

摆动水翼绕流的数值研究¹⁾

何国毅* 张星^{† 2)} 张曙光*

* (北京航空航天大学航空科学与工程学院, 北京 100083)

[†] (中国科学院力学研究所LNM室, 北京 100080)

摘要 鱼类经常采用垂直流向的摆动进行游动, 这种摆动可以用行进波来表示。本文用浸入边界方法 (Immersed Boundary Method) 模拟了低雷诺数条件下摆动水翼 NACA65-010 的绕流问题并研究了雷诺数对水生动物推进效率的影响。结果表明: 随着雷诺数的增大, 推力系数和推进效率增大, 而功率系数减小; 在 Re 小于 20 时, 推力系数, 推进效率和功率系数的变化尤为剧烈。随雷诺数增加, 由于水翼摆动诱导的流场变化也更加复杂, 水翼后缘处的涡量场强度逐渐增强。摆动诱导反卡门涡街产生推力。

关键词 水翼, 摆动, 推进, 浸入边界方法, 反卡门涡街

中图分类号: O257, O351

引言

在一定的雷诺数范围内, 海洋和水生动物经常采用身体的摆动进行游动^[1]。这些动物因身体做垂直于流向的摆动, 导致动物沿水平方向运动。在Lighthill的先驱性工作中^[2], 他把垂向的摆动表示为行进波, 发现改变行进波的方式, 可以减少游动的阻力, 增加推力, 提高推进效率。进一步的试验^{[3][4]}表明推进效率与垂向摆动的频率有关。然而, 现有的实验方法很难测量海洋和水生游动时的阻力和升力, 也很难捕捉摆动物体绕流的流动特征。因此, 数值模拟成为研究水生动物游动的有效手段。

水生动物的游动是一个典型的动边界问题。通常采用的贴体坐标和动网格方法, 这种方法需要跟踪移动边界然后生成贴体网格, 大大增加了数值模拟的复杂性。文^{[5][6]}分别用有限元方法数值模拟了水翼摆动的绕流, 比较了不同 Re 数时水翼的推进效率。本文采用浸入边界方法^{[7][8][9][10]}模拟水翼的摆动绕流。在浸入边界方法中, 不需

要动网格技术, 大大减少了数值模拟的成本。因此我们将采用浸入边界方法研究生物的游动。本文将利用浸入边界法模拟NACA65-010水翼的摆动绕流, 计算水翼摆动产生的推力、升力和效率, 并分析水翼绕流的流动特征, 研究的推进机理。

1 控制方程和数值方法

1.1 水翼的数学模型

我们以NACA65-010水翼为例研究摆动推进的性能与机理。NACA65-010是一种典型的低速水翼, 该水翼的形状和初始位置见图1。我们取坐标系原点为水翼的头部端点, x_1 为水平方向, x_2 为垂直方向。我们把水翼放在长宽各为 $7.5L$ 和 $2.8L$ 的矩形区域, 攻角为零度, 其前缘端点的位置到 c_1 的距离为 $1.5L$, 到 c_3 的距离为 $1.4L$, 这里 L 表示水翼的弦长。水平来流的速度为 U_0 。

1) 国家自然科学基金资助项目(10732090和10872201)和973项目非线性科学(2007CB814800)。

2) Email: zhangx@lnm.imech.ac.cn

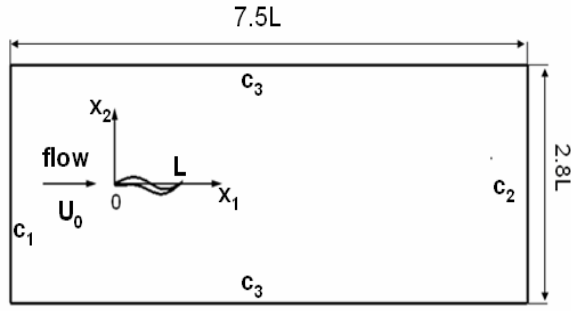


图 1. 水翼 NACA65-010 的初始位置、形状及计算区域

Fig. 1 The shape of hydrofoil NACA 65-010 and its initial location in computation domain

