

文章编号: 0253-2239(2001)06-0667-06

# 自适应光学系统的数值模拟:动态控制过程 和频率响应特性\*

严海星 李树山 陈 涉

(中国科学院力学研究所, 北京 100080)

**摘要:** 对自适应光学系统的动态控制过程进行了数值模拟。与自动控制理论的解析分析相比,动态控制过程的数值模拟有其优越性。系统的频率响应特性与动态控制性能密切相关,对自适应光学系统的频率响应特性也进行了数值模拟。模拟计算的结果与实验测量结果符合得很好。还实现了多频率成份的同时计算,可以大大提高计算效率。其结果与单频率结果只在低频下有小的差别,可以满足得到带宽和裕量等参数的实用要求。将频率响应特性的模拟计算与长时间曝光斯特列耳(Strehl)比的数值模拟结合,可得到对自适应光学系统性能的有效评估。

**关键词:** 自适应光学; 数值模拟; 动态控制; 频率响应; 比例积分控制器

中图分类号: TP202+.7 TP273+.1 文献标识码: A

## 1 引 言

自适应光学系统可以实时地检测并校正光波经大气传输后发生了畸变的相位波前,显著地改善光波在大气中的传输,从而在天文和激光传输领域得到广泛的应用<sup>[1]</sup>。自适应光学系统本身是光电工程技术与自动控制技术相结合的产物<sup>[1,2]</sup>。

数值模拟在自适应光学系统的设计、研究和使用的价值是显而易见的。它可以针对一个设计中的自适应光学系统进行模拟计算,对系统的各种特性以及对于投资的回报给出比较准确的预估。还可以对已有自适应光学系统的大量实验场景比较方便且廉价地得到一系列仿真计算结果,甚至可以对实际的自适应光学系统无法测试的极端条件进行模拟计算,深入地研究自适应光学系统的性能和规律。我们已经建立了自适应光学系统的各组成部分(相位探测,相位复原和相位校正)的理论模型和计算程序,实现了自适应光学系统的静态数值模拟研究<sup>[3-5]</sup>和对噪音及探测误差效应的模拟计算<sup>[6]</sup>。空间带宽、时间带宽和噪音与探测误差的效应是决定自适应光学系统性能的三个主要方面。动态控制性能对自适应光学系统的实际应用十分重要,涉及系统能否稳定地工作,并与系统的时间带宽和校正效

果密切相关。对自适应光学系统的动态控制过程和相关性能的研究和计算,有些文献是以控制理论的解析分析为基础<sup>[7]</sup>。我们则采用了另一条技术路线,即完全采用数值模拟的方法实现对自适应光学系统的仿真。本文实现了对自适应光学系统的动态控制过程的数值模拟,这也是我们已有工作<sup>[3-6]</sup>的扩展。

但是,包括动态迭代的计算只能较有效地得到长时间曝光斯特列耳比的模拟计算结果,评估自适应光学系统的校正效果;而难以有效地判断自适应光学系统是否稳定地工作,特别是无法给出实验上感兴趣的带宽和裕量等参数。在实验上,通常使用频率响应分析仪或频谱分析仪实际测量自适应光学系统的频率响应特性,画出波德(Bode)图,进而得到带宽和裕量等重要参数。为了完整地实现对自适应光学系统的数值模拟研究,除了加入动态迭代以外,还必须对自适应光学系统的频率响应特性进行数值模拟,即:必须在数值仿真中包括对频响分析仪或频谱分析仪的模拟计算。本文的另一目的正是针对自适应光学系统实现对频率响应特性的数值模拟。

## 2 动态控制过程的数值模拟

从控制的角度看,自适应光学系统是一种随机随动控制系统<sup>[2]</sup>。一个典型的自适应光学系统的结构如图 1 所示。其中  $r(s)$  是畸变的相位波前,  $y(s)$  是校正后的相位波前,  $e(s)$  是残余相位波前,  $n(s)$

\* 国家高技术研究发展计划激光技术领域的资助项目。

收稿日期:1999-09-03; 收到修改稿日期:2000-04-10

是系统的噪声,  $G_0(s)$  是自适应光学系统自身(不包括控制器)的传递函数,而  $C(s)$  是控制器的传递函数,其中  $s = j2\pi f$ 。

