

# 复合材料梁Ⅱ型裂纹的有限元分析

张双寅

李国耀

(中国科学院力学所,北京,100080)

(香港城市大学物理和材料科学系)

**摘要** 对三点弯曲梁端部层间裂纹的Ⅰ型断裂性能进行了有限元分析。为克服裂纹面两岸节点相互嵌入问题,采用了界面元素,计算结果与理论预测进行了比较。

**关键词** 复合材料;有限元/Ⅰ型裂纹,J积分**分类号** TB331;O346.1;V214.48

## 1 引言

层板复合材料在宇航工业中得到广泛应用,由于此种材料层间强度较低,易发生分层裂纹。在弯曲载荷作用下其断裂模式主要为Ⅰ型断裂。所以,层板复合材料的Ⅰ型断裂很早就引起了力学工作者的关注,研究建立了层间Ⅰ型裂纹断裂韧性的测试方法和计算公式<sup>[1,2,3]</sup>。但是,这些预测公式都适用于均匀材料;对于层合板复合材料这样的非均匀材料适用性如何值得研究。本文利用有限元法对一类十字叠层复合材料端部裂纹(缺口)弯曲试件(即 ENF 试件)的Ⅰ型断裂能量释放率进行了计算,与现有理论模型进行了对比。

在有限元分析中遇到的最大困难是弯曲载荷作用下裂纹面两岸节点位移发生相互重叠,即两岸材料发生互相嵌入,很不合理,计算结果亦是不正确的。为了克服这一困难,本文采用“界面元(Interface element)”,得到了可靠的结果。

## 2 理论预测模型

文献[1]对图 1 所示的 ENF 试件的Ⅰ型断裂能量释放率  $G_I$ ,给出了如下预测公式:

$$G_I = \frac{9a^2P^2}{b^2h^3E_{11}} \quad (1)$$

式中  $E_{11}$  为轴向杨氏模量,  $b$  为梁宽度,  $h$  为半厚度,  $a$  为裂纹长度,  $a$  与  $P$  如图所示。

文献[2]给出了图 1 所示试件计算Ⅰ型应力强度因子  $K_I$  的预测公式:

$$K_I = \tau(\pi a)^{1/2}H \quad (2)$$

式中

$$\left(\frac{a}{s}\right)^{1/2}H = 0.368 - 0.0717(s/d)$$

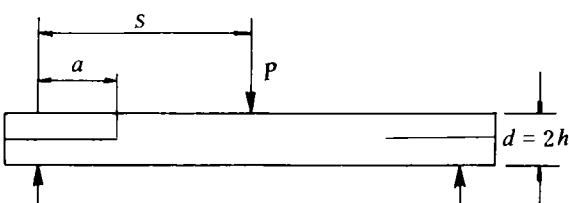


图 1 端部切口弯曲梁 ENF 试件

$$+ 0.0045(s/d)^2 + 0.5450(a/s) + 0.4900(s/d)(a/s) - 0.0209(a/s)(s/d)^2$$

本文于 1994 年 9 月 24 日收到。

参数  $s, a, d$  如图 1 所示,  $\tau$  为梁的中面剪应力:

$$\tau = \frac{3}{4} \frac{P}{bd} \quad (3)$$

已知应力强度因子  $K_I$ , 后可以计算能量释放率  $G_I$ , 换算公式如下<sup>[4]</sup>:

$$G_I = \frac{S_{11}}{\sqrt{2}} \left[ \left( \frac{S_{33}}{S_{11}} \right)^{1/2} + \frac{2S_{13} + S_{55}}{2S_{11}} \right]^{1/2} K_I^2 \quad (4)$$

$S_{ij}$  为弹性柔度系数,  $i, j = 1, 3, 5$ 。1 为梁轴向 3 为厚度方向。

$$S_{11} = 1/E_{11}, S_{33} = 1/E_{33}, S_{13} = -v_{13}/E_{11} = -v_{31}/E_{33}, S_{55} = 1/G_{13} \quad (5)$$