根据Akimoto和Miyata的研究^[5], 水翼的摆动可以用行进波来表示: 它的头部端点固定, 振幅沿头至尾方向递增, 它的中线随时间的变化规律为:

$$x_b = A \left[-\left(\frac{x_1}{L} - 1 \right)^2 + 1 \right] \cos \frac{2\pi}{\lambda} (x_1 - ct) \quad (1)$$

其中 A 是水翼的振幅, L 是水翼的弦长, λ 是行进波的波长, c 是相速度. 摆动的周期 T 由行进波的波长和相速度决定, 它的无量纲特征周期定

$$\text{义为 } T^* = \frac{\lambda/L}{c/U_0}.$$

为研究水翼摆动和推进特性, 我们将计算推力系数、升力系数和功率系数. 它们的计算公式如下:

$$C_t = -\int F_1 ds / (\rho U_0^2 L / 2) \quad (2)$$

$$C_l = \int F_2 ds / (\rho U_0^2 L / 2) \quad (3)$$

$$C_w = -\int F_2 \left(\frac{\partial x_b}{\partial t} \right) ds / (\rho U_0^3 L / 2) \quad (4)$$

这里 F_1 和 F_2 分别表示水翼沿 x_1 和 x_2 方向的受力, 也就是水翼受到的推力和升力, 积分沿水翼的表面进行. 水翼的推进效率可以根据如下公式计算:

$$\eta = \overline{C_t} / \overline{C_w} \quad (5)$$

其中 $\overline{C_t}$ 和 $\overline{C_w}$ 分别表示平均推力系数和功率系数.

1.2 流场的控制方程

二维不可压缩流场的控制方程为 Navier-Stokes 方程. 在直角坐标系下, 它的形式为

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla(\mathbf{u}\mathbf{u}) = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f} \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (7)$$

其中 \mathbf{u} 表示速度, p 为压力, \mathbf{f} 为外力,

$\text{Re} = LU_0/\nu$, ν 是粘性系数. 本文进行数值计算

的边界条件描述如下:

在入口处 c_1 , 来流为速度等于 U_0 的均匀流动, 法向压力梯度为 0; 在出口处 c_2 , 流动速度由流场内的速度外插得到; 在上下壁面 c_3 处, 切向速度梯度为 0, 法向速度为 0, 法向压力梯度也是 0.

1.3 水翼绕流的数值模拟

本文将采用浸入边界方法模拟摆动水翼的绕流问题^{[7][8][9][10]}. 对于运动边界问题, 如果采用贴体坐标就要用到移动网格技术, 由此大大增加了数值计算的复杂性. 浸入边界方法采用笛卡尔网格, 用虚拟力表示移动边界对流场的作用, 不需要移动网格, 由此大大减少了计算的复杂性. 但是, 它也可能引起计算精度问题. 本文采用改进的浸入边界方法: 直接力方法^{[9][10]}. 它既避免了移动网格, 又保证了一定的精度, 适合低雷诺数下的绕流问题.

浸入边界方法中直接力方法的基本步骤如下:

(1) 从 Navier-Stokes 方程出发求出中间速度 $\tilde{\mathbf{u}}$

$$\frac{\tilde{\mathbf{u}} - \mathbf{u}^n}{\Delta t} = -\frac{3}{2} \nabla_h(\mathbf{u}\mathbf{u})^n + \frac{1}{2} \nabla_h(\mathbf{u}\mathbf{u})^{n-1} -$$

$$\nabla_h p^n + \frac{1}{2\text{Re}} \nabla_h^2(\mathbf{u}^n + \tilde{\mathbf{u}}) \quad (8)$$

(2) 求出拉格朗日标志点上的虚拟力

$$\frac{U^{n+1}(\mathbf{X}_k) - \tilde{U}(\mathbf{X}_k)}{\Delta t} = \sum_{j=1}^M \left(\sum_x \delta_h(x - \mathbf{X}_j) \delta_h(x -$$

$$\mathbf{X}_k) \Delta sh^2 \right) F^*(\mathbf{X}_j) \quad (9)$$

(3) 把拉格朗日标志点上的虚拟力分散到欧拉网格点上去

$$\mathbf{f}^*(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^M \mathbf{F}^*(\mathbf{X}_k) \delta_h(\mathbf{x} - \mathbf{X}_k) \Delta s \quad (10)$$

