

文章编号: 0258-1825(2008)04-0456-06

准定常强激波马赫反射波形的数值研究

高云亮^{1,2}, 李进平¹, 胡宗民¹, 姜宗林¹

(1. 中国科学院高温气体动力学重点实验室, 中国科学院力学研究所, 北京 100080;
2. 第二炮兵工程学院, 陕西 西安 710025)

摘要:应用 DCD 频散控制激波捕捉格式, 求解二维、多组分、带有化学反应的 Euler 方程组, 数值模拟了准定常强激波的马赫反射问题。研究表明:与经典马赫反射理论相比,在强激波条件下,激波诱导的气体分子振动激发和化学反应使马赫反射的三波点轨迹角变小、马赫杆高度变低、楔顶附体激波倾角变小;马赫杆的相对突出量随入射激波马赫数和楔角的增大而增大,而气体分子的振动、离解等真实气体效应能进一步加剧马赫杆的向前突出。

关键词:准定常流;强激波;马赫反射;马赫杆突出

中图分类号:V211.3 文献标识码:A

0 引言

自激波的马赫反射现象发现以来,一直是激波物理研究中备受关注的问题。当入射激波很强时,波后气体可能产生热化学变化,从而导致马赫反射的波结构发生变化:如马赫杆扭曲变形、向前突出^[1,2]。此时,马赫杆不再是过三波点垂直于楔面的直线,而是与之呈一角度并扭曲的曲线,与经典马赫反射的直马赫杆假设相异。马赫反射结构形态的变化对流场内的压力、密度、温度、化学组分分布有明显的影 响,不再能用三激波理论进行准确的预测^[2]。所以强激波马赫反射波形的研究,在激波研究中具有重要的意义。

Semenov(1970)^[1]实验观察到了马赫杆向前突出的现象,Glass^[2]综合考察实验数据后认为:马赫杆向前突出主要出现在马赫数较高的情况下,并用马赫杆偏离过三波点到楔面垂线的角度描述马赫杆的向前突出。在此基础上,Mirels^[3]和 Li 等^[4]给出了马赫杆向前突出的理论判据。马赫杆上扭曲拐点(kink)的存在^[1,5,6],说明文献[2]中关于马赫杆变形的描述方法具有一定的局限性。已有的数值计算工作^[7-9]主要集中在对实验现象的模拟方面,对于影响马赫反射形态变化机理的深入研究不多。因此对于强激波马赫反射形态的变化,有必要从高温气体动力

学的角度开展进一步的机理研究。

本文应用高温气体动力学的多种热化学反应模型,求解二维、多组分、带有化学反应源项的 Euler 方程,数值研究了准定常强激波的马赫反射问题。通过三波点轨迹角、楔面顶点处附体激波倾角、马赫杆变形量的考察,分析了各种流场与几何参数对马赫反射形态变化的影响及其变化规律,并提出了一种度量马赫杆变形的新方法。

1 控制方程和数值方法

为了考虑强激波诱导的热化学反应过程对马赫反射的影响,本文的数值研究采用了二维、多组分、带化学反应源项的 Euler 方程组^[10]

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = S_c \quad (1)$$

其中 $U = (\rho_1, \dots, \rho_m, u, v, E)^T$, $F = (\rho_1 u, \dots, \rho_m u, u^2 + p, uv, (E + p)u)^T$, $G = (\rho_1 v, \dots, \rho_m v, uv, v^2 + p, (E + p)v)^T$, $S_c = (\dot{\rho}_1, \dots, \dot{\rho}_m, 0, 0, 0)^T$ 。式中, ρ_1, \dots, ρ_m 为组分密度, ρ 为总密度, u, v 为 x, y 方向的速度分量, E 为单位体积总能, p 为压力, $\dot{\rho}_i$ 为第 i 种组分的单位体积的质量生成率。本文应用的空气化学反应模型包括 5 个组分 (O_2, O, N_2, N, NO)、17 个化学反应。

本文对方程组(1)采用 Jiang 等人提出的频散可控耗散差分格式(DCD)^[11]进行差分离散。该格式考

收稿日期:2007-03-19; 修订日期:2007-07-23.