### 3 有限元计算

#### 3.1 材料与试件

材料为  $[0_2/90_4/0_4/90_2]_S$  对称铺层的碳纤维增强双马来酰亚胺树脂 T300/8911 层合板, 它由 24 层预浸料铺叠而成, 每层预浸料厚度为 0.125mm, 梁的厚度  $d = 3\text{mm}$ , 宽度  $b = 12\text{mm}$ , 弯曲载荷  $P$  等于 2kN。

#### 3.2 网格划分

利用对称条件只计算梁的一半, 长为 19mm, 网格如图 2 所示, 简支点取的位置使  $s = 17.5\text{mm}$ (图 1), 严格按铺层划分网格, 每两个预浸料划为一个单元层, 单元为八节点四边形平面应变元<sup>[5]</sup>。裂纹面处于梁中面上, 裂尖附近使用奇异元以提高计算精度,  $a = 5\text{mm}$ 。

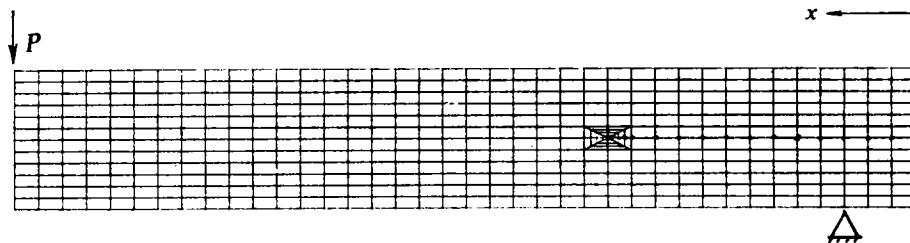


图 2 有限元网格图

#### 3.3 界面元

为防止裂纹面两岸节点接触后互相嵌入, 在裂纹面上配置了“界面元”(Interface element), 作为接触问题处理, 单元种类为“Inter 3”, 请详见文献[6]。

#### 3.4 材料参数

T300/8911 单向板的弹性性能参数如下:

$$\text{对于 } 0^\circ \text{ 层: } E_{11} = 145.9 \text{ GPa}; E_{33} = 8.85 \text{ GPa}; G_{13} = 5.3 \text{ GPa}, v_{13} = 0.32 \quad (6)$$

$$\text{对于 } 90^\circ \text{ 层: } E_{11} = E_{33} = 9.67 \text{ GPa}, G_{13} = 3.38 \text{ GPa}, v_{13} = 0.30 \quad (7)$$

#### 3.5 计算结果

有限元计算使用 ABAQUS 商用程序完成。图 3 是梁试件的变形后网格(实线)与变形前网格(虚线)的对照, 可以看出变形后裂纹两表面发生了相对滑动。图 4 与图 5 分别为裂纹面两岸节点的横向(厚度方向)位移曲线和轴向位移曲线。由图 4 可见, 在绝大部分范围内裂纹是闭合的。只有小部分有稍微张开位移; 由图 5 可见, 裂纹面两岸相对滑移是很明显的。

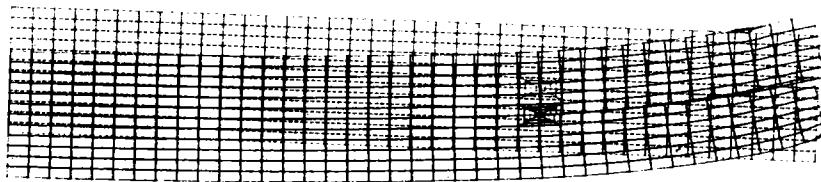


图3 变形前网格与变形后网格对比

有限元程序 ABAQUS 可以计算任意给定节点组的节点应力,也可以提供单元平均应力或高斯点应力。为了简短起见,本文只给出裂纹顶点附近的应力分布。

图 6 是奇性单元区域内沿裂纹延长线上的节点应力曲线。为反映计算的真实情况,此处未作曲线光滑处理。由图可见,在裂纹顶端处剪应力  $\sigma_{xz}$  是主导的应力分量。此结果证实,ENF 弯曲梁分层断裂试验是Ⅰ型断裂试验。图 7 是从奇性单元区边缘到梁的对称面(中点)沿梁中面的应力分布曲线。应该指出,与图 6 不同,此图的应力值为单元平均应力。可见,  $\sigma_{xz}$  比  $\sigma_{zz}$  与  $\sigma_{xx}$  大得多。且三个应力分量均呈  $\sigma \propto x^{-1/2}$  的分布规律。

