}$	-2.0	0
14	$\text{H} + \text{O} + \text{M} = \text{OH} + \text{M}$	$6.20 \times 10^{16}$	-0.6	0
15	$\text{O} + \text{O} + \text{M} = \text{O}_2 + \text{M}$	$1.89 \times 10^{13}$	0.0	-1 788
16	$\text{H} + \text{HO}_2 = \text{H}_2 + \text{O}_2$	$1.25 \times 10^{13}$	0.0	0
17	$\text{HO}_2 + \text{HO}_2 = \text{H}_2\text{O}_2 + \text{O}_2$	$2.00 \times 10^{12}$	0.0	0
18	$\text{H}_2\text{O}_2 + \text{M} = 2\text{OH} + \text{M}$	$1.30 \times 10^{17}$	0.0	45 500
19	$\text{H}_2\text{O}_2 + \text{H} = \text{HO}_2 + \text{H}_2$	$1.60 \times 10^{12}$	0.0	3 800
20	$\text{H}_2\text{O}_2 + \text{OH} = \text{H}_2\text{O} + \text{HO}_2$	$1.00 \times 10^{13}$	0.0	1 800

注:反应速率  $k_f = AT^n \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right)$ ,所涉及的单位为 mole, s, cm, K 和 kal,各反应的第三体增强系数为

(5) $\text{H}_2\text{O} = 18.6, \text{H}_2 = 2.86$ ; (10) $\text{H}_2\text{O} = 0, \text{H}_2 = 0$ ; (13) $\text{H}_2\text{O} = 5.0$ ; (14) $\text{H}_2\text{O} = 5.0$ ;其它为 1.0.

图 5 给出了具有楔面的爆轰管的示意图.初始时刻,管道内充满了处于静态的氢氧混合可燃气,管道左端设置一高温高压平面点火区,混合气体在点火区内被点燃后,开始燃烧,燃烧波逐步加速,并形成爆轰波,在管道内传播;如果在管道内放置一楔面,爆轰波与楔面相遇,形成马赫反射或是正规反射,反射的类型取决于楔角的大小.

在计算过程中,初始时刻,点火区的参数值设为 CJ 值,管道其余区域内初始压力为 1 bar,温度为 295 K.计算域的左端边界为滑移固壁,右端为无反射边界,上下边界均设为滑移固壁.

### 5.1 爆轰波在激波管内的传播问题

计算爆轰波在激波管内的传播问题的主要目的是:1)将本文的计算结果与文[8]给出的采用 ZND 模型的计算结果相比较,检验本文的计算模型是否可靠;2)将非结构网格上的二维计算结果与一维结果相比较,检验本文所给的非结构网格上的算法是否可靠.计算中所取的激波管的长度为 20 cm,管内充满化学

当量比的氢氧混合气体,并掺混 20% 的 Ar.在一维计算中采用了均匀网格,网格间距为 0.025 cm;在二维计算中,激波管的宽度为 3 个网格间距,采用了均匀三角形网格,计算区域内有 3 204 个结点,8 003 条边,4 800 个三角形.图 6(a)和(b)分别给出了爆轰产物中的温度和压力分布.可以看出;对于温度曲线,二维结果与一维是完全相符的,而在压力图中,波阵面附近二维的计算压力要比一维偏高一些,其他位置则符合得很好.二维计算压力偏高和这一区域压力梯度非常大有关,对三角形网格,各点处的参数值是通过线性插值得到的,因此,在高压力梯度的区域,插值后得到的压力值可能会比原有网格结点或单元中心点上的压力值略高.