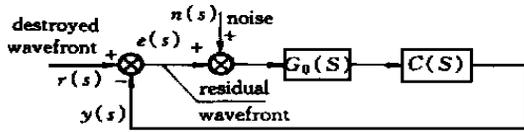


Fig. 1 Block diagram of a typical adaptive optics (AO) system

在自适应光学系统硬件的实际运行中,实质上起作用的是整个自适应光学系统(包括系统自身和控制器)的差分方程:

$$U_n = a_1 U_{n-1} + a_2 U_{n-2} + a_3 U_{n-3} + \dots + b_1 E_n + b_2 E_{n-1} + b_3 E_{n-2} + \dots \quad (1)$$

此差分方程把第  $n$  个时间步长的校正后的相位波前  $U_n$  与前几个时间步长的相位波前  $U_{n-1}, U_{n-2}, \dots$  及本次和前几次探测到的误差量  $E_n, E_{n-1}, \dots$  联系起来。不同的控制器的作用正是体现为这种联系的不同,即体现为系数的不同组合。

在自适应光学系统中采用的控制器可以分成连续控制器和数字控制器两种。对于数字控制器,可以由自动控制的理论分析直接得到  $C(z)$

$$C(z) = \frac{b_1 + b_2 z^{-1} + b_3 z^{-2} + \dots}{1 - a_1 z^{-1} - a_2 z^{-2} - a_3 z^{-3} - \dots} \quad (2)$$

其中,  $z$  为自动控制理论中的  $Z$  变换算子,  $z = \exp(-sT)$ ,  $T$  为采样周期,式中的系数与(1)式中的系数是对应的。而对于连续控制器,必须由自动控制的理论分析首先得到它的传递函数表达式  $C(s)$ ,再利用恰当的变换方法得到相应的  $C(z)$ 。但是,采用不同的变换方法,可能会得到不同的离散化表示,即会得到不同的差分方程,没有一对一的确定性。并且实际上,常常难以准确地得到自适应光学系统和控制器的传递函数表达式。对于设计中的自适应光学系统,尤其如此。也就是说,这种控制理论的解析分析方法有它的局限性。

另外,经数值模拟计算或自适应光学系统的硬件运行已经证明一种系数组合与一个性能优良的控制器对应,但常常难以用经典的控制理论分析把此系数组合归结为某一种控制器,并得到其传递函数表达式。相比之下,数值模拟可以与自适应光学系统的硬件运行情况直接对应,可以针对任何感兴趣的系数组合进行模拟计算,显示出仿真计算特有的优越性。

自适应光学系统可以用来校正从被观测目标到

成像光学系统光学通道上的所有静态像差和大气湍流造成的动态光学像差;也可以实时地测量和校正信标光在不同实验场景的大气湍流中传输发生了畸变的相位波前,把校正后的相位加到发射激光束上,再在大气湍流中传输,从而在靶面上获得光束质量大为改善的激光传输效果。本文的数值模拟是针对第二种应用进行的。应该指出,针对第一种应用也同样可以使用本文的数值模拟。

姜文汉等人研制了 61 单元自适应光学系统<sup>[8]</sup>。该系统采用哈特曼-夏克(Hartmann-Shack)波前传感器测量畸变的相位波前,实际使用的子孔径数为 48,采样频率为 838 Hz。变形反射镜的驱动器单元数为 61。在哈特曼-夏克传感器中,把接收到的信标光分割,并把每个子孔径的波场聚焦到 CCD 探测器上,进行光心的测定,得到倾斜量。然后,在高速波前处理机中进行波前复原计算和动态控制计算。图 2 为该自适应光学系统的工作时序的示意图<sup>[9,10]</sup>。为了提高计算速度、减少时间延迟,波前处理计算采用了独特的并行与串行相结合的工作方式。尽管如此,CCD 探测器的曝光和读出,光心和倾斜量的计算、波前复原计算和动态控制计算,都要花费一定的时间。它们的总和构成自适应光学系统的时间延迟。与第  $n$  帧采样对应的校正相位在图中用  $V(n)$  表示,提供给发射光束使用。我们的数值模拟计算是按照这一工作时序的实际情况进行的。