(4) 对中间速度进行修正

$$\frac{\mathbf{u}^* - \tilde{\mathbf{u}}}{\Delta t} = \mathbf{f}^* \quad (11)$$

(5) 通过压力修正得到最终流场速度

$$\frac{\mathbf{u}^{**} - \mathbf{u}^*}{\Delta t} = \nabla_h p^n \quad (12)$$

$$\nabla_h^2 p^{n+1} = \frac{\nabla_h \cdot \mathbf{u}^{**}}{\Delta t} \quad (13)$$

$$\frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^{**}}{\Delta t} = -\nabla_h p^{n+1} \quad (14)$$

其中大写字母表示拉格朗日标志点上的物理量，小写字母表示欧拉网格点上的物理量。整个计算采用投影算法，时间离散中，非线性对流项采用 Adams-Bashford 方，扩散项采用 Crank-Nicholson 方法，而空间离散均采用有限体积方法。

根据上述浸入边界方法编制的程序已用于圆柱尾流计算，得到了与前人数值计算和实验一致的结果。本文将此程序用于数值模拟摆动水翼的绕流。为了能够与用有限元方法的计算结果^[6]比较，我们采用了与有限元方法算例完全相同的参数：水翼的摆动幅度 $A=0.1L$ ，波长 $\lambda=L$ ，相速度 $c=8U_0$ ，雷诺数 $Re=1, 10, 20, 50, 100, 150$ 和 200 。

2 数值模拟结果

当来流速度 $U_0=1$ ， $Re=100$ ，无量纲的摆动幅度 $A/L=0.1$ ，无量纲波长 $\lambda/L=1$ ，相速度 c 是来流速度的 8 倍时，一个周期内水翼的形状变化如图 2 所示：水翼的前缘端点不动，沿水翼从头至尾的振幅逐渐增大，水翼的中点与后缘端点相位相反。

2.1 水翼推进的分析

图 3 表示了升力系数、推力系数和功率系数是随时间变化的：在一个周期内，当雷诺数 $Re=1$ ，

10 和 200 ， $c/U_0=8$ 时，这些系数是正弦变化的，它们的周期不明显依赖于 Re 数。升力系数的周期是阻力系数和功率系数周期的 2 倍，而这些系数的相位稍滞后于水翼摆动相位，雷诺数越小，相位滞后越大。升力系数的大小在 0 周围变化，其幅值大小不敏感于雷诺数。当后缘的端点摆动时，第一个图中的 (a)、(e) 点为后缘摆动的最上和最下位置，在这两个位置上，后缘的运动速度为 0，(c) 点为后缘运动的中间位置，后缘的运动速度最大，在水翼后缘运动速度减小的过程中，即从 (c) 点运动到 (e) 点，推力系数将达到最大值。随着雷诺数的减小，粘性的效果增加，推力系数减小，阻力增大，当 $Re=1$ 时，推力系数 C_t 甚至小于 0。而效率系数随着雷诺的减小而增大，这是因为在克服水翼周围的粘性时摆动需要做更多的功。