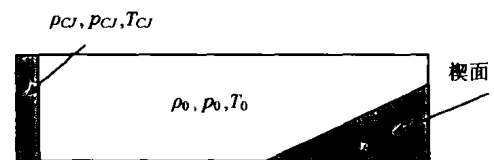


图 5 具有楔面的爆轰管的示意图

Fig. 5 A sketch of the duct with a wedge

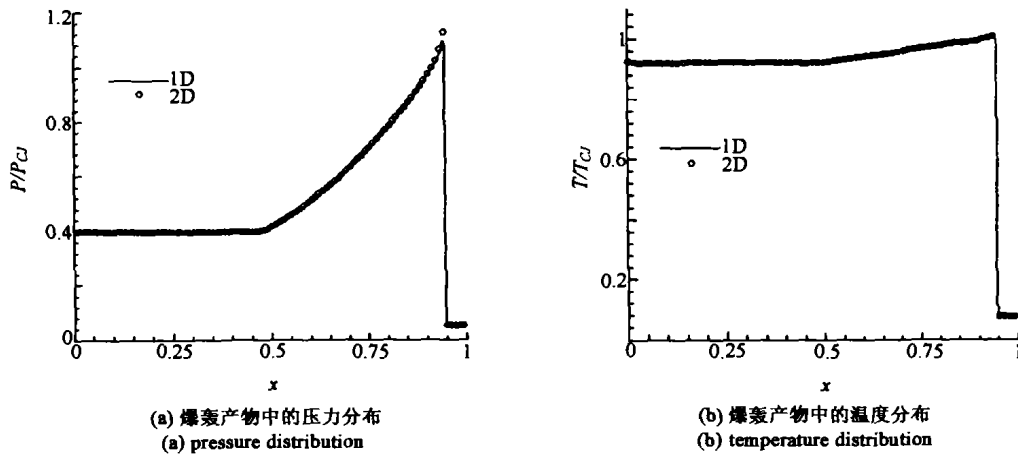


图 6 非结构网格上的计算结果与一维计算结果的比较

Fig.6 A comparison of one dimensional computational result with that of an unstructured grid

表 2 列出了本文计算得到的  $U_{CJ}$ ,  $P_{CJ}/P_i$  和  $T_{CJ}$ . 计算结果表明, 一维与二维计算得到的 CJ 参数基本相等, 这里不再单独列出. 表 2 还给出了 Shepherd<sup>[8]</sup> 采用 ZND 模型计算得到的相应参数, 比较两者结果可以看出, 速度与温度的 CJ 值符合得很好, 误差不超过 1%, 但压力偏差略大一些.

表 2 比较本文计算结果和 Shepherd 的计算结果 (掺混 20% 的 Ar 的化学当量比的氢氧混合气体)

Table 2 A comparison with Shepherd's calculation (stoichiometric oxyhydrogen mixture with 20% Ar dilution)

	$U_{CJ}/m \cdot s^{-1}$	$P_{CJ}/P_i$	$T_{CJ}/K$
本文的计算结果	2 350.5	18.0	3 567
Shepherd 的计算结果	2 357.3	19.1	3 594

5.2 爆轰波的楔面反射问题

激波在楔面上反射问题的研究已经十分成熟, 但是, 对于爆轰波的楔面反射问题的研究却有待进一步深入. 2002 年, Thomas<sup>[9]</sup> 给出了初始压力为 20 kPa 时, 混合物  $2H_2 + O_2 + Ar$  在楔角为  $30^\circ$  或  $60^\circ$  楔面上反射问题的实验纹影图. 本文采用非结构三角形网格对这两种爆轰波反射问题进行了数值计算, 并和 Thomas<sup>[9]</sup> 实验纹影图进行了比较.

图 7 给出了爆轰波楔面反射问题的计算区域和非结构三角形网格分布. 计算爆轰波反射问题时需要非常密的计算网格, 文中非结构三角形网格单元的边长设定为 0.25 mm, 在楔角为  $30^\circ$  的计算区域内有 42 658 个结点, 127 159 条边, 84 502 个三角形; 在楔角为  $60^\circ$  的计算区域内有 30 223 个结点, 90 005 条边, 59 783 个三角形.