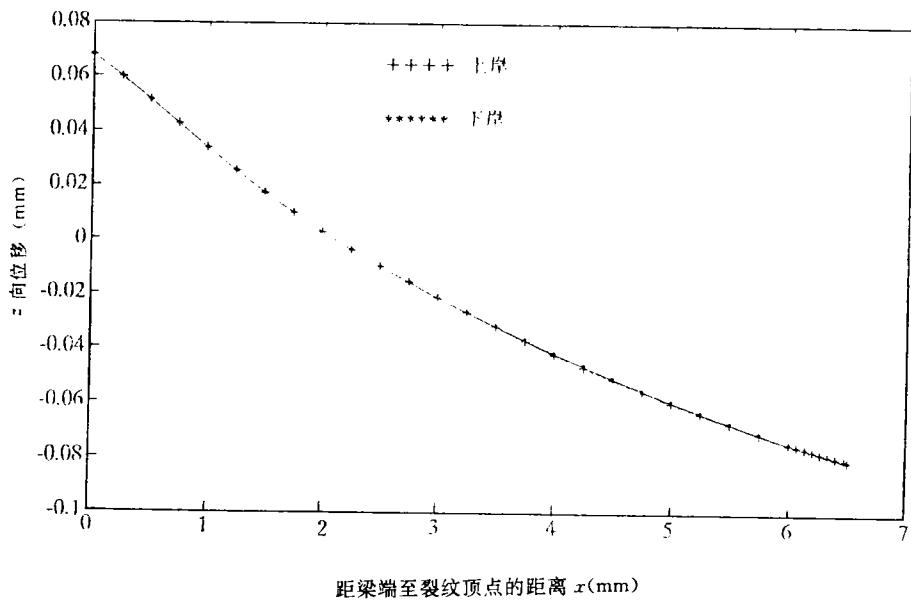


图4 裂纹面两岸节点横向(Z)位移

用有限元方法计算了 ENF 试件的  $J$  积分,根据线弹性断裂力学,当材料是线弹性材料时  $J$  积分等于能量释放率。对于本文情况,就是  $J=G_1$ 。计算结果与公式(1)与(2)的理论预测值一起列于表 1,由表中数值可知三者符合甚好。