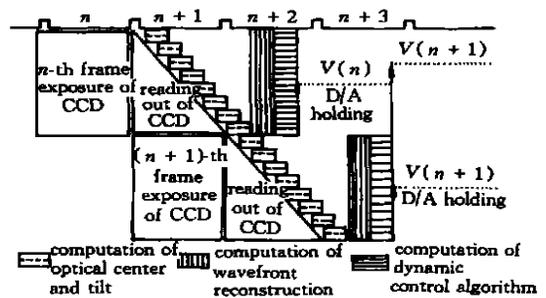


Fig. 2 Explanatory diagram of working procedures and timetable of an AO system

自适应光学系统的动态控制过程的数值模拟包括一系列的动态迭代计算。每次动态迭代计算包括如下步骤<sup>[3,4]</sup>:第一步,计算得到信标光在某个时刻穿过湍流大气传输后相位波前发生了畸变的波场;第二步,对自适应光学系统的相位探测和相位复原进行模拟计算,得到与此次采样对应的  $E_n$ ;第三步,对于采用的控制器所对应的系数组合,利用(1)式和前几次的  $E_{n-1}, \dots, U_{n-1}, \dots$  计算出新的校正相位  $U_n$ ;第四步,按照自适应光学系统的实际工作时序,在某

个延迟后的时刻,对由于横向风和靶运动等原因相应地移动的相屏(这些相屏与发生了变化的湍流介质对应),计算相位经过校正的发射光束的大气传输。连续地进行一系列这样的动态迭代计算,可以得到自适应光学系统的长时间曝光斯特列耳比以及环境能量曲线和光场分布等信息。

如果控制器参数选择不合适,自适应光学系统将不能稳定地工作。原则上,这种不稳定会在长时间的动态迭代计算中显现出来。我们也确实曾观察到这种不稳定现象。但是,这种不稳定常常要在几万、乃至更多次动态迭代以后才能显现出来。因此,用动态迭代计算研究自适应光学系统的稳定性至少很不经济。而且,动态迭代计算也无法得到实验上感兴趣的自适应光学系统的带宽、相位裕量和增益裕量等信息。这就是为什么除了对自适应光学系统的动态控制过程作数值模拟以外,还必须对自适应光学系统的频率响应特性作数值模拟。

另外,直接计算自适应光学系统的长时间曝光斯特列耳比的工作量特别大,对一组条件必须作相当多次的动态迭代计算,使得难以靠斯特列耳比的模拟计算筛选出系统的最佳工作条件。我们希望找到更简便、有效的方法进行条件初选,而只对少量的条件进行斯特列耳比的数值计算,主要起检验和核实的作用。这是我们要对自适应光学系统的频率响应特性作数值模拟的又一个原因。

### 3 频率响应特性的数值模拟

对自适应光学系统的频率响应特性的数值模拟是在我们的自适应光学系统的模型中加入针对频率响应分析仪或频谱分析仪的仿真。即,对一个任意选定的变形镜的驱动器(通常选不在变形镜边缘也不在变形镜中心的一个驱动器),加上振幅一定的某个频率的正弦信号作为整个系统的输入信号,经过自适应光学系统的处理,在该驱动器上得到随时间变化的频率响应信号。图3和图4示出了频率响应信号的例子。进而,对此响应曲线作傅里叶分析,得到自适应光学系统(带控制器或不带控制器)在该频率下的振幅响应和相位响应。对多个不同频率的仿真计算结果就构成了系统的波德图。进而,可以方便地得到带宽和裕量等重要参数。

所输入的正弦信号可以是单一频率的,称为单频率计算,这与实验上频率响应分析仪的工作状况相对应。也可以把多个不同频率成份的叠加作为输

入信号,称为多频率计算,它与实验上频谱分析仪的工作状况相对应。显然,对多个不同频率成份的叠加进行计算,可以在一次计算中同时得到多个频率的频率响应特性结果,大大地提高计算效率。

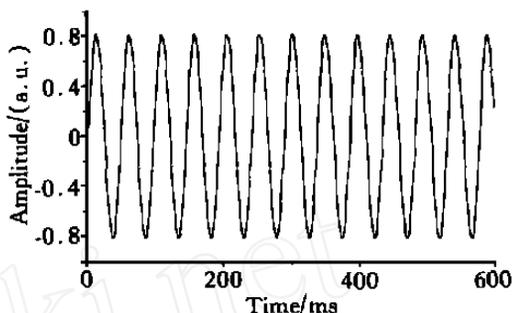


Fig. 3 Diagram of the simulated frequency response signal of an AO system itself (without controller). Input: sine-wave signal with amplitude of 1

