



大长细比圆柱体顺流向与横向耦合涡激振动的研究

葛斐*, 龙旭, 王雷, 洪友士

中国科学院力学研究所 非线性力学国家重点实验室, 北京 100190

* E-mail: gefei@imech.ac.cn

收稿日期: 2008-07-25; 接受日期: 2008-12-24

国家自然科学基金(批准号: 10532070)、中国科学院知识创新工程重要方向项目(编号: KJCX2-YW-L07)、非线性力学国家重点实验室青年基金资助项目

摘要 针对大长细比圆柱体的涡激振动问题, 建立了柱体顺流向与横向耦合的涡激振动模型, 在尾流振子模型的基础上, 引入了柱体振动的加速度耦合项, 同时考虑到柱体振动瞬时速度的变化, 引入了非线性流体力模型. 采用有限差分法求解柱体的振动方程, 计算结果与实验结果的对比显示, 该文模型能较好的模拟大长细比圆柱体涡激振动的重要特性, 包括振动频率、振动模态、驻波与行波的特征等. 柱体在顺流向的变形曲率与横向的变形曲率在同一量级, 说明两个方向的振动对于结构疲劳破坏的贡献同等重要.

关键词

涡激振动(VIV)
涡致波动(VIW)
尾流振子
大长细比柱体
流固耦合

受张力的大长细比圆柱体结构在海洋工程中有着广泛的应用. 伴随着海洋开发向深海的发展, 越来越多的深水平台例如: TLP, SPAR 和 FPSO 被应用在海面上油气资源的开采. 随着水深的增加, 张力腿或立管的长细比(长度与直径之比)可达上千的量级, 导致结构的柔性增大, 流体作用力更加复杂, 流固耦合作用愈发强烈, 张力腿或立管的涡激振动就成为影响深水平台安全性的重要因素之一.

关于涡激振动的研究已经做了很多, 近期关于涡激振动研究进展的综述文献可参考 Sarpkaya^[1], Williamson 等人^[2,3], Gabbai 等人^[4]的论文. 在已有的研究中, 人们更多的关注结构的横向涡激振动(cross-flow), 认为顺流向涡激振动(in-line)的振幅比横向小一个量级, 对结构的疲劳破坏贡献较小. 目前在海洋工程中应用的计算涡激振动的软件, 例如: SHEAR7, VIVANA 和 VIVA 等也存在一个共同的限

制, 即只能计算结构有限个振动频率的横向涡激振动^[5]. Baarholm 等人^[6]的实验结果表明, 流速的不同, 两个方向涡激振动对疲劳破坏的贡献也不同. 当流速较低, 结构的低阶振动模态被激发, 顺流向涡激振动对结构的疲劳破坏贡献大于横向涡激振动. 随着流速的增加, 高阶振动模态被激发, 此时对疲劳破坏的主要贡献来自于横向涡激振动. 鉴于此, 为了更加准确的估算大长细比圆柱体的疲劳寿命, 有必要建立结构在顺流向和横向耦合的涡激振动模型^[7-9].

涡激振动的数值计算方法有两种, 一种是计算流体力学方法(CFD), 通过求解 N-S 方程得到作用在结构上的流体力, 因此不需要选取经验参数, 但是对计算机的计算和存储能力要求很高, 计算时间较长. 另一种是半经验模型法, 以尾流振子模型为代表, 需要根据大量的实验结果选取合适的模型参数. Facchinetti 等人^[8]的研究表明, 通过选取合适的耦合项

(位移、速度或加速度), 尾流振子模型可以较好的模拟柱体涡激振动的一些重要特性. 本文拟采用第二种方法, 将尾流振子模型扩展到顺流向涡激振动, 考虑顺流向和横向涡激振动的耦合, 同时计及大长细比圆柱体的几何非线性, 建立运动方程, 并将计算结果与实验结果^[10]对比以检验模型的合理性.

1 运动方程

受张力的圆柱体, 两端的约束视为简支(图 1), 其运动控制方程具有 Euler-Bernoulli 梁的形式, 即

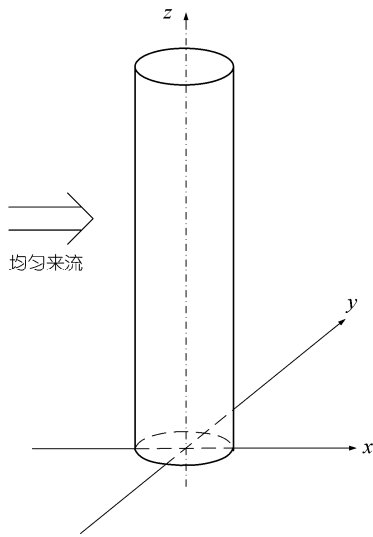


图 1 圆柱体及坐标系示意图

$$\bar{m} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + (C + C') \frac{\partial x}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 x}{\partial z^4} - \frac{\partial}{\partial z} \left(T \frac{\partial x}{\partial z} \right) = F_x, \quad (1)$$

$$\bar{m} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + (C + C') \frac{\partial y}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} - \frac{\partial}{\partial z} \left(T \frac{\partial y}{\partial z} \right) = F_y,$$