基金项目:水动力学国防重点实验室基金,国家自然科学基金(90205027,10276035)

作者简介:高云亮(1970-),男,山东省广饶县人,中科院力学所博士,研究方向:高温气体动力学.

虑数值频散的控制,应用了 Steger-Warming 的矢通量分裂技术,能较好地处理激波等强间断,且具有格式构造简单、激波分辨率高、计算量小等优点。

2 初始条件的处理及计算方法验证

为了反应真实物理现象,避免强激波后非平衡区未充分发展对计算结果的影响,并节省计算资源,本文首先通过一维计算得到稳定的、非平衡区充分发展的强激波,作为数值模拟的初始条件,保证结果的可靠性。

图1给出了空气中计算与实验结果^[6]的对比,条件为:初压 $p_0 = 4.1 \text{ kPa}$,初温 $T_0 = 299.2 \text{ K}$,入射激波马赫数 $M = 8.70$,楔角为 $\theta = 27^\circ$ 。图中上半部为实验干涉图,下半部为计算的等密度线。通过比较可见:整个反射波形结构的基本特征符合得较好,表明计算方法能够合理地模拟强激波的马赫反射过程。只是壁面附近马赫杆突出程度和密度等值线形状稍有差别,这是由于数值计算中忽略了气体粘性的原因。忽略粘性,对马赫杆突出量的具体数值会有影响,但并不影响突出量大小比较的结论。

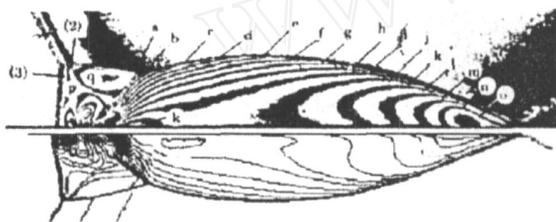


图1 计算与实验波形的比较

Fig.1 Numerical and experimental shock-wave shapes

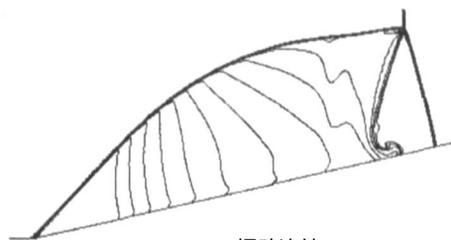
3 计算结果与分析

为了突出化学反应对强激波马赫反射的影响,本文选用氧气作为工作介质,波前气体状态为 $p_0 = 1333 \text{ Pa}$ 、 $T_0 = 293 \text{ K}$ 。激波马赫数 M 取为 10 和 11,对应的非平衡区宽度分别为 5mm 和 2mm 左右,便于比较非平衡对反射结构的影响。为了分析分子振动激发效应的影响,本文还分别考虑了振动冻结和振动平衡的情况。算例中楔面水平方向的长度约为 15mm。

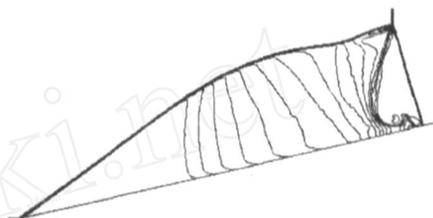
3.1 强激波马赫反射的波形结构

强激波条件下,波后气体温度很高,会发生分子振动自由度的激发,甚至诱导发生化学反应,它们都对激波马赫反射结构有明显的影响。图2给出了振动冻结、振动平衡 & 化学冻结以及振动平衡 & 化学

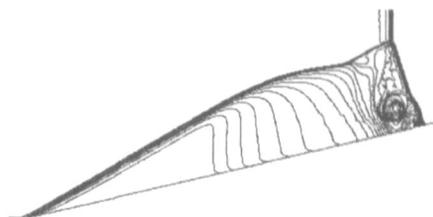
非平衡情况下, $M = 11$ 的入射激波在 $\theta = 12^\circ$ 的楔面上反射时的波形结构。由图2可以看出分子振动的激发和化学反应的存在对激波反射结构有明显的影响。图2(a-c)的算例表明:三波点轨迹角变小;楔面顶点处的附体激波倾角变小;非平衡对密度等值线分布的走向也有很大的影响。



