

圆柱振荡绕流中涡旋运动模式 (pattern)的数值模拟*

凌国平

凌国灿

(苏州大学数学系, 苏州 215006) (LNM, 中国科学院力学所, 北京 100080)

摘 要 提出并发展的一种基于区域分解思想, 综合了解 N—S 方程的有限差分法及涡法各自优点的新数值方法, 计算了各种 Keulegan-Carpenter 数下 ($Kc = 2 \sim 24$) 振荡流绕圆柱的流动。系统地研究了振荡流中涡旋运动模式随 Kc 数变化的规律, 模拟了不对称区、单对涡区(或模向区)、双对涡区(或对角区)和三对涡区四种不同的涡旋运动模式。将计算所得的阻力系数 C_D 、惯性系数 C_M 与国外近期发表的计算结果进行了比较。

关键词 振荡流 分离流动 涡旋运动模式 区域分解法, 有限差与法

中图分类号 O357

0 引 言

振荡流绕圆柱流动时, 对圆柱所受水动力载荷及其周围流场结构的研究, 一直是流体力学家和海洋工程师们深感兴趣的问题。以往的研究表明, 振荡流绕圆柱流动中的涡旋运动模式是 Keulegan-Carpenter 数 ($Kc = U_m T / D$, U_m 为振荡来流的振幅, T 为振荡来流的周期, D 为圆柱直径) 和 Reynolds 数 ($Re = U_m D / \nu$, ν 为流体的运动粘性系数) 或粘性频率参数 ($\beta = Re / Kc = D^2 / \nu T$) 的函数。要正确给出振荡流中柱体的受力分析, 关键是要搞清楚振荡流中柱体尾流内涡旋的往复运动规律。对不同的 Kc 数, 当流动反向时, 尾流内部分或全部脱落的涡, 将返回或掠过柱面, 形成各种复杂的涡旋运动模式。这些复杂的运动模式是无法从理论解得到的。

大量的研究是用实验方法进行的^[1-4]。通过实验可以获得各种 Kc 数下涡旋运动的图象, 进而了解涡旋运动模式与柱体受力之间的对应关系。数值模拟是另一种重要的研究手段。数值计算绕钝体的分离流动主要有有限差分法(或有限元法)和涡法(离散涡法或网格涡法)这两大类方法。计算一般都从单向流动做起。原则上计算单向流动的方法也应能用于振荡流的计算。但由于振荡绕流问题本身的复杂性, 以及这两大类方法各自的局限性, 直到近几年才有这方面计算较成功的报道^[5]。

本文用由作者提出并发展的一种基于区域分解思想, 综合了解 N—S 方程的有限差分法及涡法各自优点的新数值方法^[6,7], 系统地计算了各种 Kc 数下 ($Kc = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 18, 24$) 振荡流绕圆柱的流动。在国内首次成功地模拟了不对称区(asymmetric regime), 单对涡区或模向区(single pair or transverse regime), 双对涡区或对角区(double pair or diagonal regime)和

1994年9月9日收到原稿, 1995年9月26日收到修改稿。

*国家自然科学基金及中科院力学所非线性连续介质力学开放实验室资助课题。

三对涡区(three pairs regime)四种不同的涡旋运动模式。计算所得的阻力系数 C_D 、惯性系数 C_M 与实验结果的符合程度也好于国外近期发表的计算结果。这再一次证明了本文计算方法对求解钝体绕流问题的有效性。

1 基本原理与数值方法

新计算方法的基本思想是将流场分解为靠近物面范围为 $O(R)$ 量级的内区 Ω_1 和余下的外区 Ω_2 两部分(见图 1)。内区采用 N-S 方程的有限差分解, 外区采用网格涡解, 内外区流动通过界面 I 互相耦合。

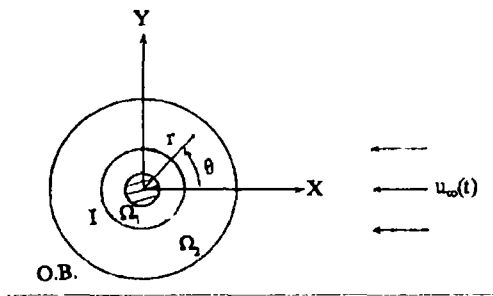


图 1 流动及区域分解示意图。

取极坐标, 并采用涡量一流函数(ω - ψ)形式的 N-S 方程。变量 $t, r, \psi, V_r, V_\theta$ 和 ω 分别以 $R/U_\infty, R, U_\infty R, U_\infty$ 和 U_∞/R 无量纲化后, 得无量纲形式的控制方程:

$$\begin{cases} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r V_r \omega) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (V_\theta \omega) = \frac{2}{\text{Re}} \Delta^2 \omega \\ \Delta^2 \psi = -\omega \end{cases}$$