其中 \$\bar{m}\$ 为锚索单位长度的质量, 包括流体附加质量

$$\bar{m} = m_s + \frac{\pi}{4} C_a \rho D^2, \quad (2)$$

\$m_s\$ 为单位长度结构质量, \$C_a\$ 为附加质量系数, \$\rho\$ 为流体密度, \$D\$ 为圆柱直径. \$C\$ 为柱体的黏性阻尼系数, \$C'\$ 为线性化的流体阻尼系数, 和涡串频率 \$\Omega_f\$ 有关, 可以表示为^[8]

$$C' = \gamma \Omega_f \rho D^2, \quad (3)$$

\$\gamma\$ 为黏滯力参数, 可通过实验确定. \$EI\$ 为圆柱的弯

曲刚度, \$T\$ 是圆柱中的拉力为

$$T = T_0 + EA \frac{S-L}{L}, \quad (4)$$

\$T_0\$ 为初始拉力, \$E\$ 为弹性模量, \$A\$ 为圆柱的截面积, \$S-L\$ 为圆柱在变形过程中的伸长量, 可由下式得到

$$\frac{dS}{dz} = \sqrt{1 + \left(\frac{\partial x}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)^2}, \quad (5)$$

方程右端的 \$F\$ 为作用于圆柱上的流体力, 与流速的平方成正比, 即

$$F_x = \frac{1}{2} C_D \rho D U^2, \quad F_y = \frac{1}{2} C_L \rho D U^2, \quad (6)$$

其中 \$U\$ 为来流速度, \$C_D\$ 为顺流向的拖曳力系数, \$C_L\$ 为横向升力系数. 当柱体发生振动, 柱体的运动会影响到流场, 因而流体力系数会随之变化. 顺流向的拖曳力系数可进一步表示为平均拖曳力系数和脉动拖曳力系数之和^[11]

$$C_D = \bar{C}_D + \tilde{C}_D = C_{D0} \left(1 + K \frac{a_y}{D} \right) + C_{Di}, \quad (7)$$

\$C_{D0}\$ 为圆柱静止时的拖曳力系数, \$K\$ 为一个常数, 一般取为 2, \$a_y\$ 为圆柱的横向振幅, \$C_{Di}\$ 为随时间变化的拖曳力系数. \$C_{Di}\$ 及 \$C_L\$ 的变化及与柱体振动的耦合用尾流振子模型来描述, 即满足 Van Der Pol 方程^[9]

$$\frac{\partial^2 q_x}{\partial t^2} + \varepsilon_x \Omega_f (q_x^2 - 1) \frac{\partial q_x}{\partial t} + 4 \Omega_f^2 q_x = \frac{A_x}{D} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 q_y}{\partial t^2} + \varepsilon_y \Omega_f (q_y^2 - 1) \frac{\partial q_y}{\partial t} + \Omega_f^2 q_y = \frac{A_y}{D} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2},$$

式中 \$q_x, q_y\$ 为引入的无量纲变量, 相应的流体力系数可表示为

$$C_{Di} = C_{Di0} \frac{q_x}{2}, \quad C_L = C_{L0} \frac{q_y}{2}, \quad (9)$$

\$C_{Di0}, C_{L0}\$ 为作用于固支刚性圆柱上的流体力系数. \$\varepsilon_x, \varepsilon_y, A_x, A_y\$ 为由实验确定的常数, \$\Omega_f\$ 为 Strouhal 频率, 即

$$\Omega_f = 2\pi S_t \frac{U}{D}, \quad (10)$$

\$S_t\$ 为 Strouhal 数, 与流体的 \$Re\$ 数有关, \$U\$ 为来流速度.

(8) 式中方程的右端项代表柱体振动的加速度对

尾流振子的影响, 相对于位移或速度耦合, 加速度耦合能更真实的反映柱体的涡激振动^[8].

进一步考虑当圆柱发生振动时, 顺流向和横向流体力的变化如图2所示. f_D 是作用在振动柱体上的平均拖曳力, f'_D 和 f_L 分别是涡脱落引起的脉动拖曳力和升力.