(a) 振动冻结



(b) 振动平衡 & 化学冻结



(c) 振动平衡 & 化学非平衡

图2 不同热力学条件下马赫数 $M = 11$ 的激波在 $\theta = 12^\circ$ 的楔面上的反射波形结构

Fig.2 Reflection-wave patterns at $M = 11$ and $\theta = 12^\circ$ under different thermodynamic conditions

图3表示 $M = 10$ 和 11 的入射激波,在 1333 Pa、293 K 的氧气中传播时,遇到不同角度的楔面反射后,三波点的轨迹角随楔角的变化关系。在计算中考虑了振动冻结、振动平衡 & 化学冻结、振动平衡 & 化学非平衡的影响。从图3可以看出:对于给定的楔角,振动自由度冻结时三波点的轨迹角最大;振动平衡 & 化学冻结时,三波点的轨迹角变小;当考虑化学非平衡时,三波点的轨迹角最小。这说明振动激发和化学反应对强激波的马赫反射有明显的影响。通过对 $M = 10$ 和 11 的入射激波在 $\theta = 10^\circ$ 的楔面上反射时三波点轨迹角的比较可以看出:振动激发对三波点轨迹角的影响基本相等,但化学非平衡的影响则差别较大。这说明在这两种情况下,振动自由度基本完全激发,马赫数增加对振动自由度激发所起的作用

已不显著,而气体离解则正处于显著变化的区域。随着楔角的增大,假设振动冻结时,三波点轨迹角减小非常缓慢,而考虑振动激发以及化学反应时,三波点轨迹角的减小则比较明显。这种现象可能基于以下事实:高马赫数时,对于量热理想气体,波后状态受入射激波马赫数的影响不大;而考虑振动和离解时,波后气体状态受到入射激波马赫数的明显影响,而波后状态的变化明显地影响反射波及马赫杆后气体的流动,从而影响到三波点轨迹角的变化。

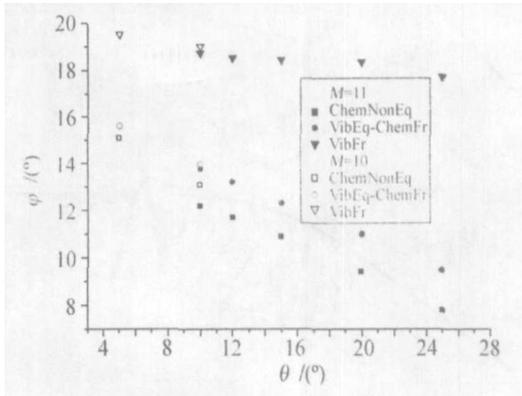


图 3 三波点轨迹角 随楔角 的变化

Fig. 3 Triple-point trajectory angles vs. the wedge angle

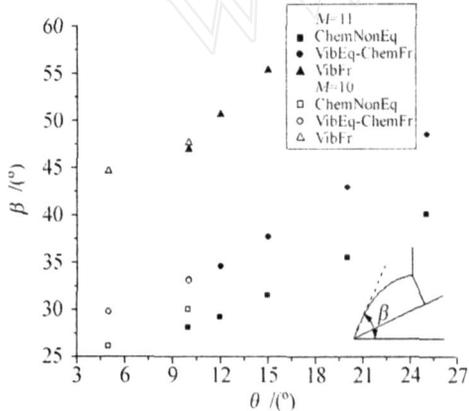


图 4 附体激波倾角 随楔角 的变化

Fig. 4 Attached-shock inclination angles vs. the wedge angle

激波在楔面上发生马赫反射时,入射波后的气流获得一诱导速度,从而可以在楔面顶点处产生激波,这个激波与反射波相耦合形成一道弯曲的激波。当入射激波很强时,气流诱导速度很高,在楔面顶点处形成的弯曲激波可以成为附体激波。图 4 给出了在 293 K、1333 Pa 的氧气中, $M = 10$ 和 11 的入射激波在不同角度的楔面上发生马赫反射后,楔面顶点处形成的附体激波倾角 与楔角的关系。由图 4 的结果可以看出:随着楔角的增大,附体激波的倾角增大。这与以前有关超声速气流遇到凹角转折时的结论一致。