式中,

$$V_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, \quad V_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r},$$

R 是圆柱半径。

为使物面附近网格加密, 引入对数极坐标变换

$$\begin{cases} r = e^{2\pi\xi} \\ \theta = 2\pi\eta \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} \xi = \frac{1}{2\pi} \ln r \\ \eta = \frac{1}{2\pi} \theta. \end{cases}$$

变换后的控制方程为

$$\begin{cases} E \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} (U\omega) + \frac{\partial}{\partial \eta} (V\omega) = \frac{2}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial \eta^2} \right) \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} = -E\omega \end{cases} \quad (1)$$

式中

$$E = 4\pi^2 E^{4\pi\xi},$$

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial \eta} = E^{\frac{1}{2}} V_r, \quad V = -\frac{\partial \psi}{\partial \xi} = E^{\frac{1}{2}} V_\theta$$

设来流为正弦振荡流, 其无量纲形式为, $U_\infty(t) = \sin(\pi t/Kc)$ 。令 $\psi = \psi_p + \psi_v$, 其中 ψ_p 为外部位流贡献的流函数, ψ_v 为由粘性产生的涡量所贡献的流函数, 则边界条件为,

$$\begin{cases} \psi = 0, & \frac{\partial \psi}{\partial \xi} = 0 \\ \omega = -\frac{1}{E} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} \end{cases} \quad \xi = 0, \text{物面上} \quad (2.a)$$

$$\begin{cases} \psi_p = -U_\infty(t)2\text{sh}(2\pi\xi)\sin(2\pi\eta) \\ \frac{\partial\psi_p}{\partial\xi} = 0, \quad \frac{\partial\omega}{\partial\xi} = 0 \end{cases} \quad \xi = \xi_\infty, \text{外边界} \quad (2.b)$$

初始条件为

$$\begin{cases} \psi = \psi_p = -U_\infty(0)2\text{sh}(2\pi\xi)\sin(2\pi\eta) \\ \omega = 0 \end{cases} \quad t = 0, \text{全流场} \quad (3)$$

求得流场中涡量分布后,就可推出沿圆柱表面压力和切应力的分布,进而求出作用在柱体上的顺流系数 C_F 和升力系数 C_L

$$\begin{cases} C_F = \int_0^1 -\frac{2}{\text{Re}} \left(\frac{\partial\omega}{\partial\xi} - 2\pi\omega \right) \Big|_0 \sin(2\pi\eta) d\eta \\ C_L = \int_0^1 \frac{2}{\text{Re}} \left(2\pi\omega - \frac{\partial\omega}{\partial\xi} \right) \Big|_0 \cos(2\pi\eta) d\eta \end{cases} \quad (4)$$

式中,符合“ $|_0$ ”表示在物面上取值。

工程上,振荡流中圆柱所受的顺流系数可由 Morison 公式近似给出,

$$F = \frac{1}{2} \rho D C_D |U_\infty| U_\infty + \frac{1}{4} \pi \rho D^2 C_M \frac{dU_\infty}{dt}$$

式中, C_D 为阻力系数, C_M 为惯性系数。由顺流系数 C_F 再应用 Fourier 平均的方法,就可求得 C_D 、 C_M

$$\begin{cases} C_D = \frac{3}{4} \int_0^{2\pi} \frac{C_F}{2} \sin\varphi d\varphi \\ C_M = \frac{2Kc}{\pi^3} \int_0^{2\pi} \frac{C_F}{2} \cos\varphi d\varphi \end{cases} \quad (5)$$

式中, $\varphi = 2\pi t/T$ 为振荡流的相位角。

内区用有限差分法求解。对(1)式中的涡量输运方程,采用 Kellogg 局部解析解的差分格式,并结合 ADI 方法,推广到二维的情形。对(1)式中的 Poisson 方程,则采用 FACR 方法快速求解^[8]。