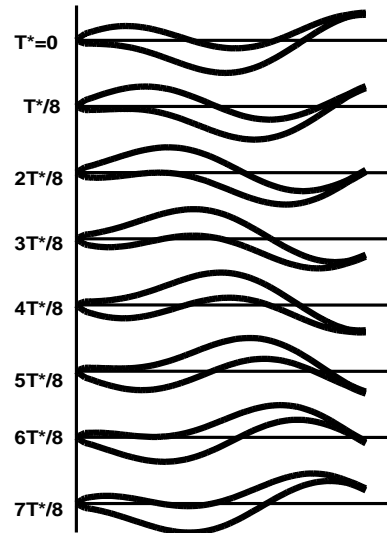


图 2. 一个周期内水翼的形状变化

Fig. 2 The wiggle of the hydrofoil in one period

按时间平均的推力和功率系数分别用 $\overline{C_t}$ 和

$\overline{C_w}$ 表示，我们分别取 $Re=1, 10, 20, 50, 100, 150$ 和 200 等七种情况进行分析。图 4、图 5 和图 6 分别表示平均推力系数，平均功率系数和效率系数随雷诺数变化。在 $1 < Re < 20$ 时，平均推力和功率系数的变化比较剧烈，而当 $Re > 20$ 时，平均推力和功率系数的变化比较平缓。在同样的其它参数下，雷诺数越小，推力越小，功率系数越

大, 这说明在产生同样的推力情况下, 需要做的功越大, 推进效率也就越小。这是因为 Re 越小, 流体的粘性越大, 推进所需要克服的粘性力也就越大。

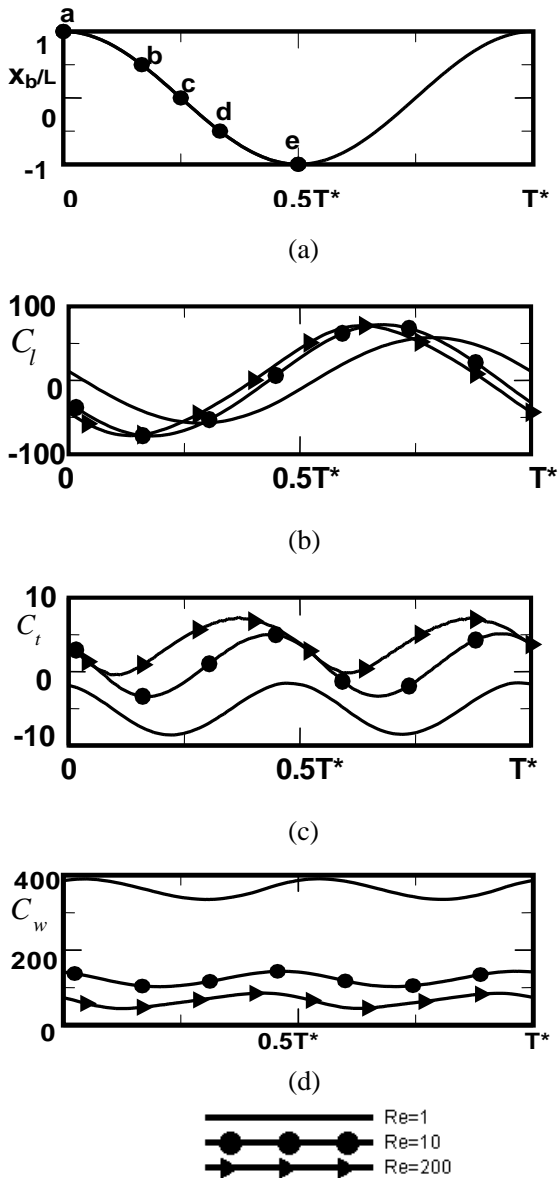


图 3. (a)图表示后缘端点随时间的运动; (b)、(c)、(d)图分别描述了升力系数、推力系数和功率系数随时间的变化
Fig. 3 (a) plot describes the displacement of rear edge with time; (b), (c) and (d) plots describe the time evolutions of lift, thrust and power coefficients respectively.

2.2 水翼绕流分析

当 $Re=200$ 时, 半个周期内水翼后缘先后通过图 3 中第一个图所示的(a)、(b)、(c)、(d)、(e)五个点, 水翼周围流场的涡量和压力情况如图 7

和图 8 所示。从图 7 可以看出, 水翼后缘摆动所产生的涡 1、2 和 3 的脱落情况。当涡 1 和 2 脱落离开后缘时, 在后缘端点上产生了涡 3, 随着涡 1 往下游移动时, 涡 3 也从后缘脱落, 并与涡 2 一起往下游移动, 由于粘性的作用, 由后缘脱落的涡逐渐耗散。