同时对于固定楔角,振动冻结时的激波倾角最大,振动平衡次之,考虑化学非平衡时的激波倾角最小。这一方面是因为发生分子振动激发和化学反应时入射激波后的诱导速度更大、声速更低,从而相对于附体激波的来流马赫数更大;另一方面附体激波后气体的声速减小,也使得楔面的压缩扰动向上游传播的范围更小,从而激波更靠近楔面。

3.2 强激波反射马赫杆的变形

图 5 是马赫杆发生变形的一个典型计算结果,图中各个参数的定义如下: x 为入射激波距楔面顶点的水平距离; L 表示三波点与楔面顶点连线在楔面上的投影,即马赫杆不发生变形时在楔面上的运动距离; h 表示三波点的高度,即距楔面的垂直距离; Δ 为相对于不变形时马赫杆在楔面上的突出距离,即马赫杆的绝对突出量;kink 表示马赫杆上的出现的拐点。在出现拐点的这种情况下, Glass^[2]的方法已经不能很好地描述马赫杆的变形。在本文的数据分析中,我们将分别用马赫杆的相对突出量 Δ/h 或 Δ/L 来表示马赫杆的变形,然后讨论这两种方法表示的结果及其优劣之处。

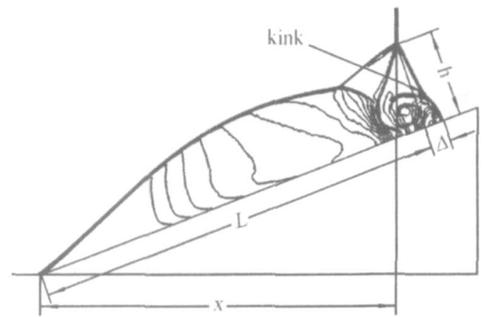


图 5 强激波楔面马赫反射形态示意图

Fig. 5 Schematic of the Mach reflection pattern of strong shock waves over a wedge

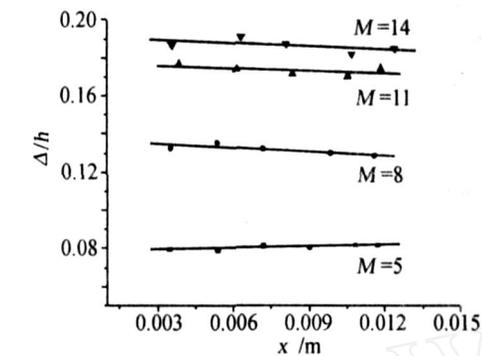
3.2.1 诱导马赫杆变形的因素

按照 Mirels^[3], Li 和 Ben-Dor^[4] 的观点:当在楔面上发生强激波马赫反射时,滑移线与楔面相交处的压力要高于马赫杆后区域的压力。在该超压的作用下,沿壁面将产生一股气体射流进入马赫杆后的流场。当入射激波不是很强时,射流沿楔面的速度通常小于马赫杆的运动速度,这时马赫杆自三波点始,垂直于楔面,不向前突出;当射流沿楔面的运动速度大于马赫杆的速度时,射流与马赫杆发生相互作用,使近楔面处的马赫杆部分向前加速、突出,造成整个马赫杆发生弯曲,变形较剧烈时产生拐点。此时过三波

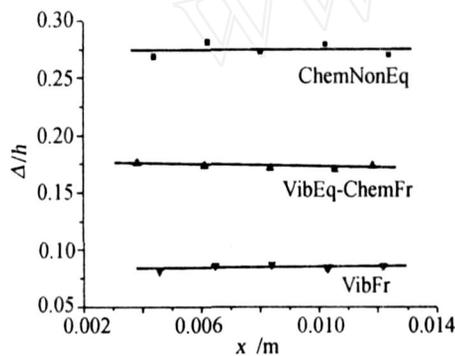
点到马赫杆与楔面交点的连线也不再垂直于楔面,同时在马赫杆后形成如图 5 所示一个回流区。

