

可冲刷坡面滚波数值模拟研究¹⁾

李侃禹^{*†} 曹志先^{†,2)} 刘青泉^{**}

^{*}(长江航道局, 武汉 430010)

[†](武汉大学水资源与水电工程科学国家重点实验室, 武汉 430072)

^{**}(中国科学院力学研究所, 北京 100190)

摘要 应用一维水沙耦合数学模型研究了可冲刷坡面上滚波的水动力学特性。模型的基本控制方程采用完整的、基于守恒定律的一维浅水动力学方程, 运用能够捕捉激波和泥沙运动不连续性的 WAF TVD 二阶数值格式离散控制方程。通过复演定床滚波的运动特点, 对模型进行了验证。可冲刷坡面的滚波数值模拟结果表明, 床面形态对滚波水动力学特性有显著的影响。

关键词 滚波, 可冲刷坡面, 数值模拟

中图分类号: TV131.2 文献标识码: A 文章编号: 1000-0879(2009)01-024-05

NUMERICAL SIMULATION OF ROLL WAVES IN OVERLAND FLOW OVER MOVABLE BED¹⁾

LI Kanyu^{*†} CAO Zhixian^{†,2)} LIU Qingquan^{**}

^{*}(Changjiang Waterway Bureau, Wuhan 430010, China)

[†](State Key Laboratory of Water Resources & Hydropower Engineering Science, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

^{**}(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract A numerical study on mobile bed hydraulics of roll waves with sediment transport and morphological evolution is presented. The governing equations of the model comprise the shallow water hydrodynamics equations closed with the Manning formulation for the boundary resistance. The second-order Total-Variation-Diminishing version of the Weighted-Average-Flux method, along with the HLLC approximate Riemann Solver, is used to solve the governing equations, which can properly capture shock waves and deal with irregular boundaries. Brock's laboratory experiments of roll waves in a fixed-bed channel are reproduced. Numerical simulations show the development and propagation of roll waves over mobile-bed. It is shown that the morphological evolution has a great effect on the roll waves' dynamic characteristics.

Key words roll waves, mobile bed, numerical simulation

引 言

滚波是明渠水流自由面失稳后发育的一系列波动现象, 它对坡面土壤侵蚀有着重要的影响。早在 1934 年 Cronish^[1] 就推测出了滚波, Thomas^[2] 最早分析了大振幅的滚波, Dressler^[3] 于 1949 年得到了滚波演化方程的间断性解析解, 认为谢才公式中的

无量纲阻力系数需要达到床面比降的 1/4 才能形成滚波。Brock^[4] 于 1969 年所做的水槽试验成为这方面的经典工作。Brock 发现, 由均匀流失稳后形成的滚波不是周期性的, 波形、波速在不断发生变化; 滚波的演化由 3 个阶段组成: (1) 初始的小振幅阶段, 波周期基本不变; (2) 过渡阶段, 波周期开始增加和出现波的聚合过程; (3) 最后阶段, 此时发生显

2008-04-08 收到第 1 稿, 2008-09-22 收到修改稿。

1) 欧盟第六框架计划项目 (037024), 国家自然科学基金重点项目 (50739002) 资助。

2) 曹志忠, 男, 1963 年生, 教授, 博士生导师。主要从事河流和力学、泥沙动力学、计算水力学、河流演变学等研究。

E-mail: zxcao@whu.edu.cn

著的聚合现象，可以是小波聚合大波，也可以是大波吞并小波；同时，波周期也随着波高的增加而增加。最近，Liu 等^[5]，Balmforth 等^[6]都对滚波的结构进行了深入的理论分析，Zanuttigh 等^[7]利用基于 HLL 算子的 WAF TVD 数值方法求解一维浅水动力学方程，较好地模拟了 Brock 试验中滚波演化的 3 个阶段。我们注意到：现有关于滚波的理论、实验和数值研究局限于定床条件。然而，滚波可能发生在较易冲刷的坡面上（如干旱和半干旱地区暴雨产流产沙过程），水流可能挟带一定数量的泥沙，且在运动过程中伴随着下渗。但迄今尚未见有关可冲刷坡面上滚波的研究报导。本文应用一维水沙耦合数学模型（Cao 等^[8]）对可冲刷坡面及有下渗情况下的滚波形成与演化进行数值研究。