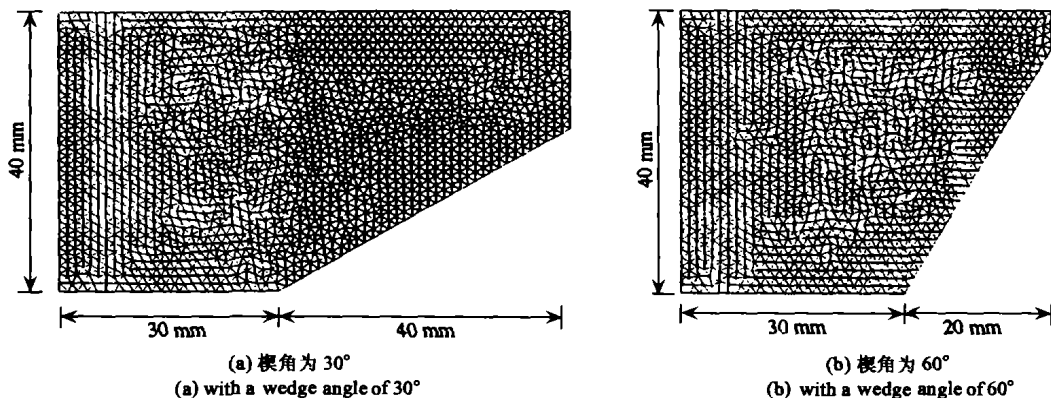


图 7 爆轰波楔面反射问题的计算区域和非结构三角形网格分布

Fig.7 Computational domains and triangulations in a detonation reflection problem

图 8 给出了爆轰波楔面反射问题数值计算和实验纹影图. 计算结果图中清晰地给出了爆轰波的马赫杆

以及反射激波的形状.但是,图中的人射激波位置并不很明显,原因是计算给出的反映密度变化的灰度图只是给出了  $y$  方向上的方向导数,而入射激波附近的密度变化主要是沿  $x$  方向的, $y$  方向上密度变化不大.图 8(a)和(b)是楔角为  $30^\circ$ 时爆轰波马赫反射的数值计算和实验纹影图,比较(a)和(b)中三波点轨迹与楔面的夹角  $\chi$ ,可以看出计算结果与实验结果基本相符,大约都在  $6^\circ$ 左右.图 8(c)和(d)是楔角为  $60^\circ$ 时爆轰波正规反射的数值计算和实验纹影图,由于这时的楔角已经超过了临界角,因此,在楔面上发生的是正规反射.比较(c)和(d)可以看出,两者也是比较符合的.

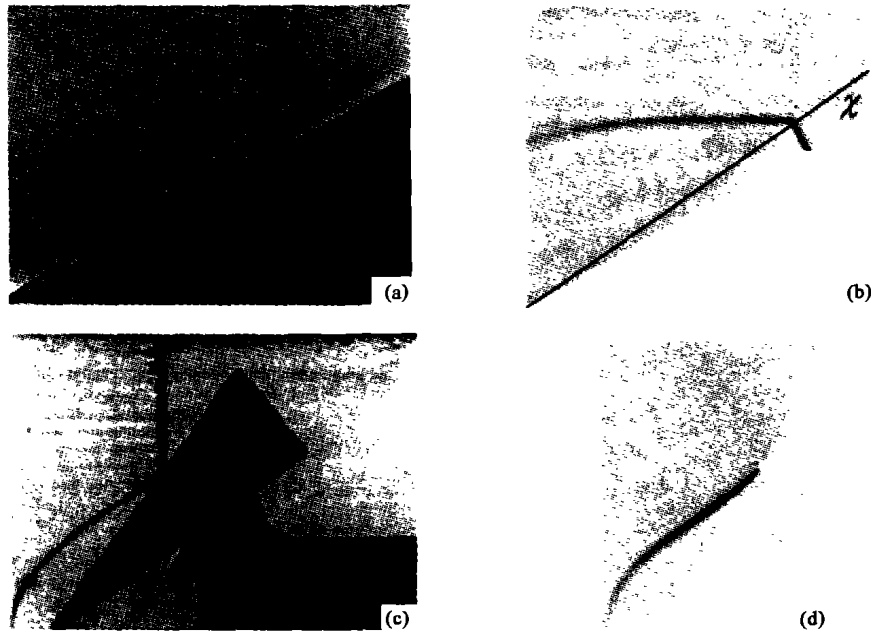


图 8 爆轰波在楔面上的反射问题( $2\text{H}_2 + \text{O}_2 + \text{Ar}$ , 初始压力 20kPa)

Fig. 8 A sketch of the detonation reflection( $2\text{H}_2 + \text{O}_2 + \text{Ar}$ , initial pressure 20kPa)