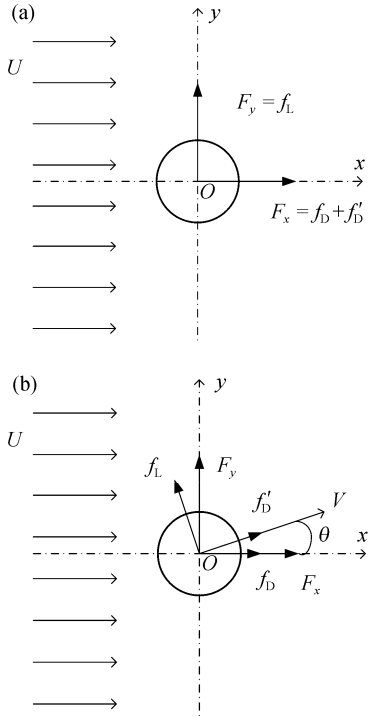


图2 均匀流中作用于圆柱截面上的流体力
(a) 圆柱静止时; (b) 圆柱振动时

当圆柱静止时, 流体升力 f_L 和脉动拖曳力 f'_D 的方向与坐标轴的方向重合, 如图 2(a)所示; 当圆柱由于涡串泄放而发生振动时, 升力和脉动拖曳力的方向不再与坐标轴重合, 此时, 脉动拖曳力 f'_D 的方向与相对速度 V 的方向重合, 升力 f_L 的方向则垂直于 V , 圆柱截面上的流体作用力可以表示为

$$\begin{aligned} F_x &= f_D + f'_D \cos \theta - f_L \sin \theta, \\ F_y &= f_L \cos \theta + f'_D \sin \theta, \end{aligned} \quad (11)$$

其中 θ 是相对速度 V 与 x 轴正向的夹角, 并且有

$$\theta(t) = \arctg\left(\frac{\dot{y}(t)}{U - \dot{x}(t)}\right) = \arctg\left(\frac{\dot{Y}(t)}{1 - \dot{X}(t)}\right), \quad (12)$$

式中 $\dot{\cdot}$ 代表对时间变量求导, $\dot{X}(t)$ 和 $\dot{Y}(t)$ 是柱体的无量纲瞬时速度. 一般有 \dot{X} 和 $\dot{Y} \ll 1$ 成立, 因此 θ 很小, 有下式成立

$$\begin{aligned} \sin \theta(t) &= \frac{\dot{Y}(t)}{\sqrt{\dot{Y}^2(t) + (1 - \dot{X}(t))^2}} \approx \dot{Y}(t), \\ \cos \theta(t) &= \frac{1 - \dot{X}(t)}{\sqrt{\dot{Y}^2(t) + (1 - \dot{X}(t))^2}} \approx 1. \end{aligned} \quad (13)$$

代入(11)式可得

$$\begin{cases} F_x = f_D + f'_D - f_L \dot{Y}(t), \\ F_y = f_L + f'_D \dot{Y}(t). \end{cases} \quad (14)$$

2 受张力圆柱的自振特性

与柱体变形引起的轴向张力变化相比, 张力沿柱体轴向的变化可忽略, 因此假设张力 T 以及柱体的弯曲刚度 EI 沿柱体是均匀的^[9], 方程(1)重新写为

$$\bar{m} \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial t^2} + (C + C') \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 \mathbf{r}}{\partial z^4} - T \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial z^2} = \mathbf{F}, \quad (15)$$

式中 $\mathbf{r} = x + iy$, $\mathbf{F} = F_x + iF_y$. 可以采用分离变量法对方程进行求解, 令

$$\mathbf{r}(z, t) = \sum_{j=1}^n \phi_j(z) \bar{r}_j(t), \quad (16)$$

其中 $\phi_j(z)$ 为满足柱体边界条件的振型函数, 对于两端简支的情况, 相应的振型函数为

$$\phi_j(z) = \sin \frac{j\pi z}{L} \quad j = 1, \dots, n, \quad (17)$$

L 为柱体长度. 将(16)和(17)式代入方程(15), 在方程两边同时乘以 $\phi_i(z)$, 并在区间 $[0, L]$ 上积分, 利用振型函数的正交性, 化简后可得

$$\ddot{\bar{r}}_i + 2\zeta_i \omega_i \dot{\bar{r}}_i + \omega_i^2 \bar{r}_i = P_i(t), \quad (18)$$

式中,

$$\zeta_i = \frac{C + C'}{2\bar{m}\omega_i}, \quad (19)$$

$$P_i(t) = \frac{2}{\bar{m}L} \int_0^L F \sin \frac{i\pi z}{L} dz, \quad i = 1, \dots, n,$$