1 数学模型

1.1 基本控制方程

本文在 Cao 等^[8]的一维浅水水沙耦合数学模型基本控制方程的基础上，考虑了下渗及表面张力。控制方程可以整理成如下守恒形式

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = \mathbf{S} \quad (1)$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} h \\ hu \\ hc \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} hu \\ hu^2 + gh^2/2 \\ huc \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} (E - D)/(1 - p) - f \\ -gh \left(\frac{\partial z}{\partial x} + S_f \right) - p_x - \frac{(\rho_s - \rho_w)gh^2}{2\rho} \frac{\partial c}{\partial x} \\ \frac{(\rho_0 - \rho)(E - D)u}{\rho(1 - p)} \\ E - D \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{D - E}{1 - p} \quad (4)$$

式中， \mathbf{U} 为守恒向量； \mathbf{F} 为通量向量； \mathbf{S} 为源项向量； t 为时间； x 为空间坐标； h 为单元水深； u 为断面平均流速； z 为床面高程； c 为断面平均含沙量； g 为重力加速度； S_f 为阻力坡度； p 为床面泥沙孔隙率； E, D 分别为水体底部与床面边界上的泥沙上扬通量和沉降通量； $\rho = \rho_w(1 - c) + \rho_s c$ 为水沙混合密度； $\rho_0 = \rho_w p + \rho_s(1 - p)$ 为床面泥沙饱和湿密度； ρ_w, ρ_s 分别为水和泥沙的密度； $P_x = \sigma/R$ 为表面张力^[9]； σ 为表面张力系数，其单位为 N/m； f 为下渗率。

1.2 封闭模式

应用谢才系数 C 计算阻力坡度

$$S_f = \frac{u^2}{C^2 R} \quad (5)$$

泥沙沉降通量按 Richardson 和 Zaki 公式^[10] 计算

$$D = w(1 - c_a)^m c_a \quad (6)$$

式中， $w = \sqrt{(13.95\nu/d)^2 + 1.09(\rho_s - \rho)gd/\rho} - 13.95\nu/d$ 为单颗粒泥沙在清水中的沉降速度； d 为泥沙颗粒粒径； c_a 为近床体积含沙量，可以根据平均含沙量计算，即 $c_a = \alpha c$ ， $\alpha = \min(2, (1 - p)/c)$ ；指数 $m = 4.45R^{-0.1}$ ， $R \equiv \sqrt{sgd}/\nu$ ， ν 为清水运动黏性系数， $s = \rho_s/\rho_w - 1$ 。

对于水深较小及床面比降较陡的坡面流，泥沙上扬通量的定量化研究远未充分。这里，选择 Sander^[11] 公式，泥沙上扬通量可按下式计算

$$E = \frac{\psi}{gh\rho_s} \left(\frac{\rho_s}{\rho_s - \rho_w} \right) (\Omega - \Omega_{cr}) \quad (7)$$

式中 $\Omega = \rho g s_0 q$ ， $\Omega_{cr} = 0.007$ 。由于目前对坡面流挟沙能力的研究还不成熟，故本文对上扬通量进行了不同系数的修正， ψ 分别取值为 0.005 和 0.02。

1.3 数值格式

本文运用能够捕捉激波和泥沙运动不连续性的 WAF TVD 二阶数值格式，求解完整的、基于守恒定律的一维浅水水动力学方程。

应用算子分裂法^[12] 离散方程 (1)

$$\mathbf{U}_i^{k+1} = \mathbf{U}_i^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathbf{F}_{i+1/2} - \mathbf{F}_{i-1/2}) + \Delta t \mathbf{S}^k \quad (8)$$

式中 Δt 为时间步长； Δx 为空间步长； i 为空间节点号； k 为时间节点号； $\mathbf{F}_{i+1/2,j}$ 为数值通量，详尽算法参考文献 [8]。

床面变形方程 (4) 离散为

$$z_i^{k+1} = z_i^k + \Delta t \frac{(D - E)_i^k}{1 - p} \quad (9)$$

2 模型验证

2.1 水流失稳条件验证

计算条件为：矩形水槽长 1000 m，渠道的谢才系数为 $C = 50$ ，初始水深 $h = 1$ m。在水槽的入口 ($x = 0$ m) 设一上边界条件， $h' = h(1 + 0.005 \sin \omega t)$ ， h' 为扰动水深， ω 为波的频率，其周期为 40 s，则