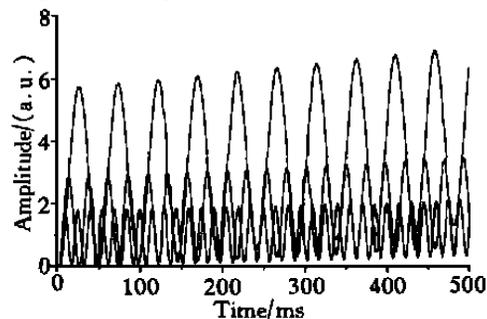


Fig. 4 Diagram of the simulated frequency response signals of an open-loop AO system with an unstable controller at frequencies of 25 Hz, 50 Hz, 80Hz. Input: sine-wave signals with amplitude of 1

当把不同频率的分量叠加在一起时,各频率分量的初始振幅可以不相同,而初始振幅不同的频率分量可能造成频率响应模拟计算结果的不同。我们在数值计算中,将叠加以后的输入信号的初始振幅除以其振幅的最大值,然后再作为输入信号输进自适应光学系统,求得频率响应效果。这种处理称为归一化。计算结果显示,初始振幅是否归一化对于频率响应的模拟计算结果有很大影响。

## 4 结果与讨论

### 4.1 频率响应信号

为了验证模拟计算系统是否是一个良好的线性系统,也为了对自适应光学系统的频率响应特性有一个感性认识,我们用单一频率的正弦波替代畸变相位波前  $r(s)$ ,令系统开环工作,对于不包括控制器的自适应光学系统自身 $J$ (即只与图1中  $G_0(s)$  对应的部分),可以在输出端得到如图3所示的频率响应信号。

当自适应光学系统包括控制器时,系统的开环频率响应信号的倾斜情况与系统的稳定性有关。通常,自适应光学系统的开环频率响应信号为等幅的正弦波,其频率与输入信号的频率相同。包括控制器的自适应光学系统的开环频率响应信号的包络线是否随时间向正方向倾斜与系统所包括的控制器是否稳定有关。对于能够稳定工作的自适应光学系统,频率响应信号随时间的发展是平的或是向负方向倾斜;而按照经典的自动控制理论不能稳定工作的自适应光学系统,其频率响应信号随时间的发展明显

地向正方向倾斜。图 4 示出了包括一个不能稳定工作的控制器的自适应光学系统与图 1 中  $G_0(s)$  和  $C(s)$  的结合对应  $J$  的开环频率响应信号。也就是说,当自适应光学系统包括控制器时,它的开环频率响应信号是否随时间向正方向倾斜是判断该控制器能否稳定工作的相当灵敏、有效的手段。

#### 4.2 频率响应的单频率计算结果

表 1 列出了不带控制器的 61 单元自适应光学系统自身的频率响应特性的单频率模拟计算结果。

Table 1. Numerical simulation results of frequency response of the 61 elements AO system with frame frequency of 838 Hz by using single frequency and multiple frequency inputs

frequency / Hz	best fit of the experimental data		numerical simulation results by using single frequency input		numerical simulation results by using composite input of 16 frequencies with initial amplitudes of 1 and normalization		numerical simulation results by using composite input of 500 frequencies with initial amplitudes of 1 and normalization	
	gain/ dB	phase/ (°)	gain/ dB	phase/ (°)	gain/ dB	phase/ (°)	gain/ dB	phase/ (°)
20.85	- 1.78	- 23.26	- 1.78	- 23.34	- 1.82	- 23.66	- 1.71	- 21.16
29.20	- 1.79	- 32.59	- 1.80	- 32.67	- 1.84	- 33.14	- 1.70	- 30.65
41.71	- 1.83	- 46.54	- 1.84	- 46.67	- 1.87	- 47.36	- 1.70	- 44.87
54.22	- 1.88	- 60.49	- 1.89	- 60.67	- 1.92	- 61.59	- 1.72	- 59.09
66.73	- 1.94	- 74.47	- 1.95	- 74.67	- 1.99	- 75.82	- 1.76	- 73.31
79.25	- 2.02	- 88.43	- 2.03	- 88.67	- 2.07	- 90.04	- 1.81	- 87.52
100.10	- 2.18	- 111.71	- 2.19	- 112.01	- 2.22	- 113.75	- 1.94	- 111.19
120.95	- 2.37	- 135.00	- 2.38	- 135.35	- 2.42	- 137.45	- 2.12	- 134.85
141.81	- 2.60	- 158.25	- 2.62	- 158.68	- 2.65	- 161.17	- 2.34	- 158.50
166.83	- 2.92	- 173.80	- 2.95	- 173.32	- 2.98	- 170.38	- 2.67	- 173.14
196.03	- 3.37	- 141.26	- 3.41	- 140.65	- 3.44	- 137.19	- 3.13	- 140.08
225.23	- 3.90	- 108.64	- 3.95	- 107.98	- 3.98	- 104.01	- 3.68	- 107.05
262.76	- 4.70	- 66.75	- 4.77	- 65.98	- 4.79	- 61.34	- 4.53	- 64.63
308.64	- 5.88	- 15.50	- 5.97	- 14.65	- 5.98	- 9.19	- 5.78	- 12.85
358.69	- 7.42	- 40.30	- 7.55	- 41.35	- 7.55	- 47.70	- 7.41	- 43.59
415.42	- 9.55	- 103.65	- 9.62	- 105.00	- 9.59	- 112.36	- 9.14	- 109.96