外区用网格涡法求解。每时间步长内由内区通过界面 I 输运到外区的涡量用一组新生离散涡代替。通过第 j 段界面新生涡的强度由涡通量决定

$$\Delta\Gamma_j = \int_j \omega U d\eta \Delta t,$$

新生涡的位置由该段界面中心处的流速决定。已在外区的老涡则以当地流场的速度对流。涡到达新位置后,对所在网格节点上涡量的贡献用面积加权的方法计算。

内外区分别在不同粗细的网格上进行计算,一般取外区粗网格间距为内区细网格间距的整数倍。

交界面上 ω 和 ψ 值的确定。从界面 I 向内区退缩一个粗网格间距,到 I_1 面;内区向外区输送涡量的计算实际上是在 I_1 面上进行的;由 I_1 面流出的新涡与先前的老涡一起,用面积加权的方法求得界面 I 上的涡量值 ω_I ,以此作为内区涡量输运方程求解时的涡量外边界值。得到内外区的 ω 分布后,可在粗网格上解出全流场内的 ψ 分布,然后选出或插值得到界面 I 上的流函数值 ψ_I 。

详细的数值计算过程请参阅文献[6,7]。

2 结果分析

本文重点计算了 $\beta = 196$, $Kc = 6, 12, 18, 24$, 四种情况下正弦振荡流绕圆柱的流动。内区细网格, 其网格数为 72×120 , 对应物理平面区域为 $R \leq r \leq 2R, 0 \leq \theta \leq 2\pi$ 。外区粗网格, 内外区总粗网格数为 90×120 , 对应物理平面区域为 $R \leq r \leq 43R, 0 \leq \theta \leq 2\pi$ 。时间步长为 $\Delta t = 0.01 \sim 0.025$ 。

图 2、3、4、5 分别是 $Kc = 6, 12, 18, 24$ 时, 一个周期内各不同时刻的涡量分布图和涡运动

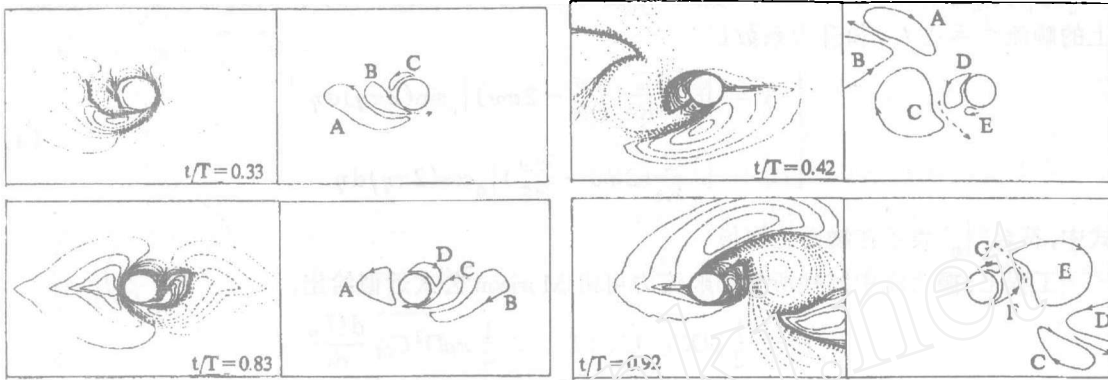


图 2 一个周期内不同时刻的涡量图和涡旋运动模式的示意图 ($Kc = 6, \beta = 196$)

图 4 一个周期内不同时刻的涡量图和涡旋运动模式的示意图 ($Kc = 18, \beta = 196$)