$x = 0\text{ m}$ 处扰动水深振幅为 0.005 m . 分别取 3 种不同的 $Fr = 0.5, 2.0$ 及 3.0 进行数值模拟计算, 相应的坡降分别为 $9.8 \times 10^{-4}, 1.57 \times 10^{-2}$ 和 3.53×10^{-2} . 图 1 为 $x = 1000\text{ m}$ 处不同 Fr 对应的水深过程线. 由图 1 显示, 在 $x = 1000\text{ m}$: 当 $Fr = 0.5$ 时, 振幅为 0.0015 m , 与入口处相比, 其振幅明显衰减; 当 $Fr = 2.0$ 时, 振幅仍为 0.005 m , 振幅保持不变; 当 $Fr = 3.0$ 时, 振幅为 0.01 m , 振幅明显增强. 当弗汝数为 2.0 时是自由面失稳的临界值, 与形成水流失稳的条件^[7] 相符. 说明本文的一维模型有较好的精度和可靠性, 可以应用于研究滚波的形成与演化.

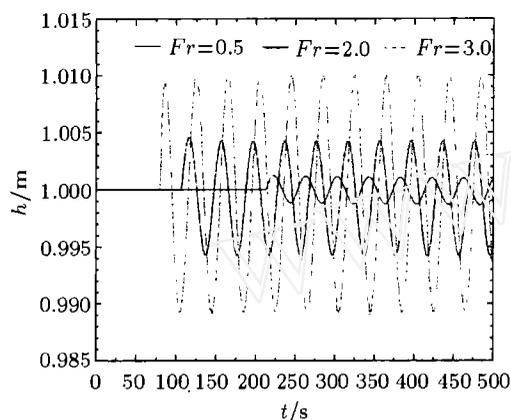


图 1 $x = 1000\text{ m}$ 处不同 Fr 对应的水深过程线

2.2 定床滚波数值模拟

仿照 Zanuttigh 等^[7] 的方法, 模拟一个长 400 m 的水槽, 初始水深 $h = 0.00797\text{ m}$, 坡降 $s = 0.05011$, 谢才系数 $C = 55.23$, 在渠道的入口处给一个固定的为周期性的扰动水深, $h' = h(1 + 0.005 \sin(\pi t))$, $Fr = 3.71$.

图 2 为 $x = 13\text{ m}$ 及 $x = 70\text{ m}$ 两处断面的水深变化过程, 从图 2 可以看出, 在 $x = 13\text{ m}$ 处滚波形态尚未发育完全, 但已呈现出明显的周期性, 且水深较小; 在 $x = 70\text{ m}$ 处此时滚波形态发育完全, 周

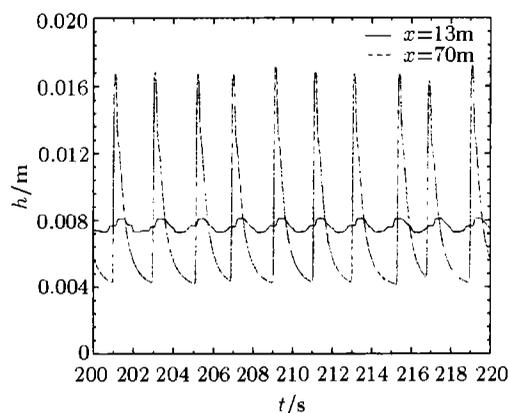


图 2 不同断面水深

期明显, 在 20 s 内有 10 个波, 最大水深显著增加. 为了便于与 Brock^[4] 实验进行对比, 选取了前 70 m 数值结果进行了分析. 图 3 为第 250 s 沿程水深, 此水深变化图可以清晰地看出滚波的 3 个阶段. 从图 4 第 250 s 沿程水面线也可以看出, 波形呈周期性变化. 上述滚波运动特性与 Brock 试验结果及 Zanuttigh 等^[7] 数值结果相符, 进一步说明了本文模型的正确性.