图 5 为相应的波德图。

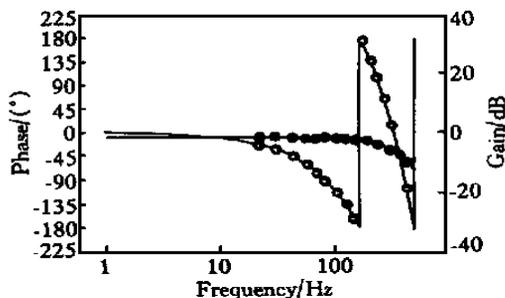


Fig. 5 Bode diagram of an AO system itself (without controller). Wherein solid line represents the best fit of experimental data, the solid circle represents the numerical simulation results of amplitude response, and the hollow circle represents the numerical simulation results of phase response

图中的实线为实验数据的最佳拟合线<sup>[9,10]</sup>;图中的符号是我们的数值模拟计算结果。可以看出,我们的数值模拟计算结果与实验数据符合得很好。这为我们的数值模拟计算的可靠性提供了有力的证明。

由波德图的模拟计算发现,在自适应光学系统中包含两个积分环节,分别与哈特曼-夏克传感器中的采样过程和变形镜驱动器的响应过程相对应。

#### 4.3 频率响应的多频率计算结果

与频谱分析仪的工作状况相对应,我们在输入的驱动信号包括几个到几百个不同频率分量的情况下进行了数值模拟计算。结果发现:只有对合成的初始信号进行归一化处理之后,才能得到较合理、准

确的结果;不同频率成份的初始振幅(相当于不同频率分量贡献的权重)是否相等,不太重要。在实际计算中,采用各频率分量的初始振幅相等并进行归一化处理的方案。对 16 个频率和 500 个频率的计算结果也一并列在表 1 中。

结果表明,尽管在较低频率下多频率计算的结果的数值与单频率计算的结果有小的差别,并在某些区段振幅响应值随着频率的改变不完全单调,但是,对于我们感兴趣的自适应光学系统的动态控制特性,特别是从确定实验上关心的带宽、相位裕量和增益裕量来看,多频率的计算结果是足够准确的(见表 1)。当把多频率计算结果与实验数据比较时,情形也如图 5 所示。即:在图中看不出多频率计算结果与单频率计算结果的区别,多频率计算结果与实验数据符合得也很好。多频率计算的计算效率可以提高一个数量级以上。由此也可以看到,不同频率的分量之间存在某种相互作用,频谱分析仪的测量结果可能包含一定的误差,不如频率响应分析仪的

结果可靠。

#### 4.4 自适应光学系统包括纯积分控制器的结果

实际使用的自适应光学系统带有动态控制器。纯积分控制器是最基本的,也是实验中常用的。对于纯积分控制器,  $C(s) = K/s$ , 其相应的差分方程如(1)式,其中  $a_1 = 1$ ,  $b_1 = KT$ ,  $K$ 为控制器的增益系数,  $T$ 为采样周期。

可以由包括积分控制器的自适应光学系统的频率响应特性数值模拟计算得到不同增益值条件下的系统带宽、相位裕量和增益裕量;并利用包括动态迭代的长时间曝光斯特列耳比的数值模拟计算程序,在不同的实验场景下计算出相应的自适应光学系统的相位校正效果。结果一并列于表 2 中。可以看出,对于不同的实验场景,校正效果最佳的控制器的系数组合是不同的;而且,与自适应光学系统的最大带宽没有简单的对应关系。把不同控制器的带宽和相位裕量与自适应光学系统的相位校正效果结合起来,才能得到对自适应光学系统性能的完整分析。

Table 2. Numerical simulation results of bandwidth, phase margin, gain margin and Strehl ratios of an AO system with a PI controller