ω_i 圆柱第 i 阶固有圆频率, 表达式为

$$\omega_i = 2\pi f_i = \frac{i\pi}{L} \sqrt{\frac{EI}{\bar{m}} \left(\frac{i\pi}{L}\right)^2 + \frac{T}{\bar{m}}} \quad (20)$$

3 数值算例

数值算例我们取 Trim 等人^[10]的立管模型实验的数据, 实验模型示意图如图 3 所示, 立管长细比 L/D 达到 1400, 质量比(立管质量与同体积流体质量之比)为 1.6, 立管长度 38m. 为了得到一定的水流速度, 立管在水池中被拖曳行进, 因此下文中统一用拖曳速度代替水流速度. 具体立管模型数据如表 1 所示, 流体密度 $\rho = 1025 \text{ kg/m}^3$.

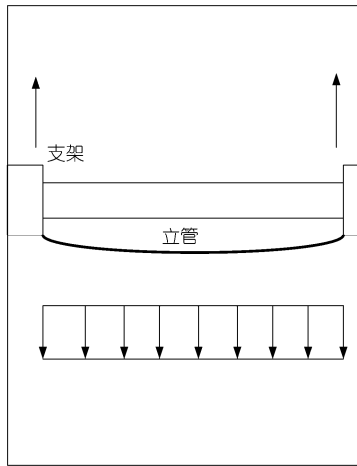


图 3 立管模型实验示意图^[10]

表 1 立管模型参数

立管直径 D/m	壁厚 t/m	长度 L/m
0.027	0.003	38
质量 $m_s/\text{kg} \cdot \text{m}^{-1}$	弹性模量 $E/\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$	拉力 T/kN
0.939	36.2×10^9	4~6

尽管 Strouhal 数是随 Re 数变化的, 在我们的算例中, Re 数处于亚临界范围, Strouhal 数可以简单的近似为一个常数, 对于振动圆柱选取 $S_t = 0.17$ ^[12]. 流体附加质量系数 C_a 受圆柱振幅、频率、流速等因素的影响, 变化非常复杂, 目前把它简化为一个常数是方便的, 对于圆柱可取为 1.0^[9]. 当 Re 数处于亚临界范围, 固支刚性圆柱上的流体力系数可取为 $C_{D0} = 1.2$, $C_{Di0} = 0.1$, $C_{L0} = 0.3$ ^[9]. 尾流振子模型中的参数 $\varepsilon_x, \varepsilon_y, A_x, A_y$ 根据 Facchinetti 等人^[8]的推荐选为

$$\varepsilon_x = 0.3, \quad \varepsilon_y = 0.3, \quad A_x = 12, \quad A_y = 12.$$

立管运动方程(1)与尾流振子振动方程(8)是耦合的, 首先将立管划分成 N 个单元, 每个单元长度 L/N , 采用中心差分法将立管的运动方程转化为含有 $2N$ 个方程的方程组, 然后在时间域内采用逐步积分的方法进行求解. 初始时刻 $t = 0$ 时, 立管的位移和速度都等于零, 尾流振子模型中的流体变量初值为 2.0, 变化速率等于零, 即

$$\mathbf{r}(z, 0) = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{r}(z, 0)}{\partial t} = 0, \quad (21)$$

$$q_x = q_y = 2, \quad \frac{\partial q_x}{\partial t} = \frac{\partial q_y}{\partial t} = 0. \quad (22)$$

为了探讨立管的自振特性, 考虑与立管模型有相同长度及单位长度质量的简支梁和受张力绳索的第 i 阶自振频率, 其表达式分别为^[6]

$$\text{简支梁} \quad f_{i,\text{beam}} = \frac{i^2 \pi}{2} \sqrt{\frac{EI}{\bar{m}L^4}}, \quad (23)$$

$$\text{受张力绳索} \quad f_{i,\text{string}} = \frac{i}{2} \sqrt{\frac{T}{\bar{m}L^2}}.$$

影响简支梁自振频率的是弯曲刚度, 影响受张力绳索自振频率的是绳索中的张力, 而对于受张力的立管, 是弯曲刚度还是张力对其自振频率的影响更大, 需要结合具体的算例进行具体分析. 图 4 给出了立管自振频率与受张力绳索和简支梁的对比情况. 当立管的自振模态阶数比较低时, 立管的自振频率