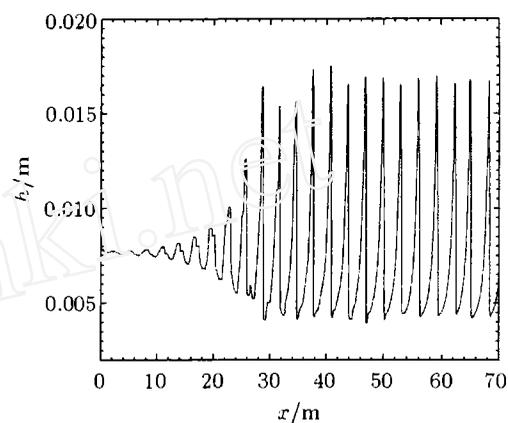


图 3 沿程水深

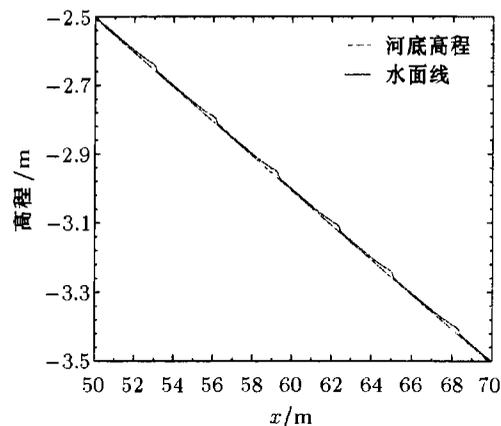


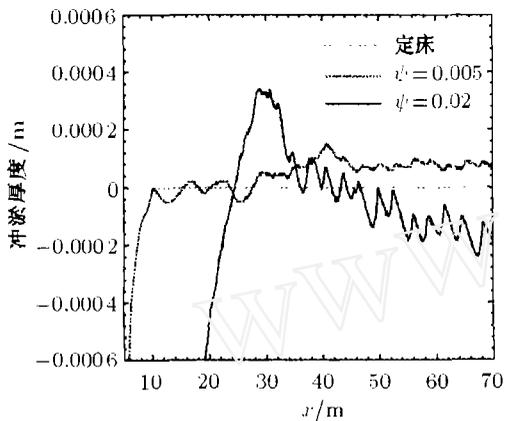
图 4 水面线

3 动床滚波数值模拟

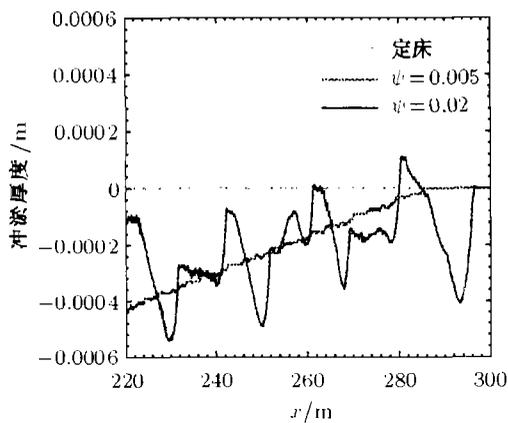
为了便于与定床数值模拟结果对比, 设计水槽几何尺寸与定床相同, 边界条件也相同. 为了模拟坡面流动的实际情况, 初始水深取为干河床. 数值模拟结果如下:

由于目前对坡面流挟沙能力研究还不成熟, 故本文对上扬通量进行了不同系数的修正, 分别取 $\psi = 0.005$ 及 0.02 . 图 5(a), 5(b) 分别为 $\psi = 0.005$ 及 $\psi = 0.02$ 时局部区域沿程冲淤厚度变化图; 图 5(c), 5(d) 分别为相应的局部区域沿程水深变化图. 由图 5(a), 5(b) 可以看出, ψ 越大上扬通量 E 则越大, 对滚波形成阶段的床面冲淤变形幅度影响越大, 但对

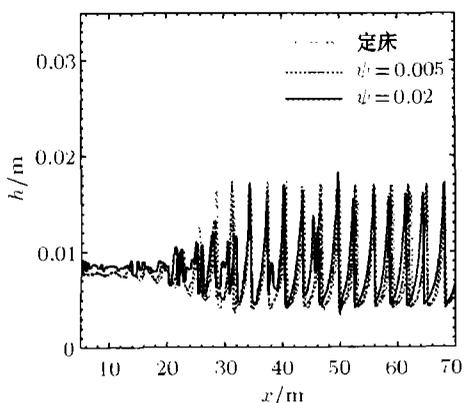
滚波充分发展阶段的冲淤幅度影响不大。图 5(a) 为滚波的形成阶段的床面变形情况，可见 ψ 较小时，床面冲淤幅度较小，河床起伏较小；当 ψ 较大时，床面冲淤幅度相对较大，河床起伏较大；图 5(b) 为滚波充分发展阶段的床面变形情况，当 ψ 较小时，虽然冲刷厚度较大，但沿程变化较小，床面较平整；当 ψ 较大时，冲淤厚度沿程起伏变化较大，床面变形不规则。由于滚波的水力特性及由其导致的河床冲淤变化过程极为复杂，目前尚未发现存在确定的一致性对应关系。