3.2.2 马赫杆相对突出量的变化规律

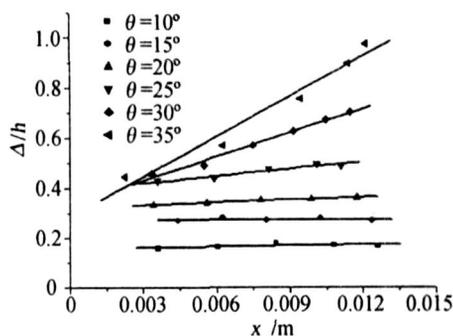
首先考察马赫杆相对突出量 Δ/h 的变化规律。图 6(a) 以 15° 楔角为例,给出了马赫数分别为 5、8、11、14 时马赫杆相对突出量的计算结果,其中横坐标 x 为入射激波距楔面顶点的水平距离,纵坐标为马赫杆的相对突出量 Δ/h ,各个数据为入射激波运动到不同位置处时读取的马赫杆相对突出量,各条直线为相应马赫数条件下马赫杆相对突出量的拟合直线。从



(a) Δ/h 随马赫数的变化 ($\theta = 15^\circ, \text{VibFr}$)



(b) 真实气体效应对 Δ/h 的影响 ($\theta = 15^\circ, M = 11$)



(c) Δ/h 随楔角的变化 ($M = 11, \text{NonEq}$)

图 6 马赫杆的相对突出量 Δ/h 的变化规律

Fig. 6 Variation of relative protrusion Δ/h vs. x at different wedge angles

图中可以看出:随着入射激波马赫数的增大,拟合直线的位置上移,说明马赫杆的相对突出量逐渐增大;但随马赫数的增加,马赫杆相对突出量的增大有逐渐减小的趋势。图 6(a) 中每条直线基本上都是水平的,这说明对于给定的马赫数,随着入射激波的运动,马赫杆的相对突出量是不变,不断发展的波形是基本相似的。

图 6(b) 给出 $M = 11$ 的入射激波在 $\theta = 15^\circ$ 的楔面上的反射结果,计算考虑了真实气体效应对马赫杆相对突出量的影响。其中“ \square ”表示采用振动平衡 & 化学非平衡模型,“ \circ ”表示采用振动平衡 & 化学冻结模型,“ \triangle ”表示采用振动冻结,即完全气体模型时得到的结果。由图 6(b) 所示曲线的相对位置可以看出:采用完全气体模型时,马赫杆的相对突出量最小;采用振动激发 & 离解反应冻结模型时,马赫杆的相对突出量增大;应用化学非平衡模型时,马赫杆相对突出量的增加较振动激发更明显。在 15° 楔角的情况下,拟合曲线基本是水平的,即随入射激波在楔面上的运动,马赫杆的相对突出量保持不变。

图 6(c) 是 $M = 11$ 的入射激波在 $\theta = 10^\circ \sim 35^\circ$ 的楔面上发生反射时马赫杆相对突出量的计算结果。从各条拟合曲线的相对位置可以看出:随着楔角的增大,拟合曲线的位置逐渐上移,说明马赫杆的相对突出量随楔角的增加而增大;在楔角较小时,拟合曲线基本水平,表明在入射激波沿楔面运动的过程中,马赫杆的相对突出量保持不变。楔角较大时,拟合曲线变为倾斜的直线,这表明随着入射激波的运动,马赫杆的相对突出量是逐渐增大的。换句话说:随着激波的推进,马赫杆在楔面上越跑越快,整个反射波形外形不再自相似。Morioka^[5] 通过辐射测量图像也观察到了马赫杆突出逐渐发展的现象,但他认为马赫杆突出的逐渐发展是普遍现象。