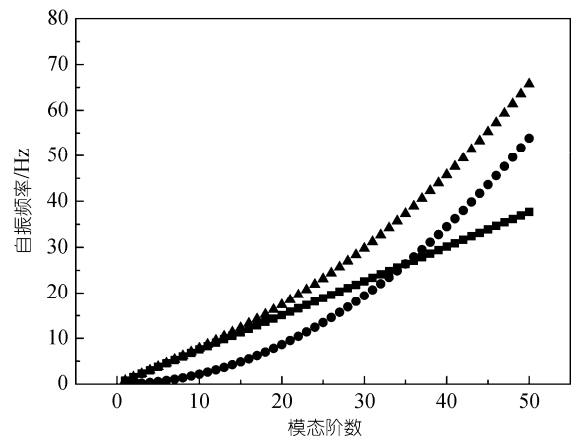


图 4 三种结构自振频率的比较

方框是受张力绳索计算结果, 圆圈是简支梁计算结果, 三角形是立管计算结果

基本与受张力的绳索相同, 立管中的拉力对其自振频率的影响较大; 当自振模态阶数升高, 立管的自振频率更接近于简支梁的自振频率, 此时自振频率受弯曲刚度的影响较大。

Trim 等人^[10]的实验中, 拖曳速度范围从 0.3~2.4 m/s, 以 0.1m/s 递增, 进行了 22 组实验. 计算模型中流速与模型实验拖曳速度保持一致, 并与模型实验结果做对比, 如图 5 和 6 所示. 图 5 中的直线代表由 Strouhal 定律计算得顺流向和横向的涡脱落频率, 处于亚临界 Re 数范围内的振动柱体 $S_t = 0.17$, 涡脱落频率与拖曳速度有线性关系成立. 实验结果显示, 当拖曳速度较小 ($U < 1.4$ m/s) 时, 顺流向和横向的立管振动频率与相应的 Strouhal 频率基本相等. 随着拖曳速度逐渐增大, 立管振动频率与 Strouhal 频率的偏差越来越大, 但顺流向的振动频率基本是横向振动频率的两倍. 在计算结果中, 立管顺流向和横向的振动频率与相应的 Strouhal 频率大致相等. 实验和计算结果都表明立管振动频率随着拖曳速度的增大而线性增大。

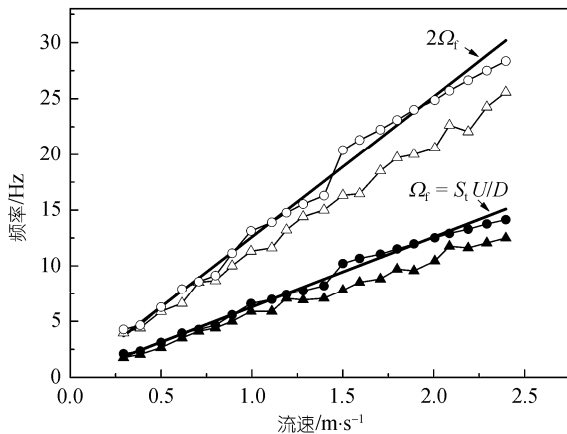


图 5 立管振动频率随拖曳速度的变化

圆圈是计算结果, 三角形是实验结果; 实心点是横向涡激振动结果, 空心点是顺流向涡激振动结果

图 6 给出了立管振动模态随拖曳速度的变化, 当拖曳速度小于 1.6 m/s 时, 立管顺流向和横向的振动模态与实验基本相符; 当拖曳速度增大, 顺流向的振动模态小于实验值. 无论实验还是计算, 立管顺流向的振动模态阶数大致是横向振动模态阶数的两倍, 且振动模态阶数都小于 25, 由图 4 的计算结果可知,

此时立管的振动频率主要由立管中的拉力决定, 在模型实验中, 立管的预拉力在 4~6 kN 范围内变化, 计算中为了简化立管中的预拉力为 5kN, 也许这是导致拖曳速度较大时计算与实验结果不太一致的原因. Kevin 等人^[13]用 CFD 的方法计算所得结果在拖曳速度较大时同样也出现了偏离实验结果的现象。

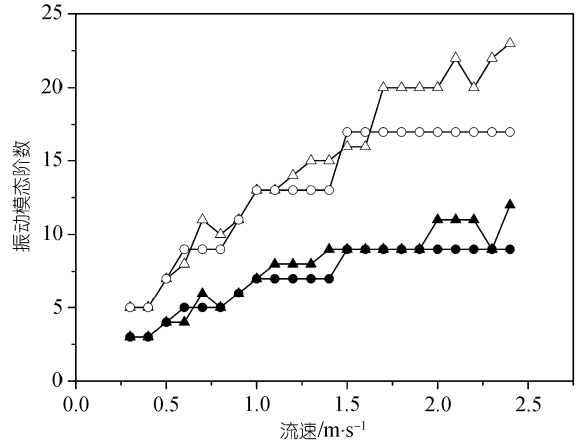


图 6 立管振动模态随拖曳速度的变化

圆圈是计算结果, 三角形是实验结果; 实心点是横向涡激振动结果, 空心点是顺流向涡激振动结果

图 7 给出了立管变形后沿轴向的平均曲率在顺流向和横向随拖曳速度的变化. 随着拖曳速度的增大, 立管的变形曲率逐渐增大, 顺流向的曲率与横向的曲率很接近, 意味着顺流向涡激振动对疲劳破坏的贡献与横向涡激振动的贡献在同一量级. 这一结论对工程设计具有重要的意义, 目前已有的计算涡