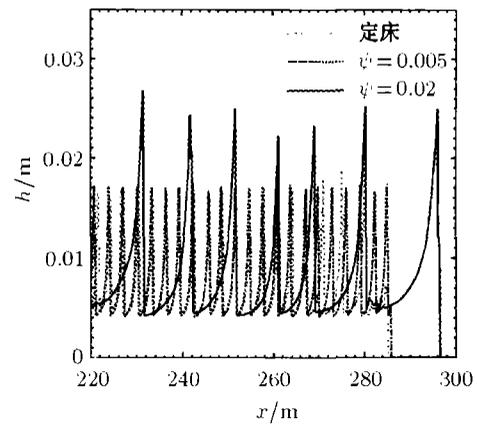
(a)



(b)



(c)



(d)

图 5 定床与动床局部区域沿程水深及冲淤厚度

从图 5(c) 可以看出，不论是定床模拟还是动床模拟，滚波的发育过程都经历了 Brock^[4] 所描述的 3 个阶段。在滚波形成及过渡阶段，动床较定床滚波初始小振幅阶段振动更为紊乱，过渡过程更长，振幅更不规律。

在滚波充分发展阶段，由图 5(d) 可见， $\psi = 0.005$ 时，虽然床面的冲淤厚度较大，但床面比较光滑，滚波运动特性与定床情况类似；在 220~270 m 范围内，定床有 17 个波，最大水深为 0.017 m；动床也为 17 个波，最大水深也为 0.017 m；当 $\psi = 0.02$ 时，而床面的冲淤厚度与 $\psi = 0.005$ 时的情况差别不大，但床面起伏较大，波幅及波形发生了显著的变化。波数由 17 个减少为 5 个，最大水深由 0.017 m 变为 0.027 m。

由图 5(a), 5(c) 可见，在动床滚波形成及过渡阶段，床面冲淤厚度及地形起伏与滚波的周期、波数等没有明显的对应关系；在滚波充分发展阶段，床面冲淤厚度对滚波的运动特性影响不大，地形起伏形状与波数及波幅有良好的对应关系。 ψ 值越大，床面变形起伏越大，波幅的增加幅度越大、波数与周期与床面的对应关系越强。

4 结 论

本文采用的水沙动力学数学模型能够较好地重现 Brock^[4] 实验所观察到的滚波现象。数值模拟结果表明，定床滚波的周期基本固定，振幅比较均匀；在动床滚波形成及过渡阶段，床面冲淤厚度及地形起伏与滚波的周期、波数等没有明显的对应关系；在滚波充分发展阶段，床面冲淤厚度对滚波的运动特性影响不大，地形起伏形状与波数及波幅有良好的对应关系。由于床面泥沙交换研究不成熟，本文

(下转第 38 页)

5(a))是近似的椭圆,产生此现象的原因在于实验系统在水平和铅垂两个方向上的物理参数值不可能完全一致所引起的,但都是一条封闭的曲线,具有周期1运动的特点.实验和数值模拟所得到的波形图(限于篇幅,没有收入)都是比较规则的具有一个周期的波形,只是实验得到的波形图削波现象比较明显而已.图5(b)中的轴心轨迹图表明轴心轨迹杂乱无章,含有多种频率,系统振动剧烈具有混沌运动特征,波形图(限于篇幅,没有收入)显示系统运动状态是混沌或拟周期运动.图5(c)中的轴心轨迹图表明系统也含有多种频率,系统振动剧烈有一些混沌运动特征,而轴心轨迹图并不像图5中的轴心轨迹图那样杂乱无章,与图3中的轴心轨迹图有相似之处,可以认为是拟周期运动.

以上分析说明,数值模拟分析结果与实验测得的结果在系统运动性质方面基本上是相吻合的.从碰摩实验中还可以观察到,转子在每周内与碰摩体发生一次或数次碰撞和摩擦,随着碰摩的不断加重,碰摩力变大,转子与碰摩体刚发生碰撞即被弹回,未发生碰摩的时间和发生碰摩时的接触时间越来越短,碰摩越来越频繁.