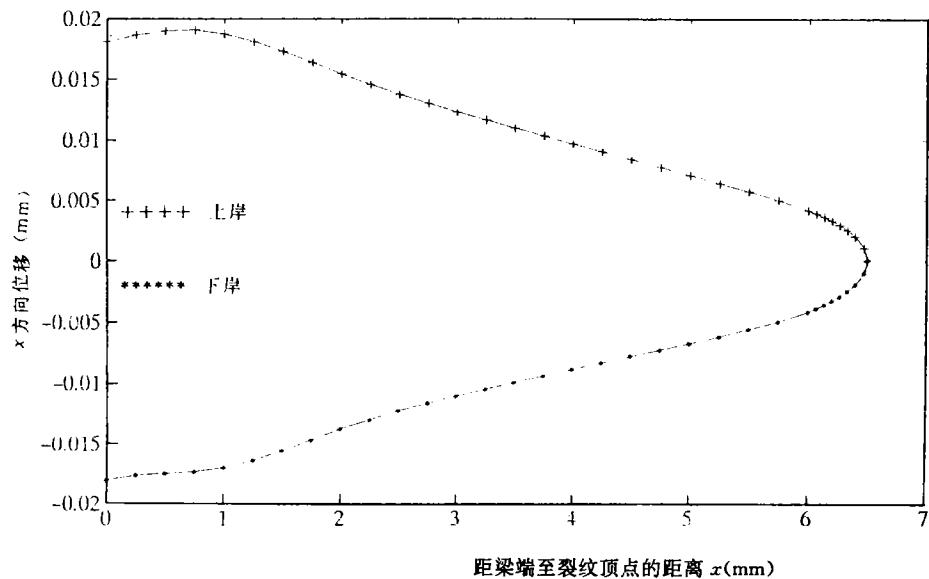


图 5 裂纹面两岸节点轴向(X)位移

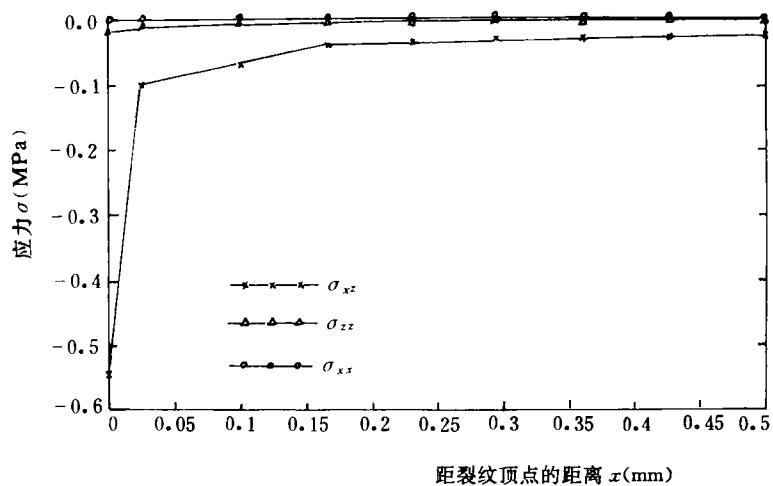


图 6 奇性单元区内沿裂纹线节点应力

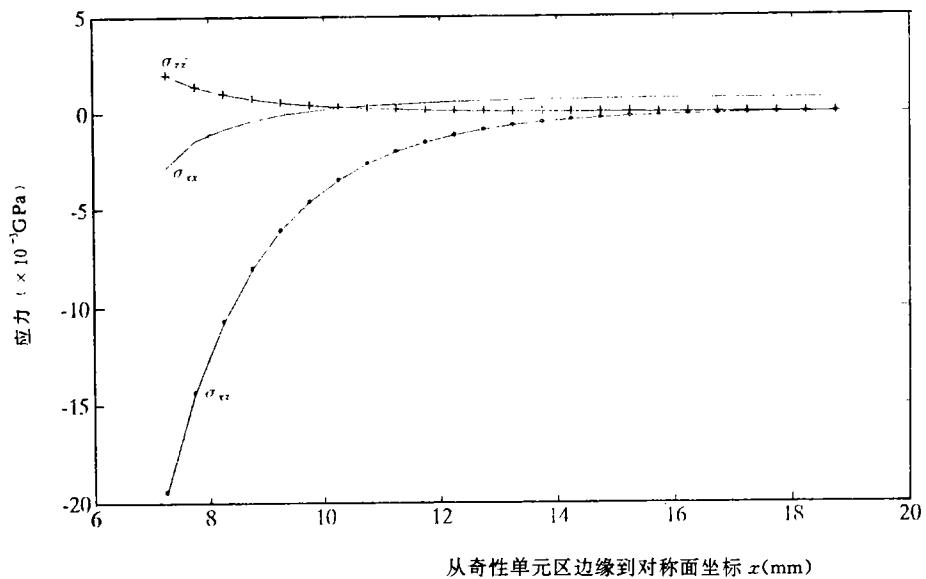


图7 沿梁中面单元平均应力

表1 能量释放率  $G_I$  的有限元结果和理论结果的比较

方 法	公式(1)	公式(2)	有限元方法
能量释放率 $G_I$ (kJ/m <sup>2</sup> )	1.48	1.68	1.67

应该说明,在采用公式(1)与公式(2)计算能量释放率  $G_I$  时,需求出梁的各向异性参数, $E_{11}, E_{33}, G_{13}$  和  $\nu_{13}$ 。由经典层合板理论<sup>[7]</sup>,有如下计算公式:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (Q_{ij})_k [h_k - h_{k-1}] \quad (8)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (Q_{ij})_k [h_k^2 - h_{k-1}^2] \quad (9)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (Q_{ij})_k [h_k^3 - h_{k-1}^3] \quad (10)$$

式中  $i=1, 3, 5$ ;  $h_k$  与  $h_{k-1}$  为第  $k$  层上、下面坐标,  $n$  为层板的层数,  $(Q_{ij})_k$  为第  $k$  层材料刚度参数, 它与式(6),(7)的各层材料的工程参数之间的换算关系式许多复合材料教科书中都可找到, 为简洁, 这里不作赘述。 $A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}$  分别为层合板的拉伸刚度、耦合刚度与弯曲刚度矩阵。对于本文对称铺层情况  $B_{ij}=0$ , 由  $A_{ij}$  与  $D_{ij}$  可以得出层合板的等效均匀材料的各向异性弹性参数, 对于梁情况, 可以忽略与  $y$  方向(或 2 方向)有关的参数, 于是梁的  $E_{11}, E_{33}, G_{13}$  与  $\nu_{13}$  可以得出。

#### 4 结束语

采用有限元法计算了 ENF 试件的Ⅱ型层间裂纹的能量释放率  $G_I$ , 用“界面元”克服了裂

纹面两岸材料相互嵌入的困难,计算结果与理论预测结果符合甚好。相信,此方法可以用于其他层间开裂的梁、板、壳的断裂分析问题。

## 参 考 文 献

- 1 Reeder J R and Crews Jr. J H. Mixed-mode bending method for delamination testing. *AIAA Journal*, 1990, **28**(7):1270~1276
- 2 Russell A J. On the measurement of mode I inter laminar fracture energies. Defence Research Establishment Pacific, Victoria, CANADA, DREP Materials Dept. 82-0, Dec. 1982
- 3 Barrett J D and Foschi. R O. Mode I stress-intensity factors for cracked wood beams. *Engng. Fract. Mech*, 1977, **9**(2):371~378