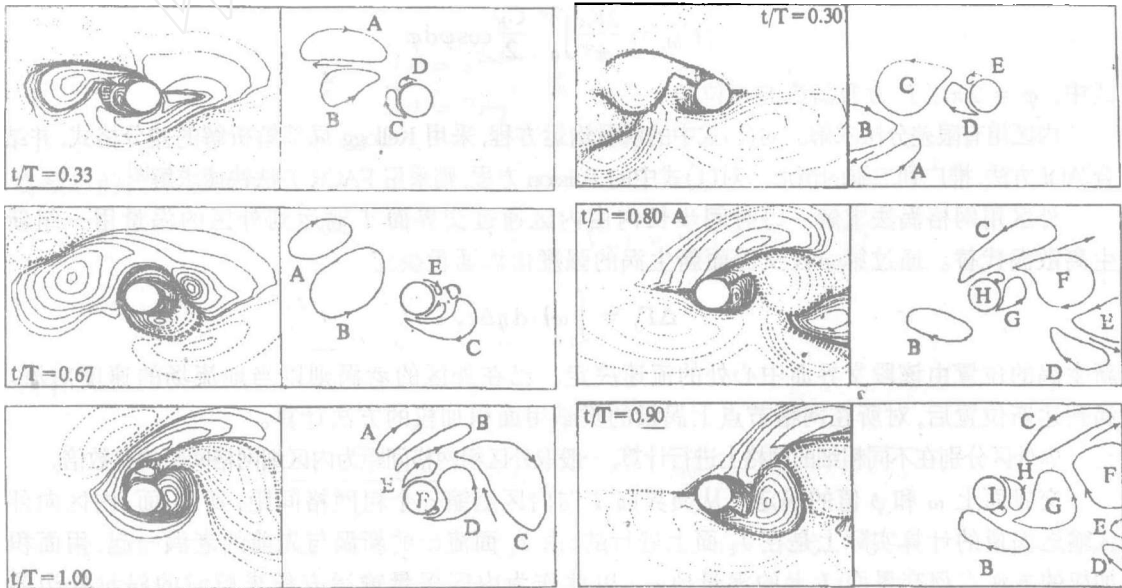


图 3 一个周期内不同时刻的涡量图和涡旋运动模式的示意图 ($Kc = 12, \beta = 196$)

图 5 一个周期内不同时刻的涡量图和涡旋运动模式的示意图 ($Kc = 24, \beta = 196$)

模式的示意图。它们形象地展示了振荡流中涡的产生,脱落和发展的过程。对图 2, $Kc=6$ 的情形。当 $t/T=0.33$ 时,在柱的左侧释放一个单涡 A,发展中的涡 B 和新涡 C 在来流反向时,将沿箭头方向掠过柱面。当 $t/T=0.83$ 时,在柱的右侧释放一个单涡 B,发展中的涡 C 和新涡 D 在来流再次反向时,将沿箭头方向掠过柱面,取代前一周期中 A、B 的位置,重复上述流动过程。从上面分析可见,在一个周期内在柱体两侧先后各释放一个单涡,涡量分布主要集中在柱体的左、右方,这就是所谓的非对称区流动的涡旋运动模式^[4]。对图 3, $Kc=12$ 的情形。当 $t/T=0.33$ 时,涡 A、B 沿箭头方向向柱体的左上侧脱落,涡 C 开始发展,并产生新涡 D。当 $t/T=0.67$ 时,流动反向,涡 C、D 沿柱体下侧掠过柱面继续发展,并产生新涡 E。当 $t/T=1.00$,已脱落的涡 C 和继续发展中的涡 D,将沿箭头方向掠过柱体,向柱体的左上侧运动,取代前一周期中 A、B 的位置,涡 E 继续发展,并产生新涡 F,以后重复上述流动过程。从上面分析可见,在一个周期内向柱体的左上侧释放一对涡,涡量分布主要集中在柱体的上方左右 45° 的范围内,这就是所谓的单对涡区或横向流动区流动的涡旋运动模式^[4,5]。对图 4, $Kc=18$ 的情形。当 $t/T=0.42$ 时,涡 A、B 沿箭头方向向柱体的左上侧脱落,涡 C、D 继续发展,在来流反向时将沿虚线箭头方向,沿柱体下侧掠过柱面,并产生新涡 E。当 $t/T=0.92$ 时,涡 C、D 沿箭头方向向柱体的右下侧脱落,涡 E、F 继续发展,在来流再次反向时将向虚线箭头方向,沿柱体上侧掠过柱面,取代前一周期中 A、B 的位置,并产生新涡 G,以后重复上述流动过程。从上面分析可见,在一个周期内向柱体的左上侧和右下侧先后各释放一对涡,涡量分布主要集中在柱体的左上方和右下方,这就是所谓的双对涡区或对角区流动的涡旋运动模式^[4,5]。对图 5, $Kc=24$ 的情形。当 $t/T=0.30$ 时,涡 A、B 沿箭头方向向柱体的左下侧脱落,涡 C、D 和新涡 E 继续发展,在来流反向时,涡 C 将沿柱体上侧掠过柱面,涡 D、E 将沿柱体下侧掠过柱面。当 $t/T=0.80$,涡 D、E 沿箭头方向,向柱体的右下侧脱落,涡 C 与涡 F 配对,向柱体的右上侧方向运动,并产生新涡 G、H。当 $t/T=0.90$ 时,涡 C、F 已沿箭头方向,向柱体的右上侧脱落,涡 G、H 继续发展,在来流再次反向时,将沿柱体下侧掠过柱面,取代前一周期中 A、B 的位置,并产生新涡 I,以后重复上述流动过程。从上面分析可见,在一个周期内向柱体的左下侧、右下侧和右上侧先后各释放一对涡,涡量分布主要集中在柱体的左下方、右下方和右上方,这就是所谓的三对涡区流动的涡旋运动模式^[4,5]。注意,此时涡旋配对的顺序是 A—B、D—E 和 C—F,而不是一般人想象中的 A—B、C—D 和 E—F。