5 结论

(1) 转子实验台振动系统呈现出丰富的非线性动力学行为.系统进入混沌的道路主要是阵发性混沌和倍周期分叉混沌;

(上接第27页)

采用坡面流泥沙交换通量公式还有待进一步优化;将本文的数学模型推广至二维以深入研究复杂、可冲刷坡面上的滚波是有意义的.

参考文献

- 1 Cornish V. Ocean Waves and Kindred Geophysical Phenomena. London: Cambridge University Press, 1934
- 2 Thomas HA. Propagation of Waves in Steep Prismatic Conduits. Proceedings of Hydraulic Conference, University of Iowa, Studies in Engineering. 1940, Bulletin 20, 214~229
- 3 Dressler RF. Mathematical solution of the problem of roll waves in inclined open channels. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 1949, 2: 149~194
- 4 Brock RR. Development of roll wave trains in open channels. *Journal of Hydraulics Division, ASCE*, 1969, 95 (HY4): 1401~1425
- 5 Liu QQ, Chen L, Li JC, et al. Roll waves in overland flow. *Journal of Hydrologic Engineering, ASCE*, 2005, 10(2): 110~117

(2) 隔振垫刚度对转子实验台的动力学特性有较大影响,转子系统在低转速区 $n < 6000 \text{ r/min}$ 工作时,隔振垫刚度不宜选的过小, $k_g > 6k_{11}$ 比较合适,在较高转速区 $n \approx 8000 \sim 16000 \text{ r/min}$ 工作时,隔振垫刚度不宜选过大也不宜选过小,应该在一个较为合理的范围 $k_g = 2k_{11} \sim 17k_{11}$ 内;

(3) 转子实验台碰摩实验与数值模拟结果在系统运动性质方面相吻合.

参考文献

- 1 闻邦椿,武新华,丁千等.故障旋转机械非线性动力学的理论与试验.北京:科学出版社,2004.103~112
- 2 Kim VB. Quasi periodic response and stability analysis for a nonlinear Jeffcott rotor. *Journal of Sound and Vibration*, 1996, 190(2): 239~253
- 3 Wang Y. Prediction of periodic response of rotor dynamics systems with nonlinear supports. *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, 1997, 119: 346~353
- 4 Zhang YM, Wen BC, Liu QI. Reliability sensitivity for rotor-stator systems with rubbing. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 259(5): 1095~1107
- 5 袁惠群,闻邦椿,王德友等.滚动轴承转子-定子系统的碰摩故障分析.东北大学学报:自然科学版,2003,24(3):244~247(Yuan Huiqun, Wen Bangchun, Wang Deyou, et al. Nonlinear dynamic properties of rolling bear-rotor-stator box with local rubbing. *Journal of Northeastern University: Natural Science*, 2003, 24(3): 244~247(in Chinese))
- 6 夏志鹏,郑铁生.求解非线性动力系统周期解的改进打靶法.力学与实践,2007,29(6):23~26(Xia Zhipeng, Zheng Tiesheng. An improved method for determining periodic solutions of nonlinear dynamical system. *Mechanics in Engineering*, 2007, 29(6): 23~26(in Chinese))

- 6 Balmforth NJ, Mandre S. Dynamics of roll waves. *J Fluid Mech*, 2004, 514: 1~33
- 7 Zanuttigh B, Lamberti A. Roll waves simulation using shallow water equations and weighted average flux method. *Journal of Hydraulic Research*, 2002, 40: 610~621
- 8 Cao ZX, Pender G, Wallis S, et al. Computational dam-break hydraulics over erodible sediment bed. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 2004, 130: 689~703
- 9 朗道,栗席茨茨编.孔祥言等校译.流体力学.北京:高等教育出版社,1984.288~293
- 10 Richardson JF, Zaki WN. Sedimentation and fluidization, part 1. *Trans, Inst Chem Engrg*, 1954, 32: 35~53
- 11 Sander GC, Parlange JY, Barry DA, et al. Limitation of the transport capacity approach in sediment transport modeling. *Water Resources Research*, 2007, 43, doi: 10.1029/2006WR005177
- 12 Billett SJ, Toro EF. On WAF-type schemes for multidimensional hyperbolic conservation laws. *Journal of Computational Physics*, 1997, 130: 1~24