- 4 张双寅.复合材料断裂力学.力学进展,1980,**10**(2,3):99~112
- 5 Zhang S and Leech C M. FEM analysis on mixed-mode fracture of CSM-GRP. *Engng. Fract. Mech.* 1986, **23**(3):521~535
- 6 User's Manual of ABAQUS version 4-8
- 7 张双寅等.复合材料结构的力学性能.北京:北京理工大学出版社,1992,84~88

## A FEM analysis of mode I crack in a laminated beam

Zhang Shuangyin

(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 15 Zhong Guan Cun Road, Beijing, 100080, P. R. China)

### Abstract

An analysis of mode- I delamination crack in a laminated composite beam is presented. The well known end-notched-flexure (ENF) specimen for measuring mode I fracture energy release rate  $G_I$  was analyzed by finite element method (FEM). A difficulty encountered in the finite element analysis is that the displacements of nodes on the two banks of crack are always overlaped with each other in the computation by ordinary FEM; this is not reasonable and renders an inaccurate result. To overcome this problem, the so called "interface element" was used. The calculated results of displacement and stress indicate that this method is very effective.

By using this FEM, mode- I fracture energy release rate  $G_I$  of the ENF beam specimen made of T300/8911 carbon fibre reinforced bismaleimide composite laminate was computed. The FEM result of  $G_I$  was compared with those predicted by theoretical formulas in the existing literatures. It is proved that the predictions of FEM and theoretical formulas are in good agreement with each other.

**Key words:** composite materials; finite element method/mode I crack; J-integral