由顺流数据得到的阻力系数 C_D 、惯性系数 C_M 随 Kc 数的变化曲线见图 6、7。与

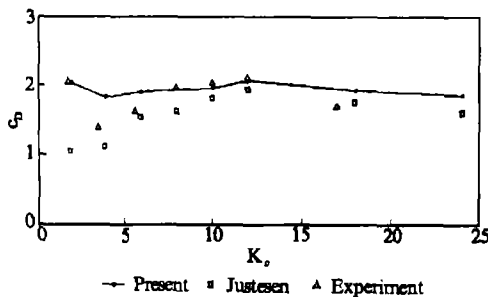


图 6 阻力系数 C_D 与 Kc 数的关系图
($\beta=196$)。

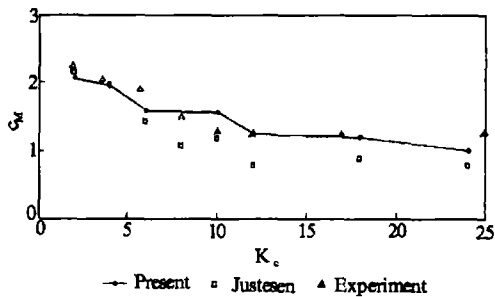


图 7 惯性系数 C_M 与 Kc 数的关系图
($\beta=196$)。

Obasaju 的实验值^[4]和 Justesen 的计算值^[5]相比,本文计算结果与实验结果的符合程度,明显好于国外近期发表的计算结果。

为验证本文方法的正确性,作者曾以突然起动流为例,在同样的网格划分下,分别用分区杂交法和全流场有限差分法进行了计算^[6],所得结果几乎完全相同,但后者的计算时间约是前者的 1.5 倍左右。此外作者还曾考察了分区解法中交界面位置对计算结果的影响^[6],发现当交界面位置取 $r_I = 2 \sim 3$ 时,计算结果已与交界面位置无关,解的收敛性与稳定性均很好。

4 结论

1. 圆柱振荡绕流问题中,涡旋运动模式是 Kc 数的函数。数值研究表明, Kc 数每隔 6 左右,就呈现一种新的涡旋运动模式(即 $Kc=6$ 时为不对称区, $Kc=12$ 时为单对涡区或横向区, $Kc=18$ 时为双对涡区或对角区, $Kc=24$ 时为三对涡区),这与实验结果是完全一致的^[3,4]。

2. 计算的成功,再次证明了本文的分区杂交法对计算较高雷诺数下复杂绕流问题的有效性。

参考文献

- 1 Bearman P W, et al. *J Fluid Mech*, 1985, **154**:337-356.
- 2 Sarpkaya T. *J Fluid Mech*, 1986, **165**:61-71.
- 3 Williamson C H K. *J Fluid Mech*, 1985, **155**:141-174.
- 4 Obasaju E D, et al. *J Fluid Mech*, 1988, **196**: 467-494.
- 5 Justesen P. *J Fluid Mech*, 1991, **222**: 157-196.
- 6 凌国灿,凌国平,王运平.中国科学, A 辑, 1992, (1): 70-79.
- 7 凌国灿,凌国平,顾启扬.华中理工大学学报, 1992, **20**(4): 87-93.
- 8 凌国平,庄业高.水动力学研究与进展, 1987, **2**(3): 51-61.

NUMERICAL SIMULATIONS OF VORTEX MOTION PATTERNS IN OSCILLATING FLOW AROUND A CIRCULAR CYLINDER

Ling Guo ping

(Dept. of Mathematics, Suzhou University, Suzhou, 215006)

Ling Guo can

(LNM, Institute of Mechanics, Academia Sinica, Beijing, 100080)

ABSTRACT: A new hybrid finite difference and vortex method, which is based on domain decomposition and proposed by the authors, is used for calculating the oscillating flow around a circular cylinder at various Keulegan-Carpenter numbers ($Kc=2 \sim 24$) respectively. The rules of variation of vortex motion patterns with Kc numbers are studied systematically. The vortex motion patterns in asymmetric regime, single pair (or transverse) regime, double pair (or diagonal) regime and three pairs regime are first successfully simulated in China. The calculated drag and inertial coefficients are in better agreement with experiments than other recent numerical results.

KEY WORDS: oscillating flow; separated flow; vortex motion pattern; domain decomposition method; finite difference method; vortex method.