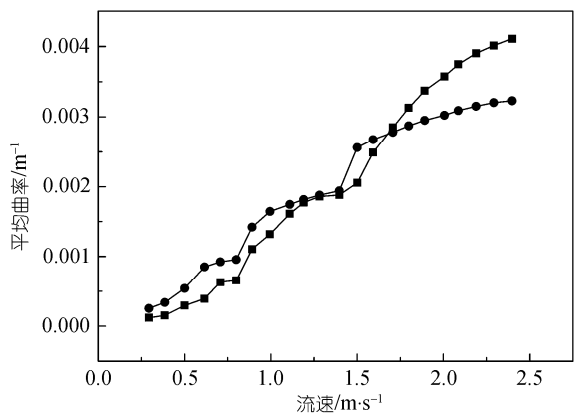


图 7 立管涡激动力响应的平均曲率随拖曳速度的变化

方框是顺流向的变形曲率平均值, 圆圈是横向的变形曲率平均值

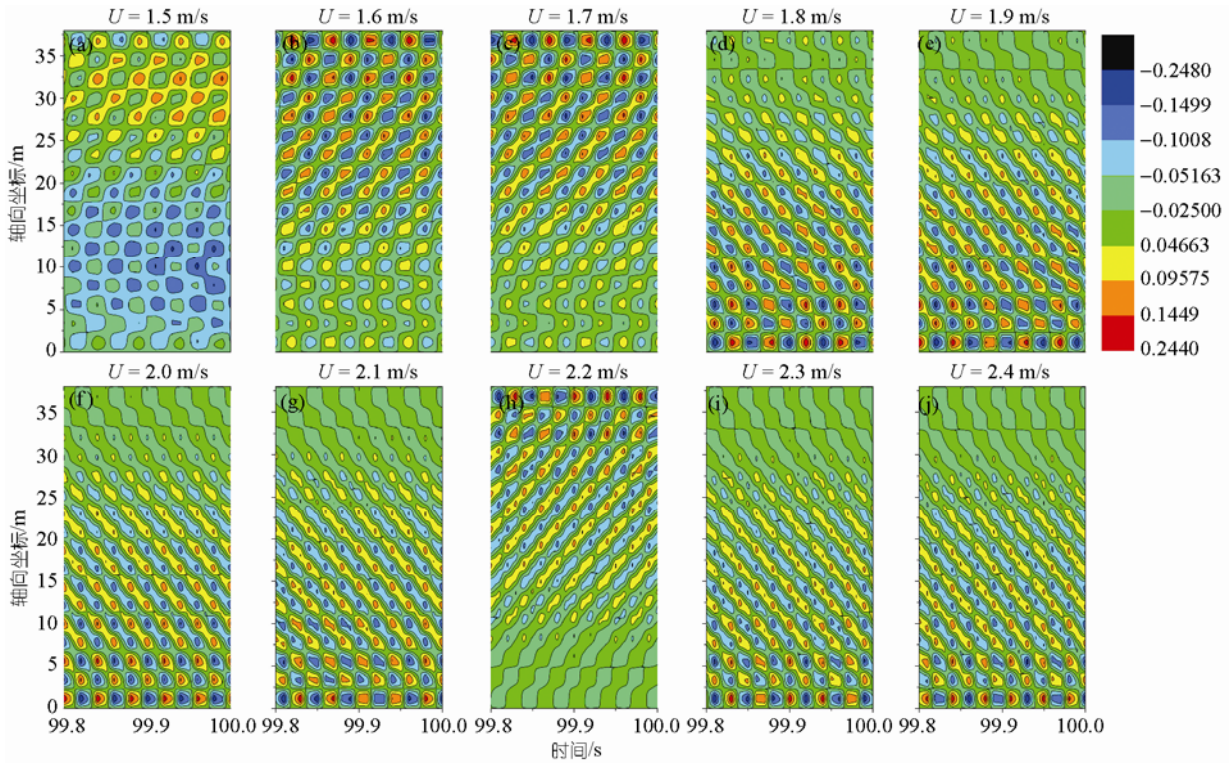


图 8 立管顺流向位移等值线图

拖曳速度变化范围 1.5~2.4 m/s, 位移变化范围 -0.248D~0.244D

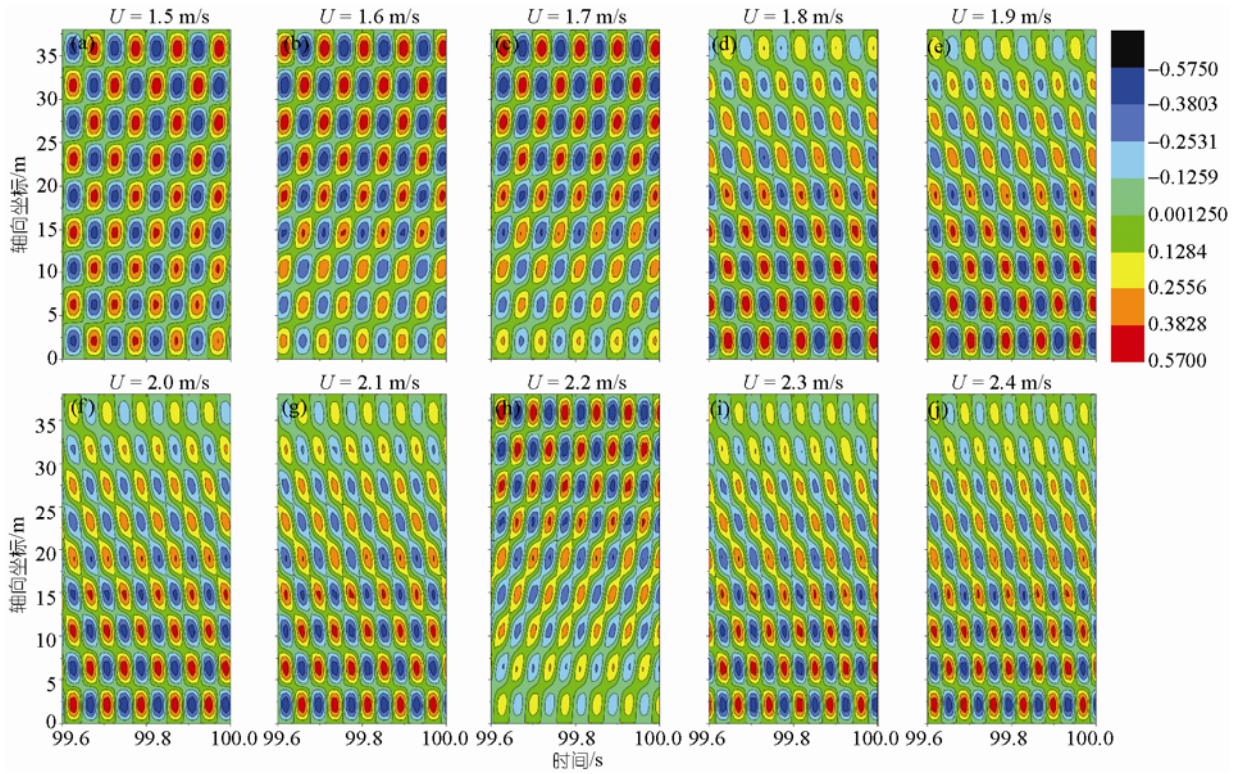


图 9 立管横向位移等值线图

拖曳速度变化范围 1.5~2.4 m/s, 位移变化范围 -0.575D~0.57D

激振动的软件大都忽略了顺流向涡激振动对结构疲劳破坏的贡献. Baarholm^[6]和 Trim 等人^[10]的实验结果也证实, 具有大长细比的立管, 顺流向涡激振动对立管疲劳破坏的贡献与横向涡激振动的贡献是同一量级, 在某些情况下甚至大于横向涡激振动的贡献.

图 8 和 9 给出了立管顺流向和横向振动的位移等值线图, 可以明显的看到, 立管的振动同时存在驻波和行波的振动特点, 立管两端呈现驻波的振动形态, 中间部分呈现行波的振动形态. 大长细比立管的这种振动特性也同样出现在直接数值模拟(DNS)的计算结果^[14]及模型实验的结果中^[15]. 值得注意的是, 行波的出现与传播受拖曳速度的影响, 当拖曳速度等于 1.5 m/s 时, 立管的振动主要是驻波形态, 随着拖曳速度增大, 立管的振动出现了行波特征, 此时立管两端仍然是驻波振动形态, 而立管中段呈现行波振动形态, 且波传播方向具有随机性^[16]. 行波的出现与传播抑制了驻波振动模态随拖曳速度增加而增加的变化趋势, 因此在图 6 曲线中出现了模态阶跃现象.