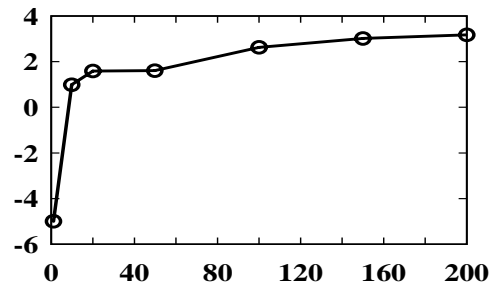


图 4. 平均推力系数 $\overline{C_t}$ 随 Re 的变化

Fig. 4 The averaged thrust coefficient versus Re .

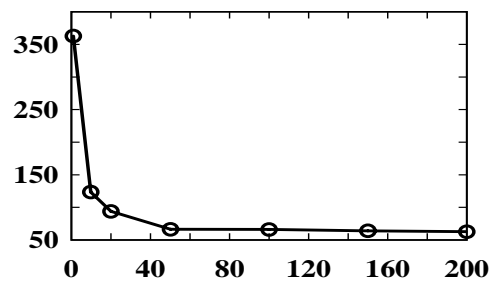


图 5. 平均功率系数 $\overline{C_w}$ 随 Re 的变化

Fig. 5 The averaged power coefficient versus Re .

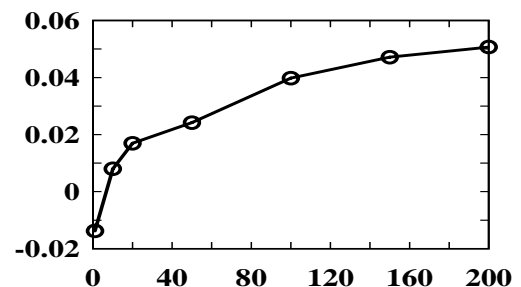


图 6. 推进效率 η 随 Re 的变化

Fig. 6 The propulsion efficiency versus Re .

图 9 和图 10 显示当 $Re=10$ 时水翼周围流场涡量和压力的情况, 随着雷诺数的减少, 压力和涡量也在减小, 其压力和涡量云图也显示出在水翼的后缘脱落涡强度在减少。

如图 11 所示, $Re=10$ 时, 水翼的后缘处的

流场强度较弱, 没有出现较明显的涡街; $Re=100$ 时, 水翼的后缘形成了反卡门涡街, 并很快耗散; $Re=200$ 时, 水翼的后缘同样也形成了反卡门涡街, 但强度增大, 没有很快耗散, 并向下游移动。可以看出, 随着雷诺数的增加, 水翼后缘处的涡量场强度也逐渐增大, 并形成反卡门涡街, 推力系数也逐渐增大。

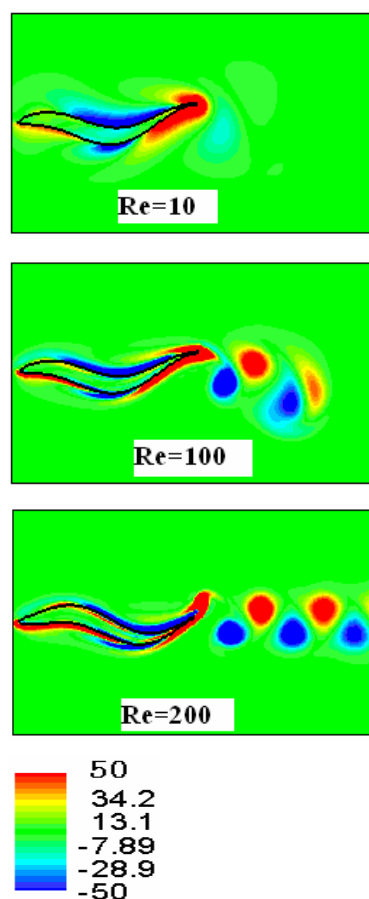


图 11. $Re=10, 100, 200$ 时的涡量图

Fig. 11 The iso-vorticity contours at $Re=10, 100$ and 200 .