- (a)楔角为  $30^\circ$ ,实验纹影图 (b)楔角为  $30^\circ$ ,计算结果 (c)楔角为  $60^\circ$ ,实验纹影图 (d)楔角为  $60^\circ$ ,计算结果  
 (a)wedge angle  $30^\circ$ ,schlieren image (b)wedge angle  $30^\circ$ ,computational result (c)wedge angle  $60^\circ$ ,schlieren image  
 (d)wedge angle  $60^\circ$ ,computational result

## 6 结论

- 1)本文给出了频散可控(DCD)格式的推广形式,该形式具有构造简单,使用灵活的特点,从而有更广泛的适应性;
- 2)利用 DCD 格式的推广形式,构造了在非结构三角形网格下的 DCD 格式.数值检验结果表明,非结构网格下的 DCD 格式基本保留了原格式的二阶精度;
- 3)非结构网络下的 DCD 格式和基元反应模型相结合,对爆轰波的传播和马赫反射进行了数值模拟,并和相应实验纹影图作了比较,结果表明该格式能够成功地捕捉爆轰波和爆轰波马赫反射现象,计算具有较高的精度.

## [参 考 文 献]

- [ 1 ] Jiang Zonglin, Takayama Kazuyoshi, Chen Yaosong. Dispersion conditions for non-oscillatory shock capturing schemes and its applications[J]. Computational Fluid Dynamics J, 1995, 4(2): 137 - 150.
- [ 2 ] Colella P. Multidimensional upwind methods for hyperbolic conservation laws [J]. J Comp Phys, 1990, 87: 171 - 200.
- [ 3 ] Hu Zong-min, Mu Qian-hui, Zhang De-liang, Jiang Zong-lin. Numerical simulation of gaseous detonation wave propagation through bends with a detailed chemical reaction model[J]. Chinese J Comp Phys, 2004, 21(5): 408 - 414.
- [ 4 ] Yin He, Chang Li-na, Yan Chuan-jun. A method for constructing two-dimensional Delaunay triangulation with application to combustor

- [J]. Chinese Journal of Aerospace Power, 1999, 14: 413 - 416.
- [ 5 ] Takayama K, Jiang Z. Shock wave reflection over wedges: a benchmark test for CFD and experiments [J]. Shock Waves, 1997, 7: 191 - 203.
- [ 6 ] Zhang D L. The Application of CE/SE method to interaction of shock wave with vortex [A]. The 4th Int Workshop on Shock Wave/Vortex Interaction, Oct. 11 - 16, 2001, Anhui Huangshan, China.
- [ 7 ] Krehl P, Engemann S, Neuwald P. Flash lighting instrumentation for color schlieren shock wave photograph [J]. Shock Waves, 1995, 4: 194 - 207.
- [ 8 ] Schultz E, Shepherd J. Validation of detailed reaction mechanisms for detonation simulation [R]. Graduate Aeronautical Laboratories, California Institute of Technology, Pasadena, Ca 91125, 2000.
- [ 9 ] Thomas G O, Williams R LI. Detonation interaction with wedge and bends [J]. Shock Waves, 2002, 11: 481 - 492.

## A General Form of the Dispersion-controlled Dissipative Scheme and Its Application in Detonation Problems

CHANG Li-na, ZHANG De-liang, HU Zong-min, JIANG Zong-lin

(Key Laboratory of High-Temperature Gas Dynamics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

**Abstract:** A general form of the dispersion-controlled dissipative (DCD) scheme is proposed. An unstructured DCD is constructed and its reliability is demonstrated with numerical simulations. Comparisons of the unstructured results with the second order structured results reveal that the previous resolution is well retained. In order to simulate detonation problems, unstructured DCD is combined with detailed chemical reaction kinetics. The algorithm is used to simulate detonation propagating along a straight duct with or without a wedge. Comparison of the numerical simulations and experiments shows that the algorithm works well in capturing detonation waves. Neither numerical oscillation nor artificial viscosity occurs in practical calculations.

**Key words:** dispersion-controlled dissipative scheme; unstructured grid; detonation