随着入射激波的推进,为什么大楔角时条件下马赫杆的相对突出量会逐渐增加呢? 对比相对突出量增加和不增加情况下的压力曲线,可以发现其中的原因。图 7 分别给出了楔角为 $15^\circ, 25^\circ, 35^\circ$ 时刻压力沿楔面的分布,它们分别对应于随入射激波运动,马赫杆相对突出量不增加、刚刚开始增加和有明显增加的情况。楔角为 15° 时,马赫杆的相对突出量随激波运动不变,滑移线与楔面相交处附近不出现压力尖峰。楔角为 25° 时,马赫杆的相对突出量随激波运动刚刚开始增加,滑移线与楔面相交处附近的压力升高,刚刚开始出现了压力峰值。楔角为 35° 时,马赫杆的相

对突出量明显增加,在滑移线与楔面相交处附近出现一个明显的压力尖峰。上述分析表明滑移线与楔面相交处附近出现压力尖峰是马赫杆相对突出量随入射激波运动增加的原因,这个压力差可以驱动较强的壁面射流,影响马赫杆的运动速度。

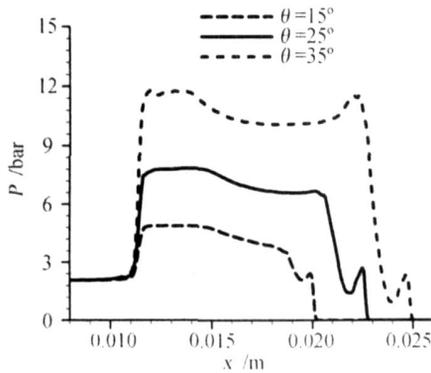


图7 不同楔角压力沿楔面的分布曲线

Fig. 7 Pressure distributions on wedge surfaces

当用 Δ/L 来表示马赫杆的相对突出量时,它随入射激波马赫数及高温真实气体效应影响的变化规律与用 Δ/h 表示时基本相同,不同之处在于它随楔角的变化规律。图 8(a) 表示了马赫杆相对突出量 Δ/L 随楔角的变化。由图可见: Δ/L 除了具有随入

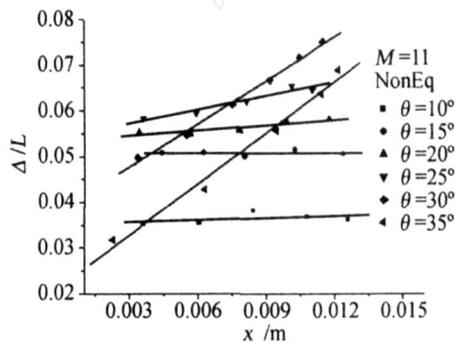


图 8(a) 马赫杆相对突出量 Δ/L 随楔角的变化

Fig. 8(a) Relative protrusion Δ/L vs. x at different wedge angles

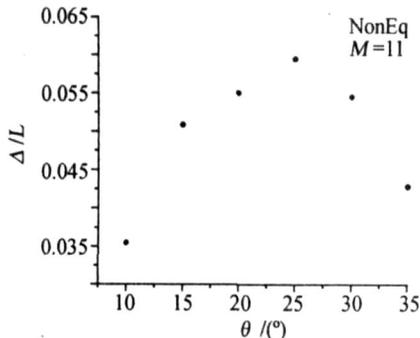


图 8(b) $x = 0.006$ 处 Δ/L 随楔角的变化

Fig. 8(b) Δ/L vs. wedge angle at $x = 0.006$

射激波运动,小楔角时不变、大楔角时增大的特点以外;还反映出 Δ/L 随楔角的增加先增大,到达某一楔角时出现极值,然后随楔角的进一步增加逐渐减小的趋势。从图 8(b) 所示某一位置处 Δ/L 与楔角的关系,可以明显地看出这一趋势。这是与 Δ/h 随楔角变化规律的不同之处。那么哪种表示方法能更准确地描述马赫杆变形呢?当马赫杆的相对突出量 Δ/L 随楔角增大减小时,马赫杆高度也同时在减小,而马赫杆的扭曲变形并未减小,这样用 Δ/L 表示马赫杆突出容易造成度量数值的大小与马赫杆扭曲变形量的混乱。马赫杆的相对突出量 Δ/h 随楔角变化的过程中则不出现这种现象,与马赫杆扭曲变形量是一致的。所以,用 Δ/h 描述马赫杆的变形更直观、更适当。