3 结 论

本文采用浸入边界方法模拟了水翼 NACA65-010 沿头至尾的行进波推进方式, 并讨论了这种推进方式的推进效能和流场变化。雷诺数在 $1\sim 200$ 的范围时, 升力系数、推力系数和功率系数是正弦变化的, 它们的周期不明显依赖于雷诺数, 相位稍滞后于水翼后缘的摆动, 随着雷诺数的减少, 滞后的相位逐渐增大。由于粘性的作用, 推力系数和推进效率随 Re 数的增大而增

大, 功率系数则减小, 当 $1 < Re < 20$ 时, 推进效能变化剧烈, 而 $Re > 20$ 时, 推进效能的变化则逐渐平缓。由水翼摆动引起的流场随着 Re 数增加, 压力和涡量也随之增加, 同时, 出现了典型的反卡门涡街, 强度逐渐增强。大多数水生动物经过漫长的进化选择了行进波的推进方式, 而利用数值模拟方法对水翼进行这种行进波的推进效能和流场研究, 可以更好地解释水生动物的推进机理, 刻画游动特征, 并进行定量分析, 为进一步研究打下良好的基础。

参 考 文 献

- 1 Liu H. Simulation-based biological fluid dynamics in animal locomotion. *Appl. Mech. Rev.*, 2005, 58: 269~282
- 2 Lighthill MJ. Note on the swimming of slender fish. *J. Fluid Mech.*, 1960, 9: 305~317
- 3 Triantafyllou GS, Triantafyllou MS, Grosenbaugh MA. Optimal thrust development in oscillating foils with application to fish propulsive. *J. Fluids Struct.*, 1993, 7: 305~224
- 4 Triantafyllou MS, Triantafyllou GS. An efficient swimming machine. *Science American*, 1995, 272(3): 1~6
- 5 Akimoto H, Miyata H. Finite-volume simulation of a flow about a moving body with deformation. *Proc. 5th Int. Symp. Comp. Fluid Dynamics*, 1993, 1: 13~18
- 6 Uchiyama T, Kikuyama K. Numerical simulation for the propulsive performance of a submerged wiggling micromachine. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 2004, 14(11): 1537~1543
- 7 Mittal R, Iaccarino G. Immersed boundary methods. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2005, 37: 239~261
- 8 Kim J, Kim D, Choi H. An immersed-boundary finite-volume method for simulations of flow in complex geometries. *J Comp Phys*, 2001, 171(1): 132~150
- 9 Su SW, Lai MC, Lin CA. An immersed boundary technique for simulating complex flows with rigid boundary. *Computer & Fluids*, 2007, 36(2): 313~324
- 10 Uhlmann M. An immersed boundary method with direct forcing for the simulation of particular flows, *J Comp Phys*, 2005, 209 (2): 448~476