$a_1$	$b_1$	bandwidth / Hz	phase margin / (°)	gain margin / dB	Strehl ratio condition 1	Strehl ratio condition 2	Strehl ratio condition 3
1.00	0.20	21.7	70.1	13.5	0.171	0.072	0.093
1.00	0.25	26.7	64.7	11.6	0.204	0.078	0.092
1.00	0.30	32.5	60.1	10.0	0.233	0.082	0.090
1.00	0.35	37.5	55.5	8.6	0.257	0.084	0.087
1.00	0.40	43.4	50.2	7.4	0.274	0.084	0.083
1.00	0.45	48.4	45.6	6.4	0.285	0.082	0.077
1.00	0.50	53.5	40.2	5.5	0.286	0.078	0.071
1.00	0.55	58.9	35.0	4.7	0.278	0.072	0.062
1.00	0.60	64.2	31.2	3.9	0.260	0.063	0.053

**Computational conditions:** The 61 elements AO system with frame frequency of 838 Hz, 1000 times of dynamic iteration, propagation distance of 3 kilometer,  $C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ , the lateral distance between target and beacon  $X_0 = 0$ ,  $V_c$  is the velocity of target,  $V_0$  is the lateral wind speed. Condition 1:  $V_0 = 5 \text{ m/s}$ ,  $V_c = 0$ ; Condition 2:  $V_0 = 10 \text{ m/s}$ ,  $V_c = 0$ ; Condition 3:  $V_0 = 5 \text{ m/s}$ ,  $V_c = -50 \text{ m/s}$

作者对于与中国科学院光电技术研究所李新阳的多次有益的讨论深表谢意。

#### 参 考 文 献

- [1] 周仁忠主编. 自适应光学. 北京: 国防工业出版社, 1996.
- [2] 吴麟主编. 自动控制原理. 北京: 清华大学出版社, 1992.
- [3] 严海星, 张德良, 李树山. 自适应光学系统的数值模拟: 直接斜率控制法. 光学学报, 1997, 17(6): 758 ~ 764
- [4] Yan Haixing, Li Shushan, Zhang Deliang *et al.*

Numerical simulation of an adaptive optics system with laser propagation in the atmosphere. *Appl. Opt.*, 2000, 39(18): 3023 ~ 2031

- [5] 严海星, 陈涉, 张德良等. 自适应光学系统的模式法数值模拟. 光学学报, 1998, 18(1): 103 ~ 108
- [6] 陈涉, 严海星, 李树山. 自适应光学系统的数值模拟: 噪音和探测误差的效应. 光学学报, 2001, 21(5): 545551
- [7] Demerle M, Madec P Y, Rousset G. Servo-loop analysis for adaptive optics. In: Alloin D M, Mariotti J M ed, *Adaptive Optics for Astronomy*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1994. 73 ~ 88

- [8] 姜文汉,王春红,凌 宁 等. 61 单元自适应光学系统. 量子电子学报, 1998, 15(2):193~199
- [9] 李新阳. 自适应光学系统的控制算法设计及控制效果分析. 中国科学院光电技术研究所硕士论文,1997-06
- [10] 李新阳,姜文汉. 自适应光学控制系统的有效带宽分析. 光学学报, 1997, 17(12):1697~1702

## Numerical Simulation of an Adaptive Optics System : Dynamic Control Process and Frequency Response Characteristics

Yan Haixing Li Shushan Chen She

(*Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080*)

(Received 3 September 1999; revised 10 April 2000)

**Abstract :** A numerical simulation of the dynamic control process in an AO system is carried out to complete a comprehensive numerical simulation of an AO system. In comparison to the theoretical analyses of automatic control, the numerical simulation of dynamic control process in an AO system is advantageous. The frequency response characteristics are closely related to the dynamic control performance of an AO system. A numerical simulation of the frequency response characteristics in an AO system is presented as well. The numerical simulation results agree with the experimental data excellently. The simulation calculation results of frequency response by using composite input of multiple frequencies are comparable to the single-frequency simulation results quite well and usable to determine the practical parameters of bandwidth and margins. The computing time of multi-frequency simulation calculation is much shorter than that of the single-frequency simulation calculation. The performances of an AO system can be effectively investigated by means of a combination of the numerical simulation of frequency response characteristics with that of long-exposure Strehl ratio.

**Key words :** adaptive optics; numerical simulation; dynamic control; frequency response; proportional plus integral controller