4 结 论

本文应用 DCD 频散控制激波捕捉格式,求解二维多组分的 Euler 方程,数值模拟了强激波马赫反射结构形态的变化。通过对振动冻结、振动平衡 & 化学冻结、振动平衡 & 化学非平衡几种情况的比较分析得到的结论如下:

(1) 分子振动激发和化学反应使强激波马赫反射结构形态有明显变化:马赫杆变短,三波点轨迹角变小,楔面顶点处的附体激波倾角变小。

(2) 马赫杆的相对突出量随马赫数和楔角的增大而增加;也随分子振动激发和离解等真实气体效应的增强而增大。

(3) 楔角较小时,马赫杆的相对突出量随入射激波的运动保持不变;楔角较大时,马赫杆的相对突出量随入射激波的运动而增加。增大的原因与滑移线和楔面相交处出现压力尖峰及其诱导的壁面射流的影响有关。

参 考 文 献:

- [1] KORBEINIKOV V P. Unsteady interaction of shock and detonation waves in gases[M]. Hemisphere Publishing Corporation, 1989, 63-79.
- [2] GLASS I I. Some aspects of shock-wave research[J]. *AIAA Journal*, 1987, 25(2): 214-229.
- [3] MIRELS H. Mach reflection flow fields associated with strong waves[J]. *AIAA Journal*, 1985, 23(4): 522-529.
- [4] LI H, BEN-DOR G. Analysis of double-mach-reflection wave configurations with convexly curved Mach stems

- [J]. *Shock Waves*, 1999, 9(5): 319-326.
- [5] MORIOKA T, SUZUKI Y, HONMA H. Radiation observation of strong shock wave reflection in air [A]. Proceedings of the 22nd International Symposium on Shock Waves [C]. 1999, 1201-1206.
- [6] GLAZ H M, COLELLA P, COLLINS J P, FERGUSON R E. Nonequilibrium effects in oblique shock-wave reflection [J]. *AIAA Journal*, 1988, 26(6): 598-705.
- [7] 乐嘉陵, 倪鸿礼, 胡光初. 高超声速马赫反射 [J]. *气动实验与测量控制*, 1996, 10(2): 1-8.
- [8] NEEDHAM C E, DAWSON D F. Chemical nonequilibrium effects of shock reflection [A]. Proceedings of the 17th International Symposium on Shock Waves [C]. 1990, 897-902.
- [9] ASO S, MATSUMOTO A, et al. Numerical simulation of strong shock wave reflection by a ramp with chemical and thermal nonequilibrium [A]. Proceedings of the 22nd International Symposium on Shock Waves [C]. 1999: 1291-1296.
- [10] 胡宗民, 牟乾辉, 张德良, 姜宗林. 爆轰波在弯管内传播过程数值分析 [J]. *计算物理*, 2004, 21(5): 408-414.
- [11] JIANG Z. On dispersion-controlled principles for non-oscillatory shock-capturing schemes [J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2004, 20(1): 1-15.

A numerical investigation on the Mach reflection patterns of quasi-steady strong shock waves

GAO Yun-liang^{1,2}, LI Jin-ping¹, HU Zong-min¹, JIANG Zong-lin¹

(1. Key Laboratory of High Temperature Gas Dynamics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Science, Beijing 100080, China;

2. The Second Artillery Engineering College, Xi'an 710025, China)

Abstract: The 2-D multi-components Euler equations, implemented with a detailed chemical reaction model, were solved with the dispersion-controlled dissipative (DCD) scheme to simulate the Mach reflection patterns of quasi-steady strong shock waves in this paper. Results demonstrate that molecule vibration excitations and thermo-chemical reactions induced by strong shock waves result in the smaller triple-point-trajectory angle and attached-shock inclination angle at wedge apex, and lead to the lower Mach stem, comparing it with the classical Mach reflection theory. The relative protrusion of the Mach stems increases as the Mach number of the incident shock wave and wedge angles increase, and the real gas effects, such as vibration excitation and dissociation, intensify this trend.

Key words: quasi-steady flow; strong shock waves; Mach reflection; Mach stem protrusion