4 结论

本文建立了受张力大长细比圆柱体涡激振动的

三维分析模型, 考虑了由于张力变化引起的几何非线性作用. 柱体在顺流向和横向的流体力与当地流体速度的平方成正比, 流体力系数的变化反映了涡脱落对柱体振动的影响, 模型中用沿柱体轴向分布的尾流振子来模拟, 在数学上采用 Van de Pol 方程的形式. 柱体振动对涡脱落的影响则用柱体振动的惯性项模拟, 模型中的系数基于以往大量的实验结果选取. 考虑到柱体振动时瞬时速度的变化, 模型中引入了顺流向和横向流体力的耦合作用.

基于尾流振子模型的求解采用有限差分方法, 可以在个人电脑上进行计算, 只需几个小时, 对计算机硬件的要求以及计算耗时比采用直接数值模拟的方法大为降低. 这也是目前尾流振子模型的主要优点, 它允许我们对不同条件下大长细比结构的涡激振动进行大量的数值分析, 以满足工程实际需要.

与立管模型实验结果的对比显示, 本文的模型能够预测实验中的重要结果与现象, 包括立管的振动频率、模态、曲率随流速的变化, 立管涡激振动中驻波与行波的出现与传播. 计算结果还表明立管在顺流向的变形曲率与横向的变形曲率在同一量级, 说明两个方向的振动对立管疲劳破坏的贡献同等重要, 这一结论对工程设计有着重要的意义.

参考文献

- 1 Sarpkaya T. A critical review of the intrinsic nature of vortex-induced vibrations. *J Fluids Struct*, 2004, 19: 389—447
- 2 Williamson C H K, Govardhan R. Vortex-induced vibrations. *Annu Rev Fluid Mech*, 2004: 413—455
- 3 Williamson C H K, Govardhan R. A brief review of recent results in vortex-induced vibrations. *J Wind Eng Ind Aerodyn*, 2007, 96: 713—735
- 4 Gabbai R D, Benaroya H. An review of modeling and experiments of vortex-induced vibration of circular cylinders. *J Sound Vib*, 2005, 282: 575—616
- 5 Chaplin J R, Bearman P W, Cheng Y, et al. Blind predictions of laboratory measurements of vortex-induced vibrations of a tension riser. *J Fluids Struct*, 2005, 21: 25—40
- 6 Baarholm G S, Larsen C M, Lie H. On fatigue damage accumulation from in-line and cross-flow vortex-induced vibrations on risers. *J Fluids Struct*, 2006, 22: 109—127
- 7 Wang X Q, So R M C, Chan K T. A non-linear fluid force model for vortex-induced vibration of an elastic cylinder. *J Sound Vib*, 2003, 260: 287—305
- 8 Facchinetti M L, de Langre E, Biolley F. Coupling of structure and wake oscillator in vortex-induced vibrations. *J Fluids Struct*, 2004, 19: 123—140
- 9 Furnes G K, Sorensen K. Flow induced vibrations modeled by coupled non-linear oscillators. In: Chung J S, Hong S W, Nagata S, et al eds. *Proceedings of the 17th International Offshore and Polar Engineering Con-*

- ference, Lisbon, Portugal, California: ISOPE, 2007. 2781—2787
- 10 Trim A D, Braaten H, Lie H, et al. Experimental investigation of vortex-induced vibration of long marine risers. *J Fluids Struct*, 2005, 21: 335—361
 - 11 Srapkaya T. Fluid forces on oscillating cylinders. *J Waterway Port Coast Ocean Eng-ASCE*, 1978, 104: 275—290
 - 12 Lie H, Kaasen K E. Modal analysis of measurements from a large-scale VIV model test of a riser in linearly sheared flow. *J Fluids Struct*, 2006, 22: 557—575
 - 13 Kevin H, Chen H C. Riser VIV analysis by a CFD approach. In: Chung J S, Hong S W, Nagata S, et al eds. *Proceedings of the 17th International Offshore and Polar Engineering Conference*, Lisbon, Portugal. California: ISOPE, 2007. 2722—2729
 - 14 Newman D J, Karniadakis G E. A direct numerical simulation study of flow past a freely vibrating cable. *J Fluid Mech*, 1997, 344: 95—136
 - 15 Facchinetti M L, de Langre E, Biolley F. Vortex-induced travelling waves along a cable. *Eur J Mech B-Fluids*, 2004, 23:199—208
 - 16 Violette R, de Langer E, Szydowski J. Computation of vortex-induced vibrations of long structures using a wake oscillator model: Comparison with DNS and experiments. *Comp Struct*, 2007, 85: 1134—1141