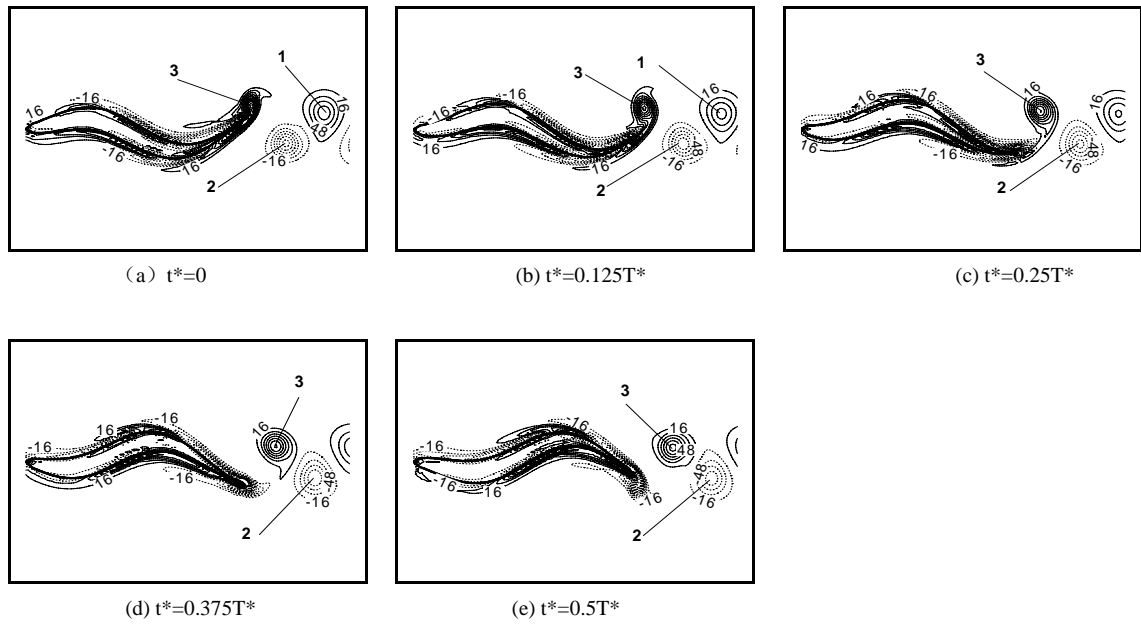


图 7. $Re=200$ 时不同时刻的涡量图。涡量的取值范围为-400 到+400，虚线表示负值，两相邻等值线之间的涡量差值为 32。
 Fig. 7 The snapshots of the iso-vorticity contours at $Re=200$, where the vorticity ranges from - 400 to 400 with its increment of 32.

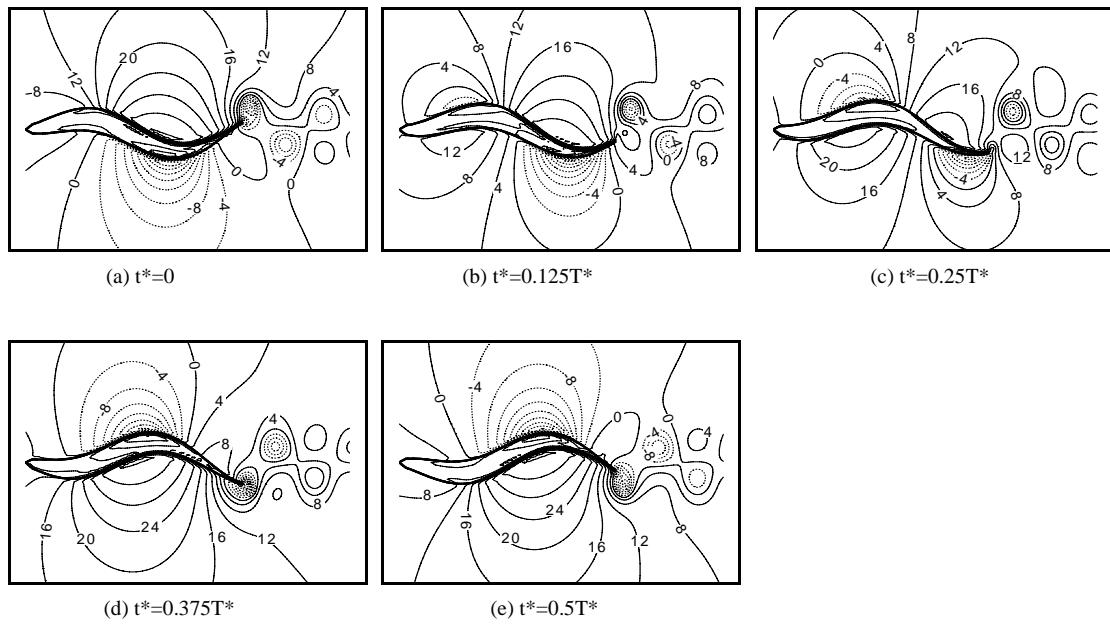


图 8. $Re=200$ 时不同时刻的压力等位线，图中压力的取值范围为-40 到+40，虚线表示负值，两相邻等值线之间的压力差值为 4。
 Fig. 8 The snapshots of the iso-pressure contours at $Re=200$, where the pressure ranges from - 40 to 40 with its increment of 4.

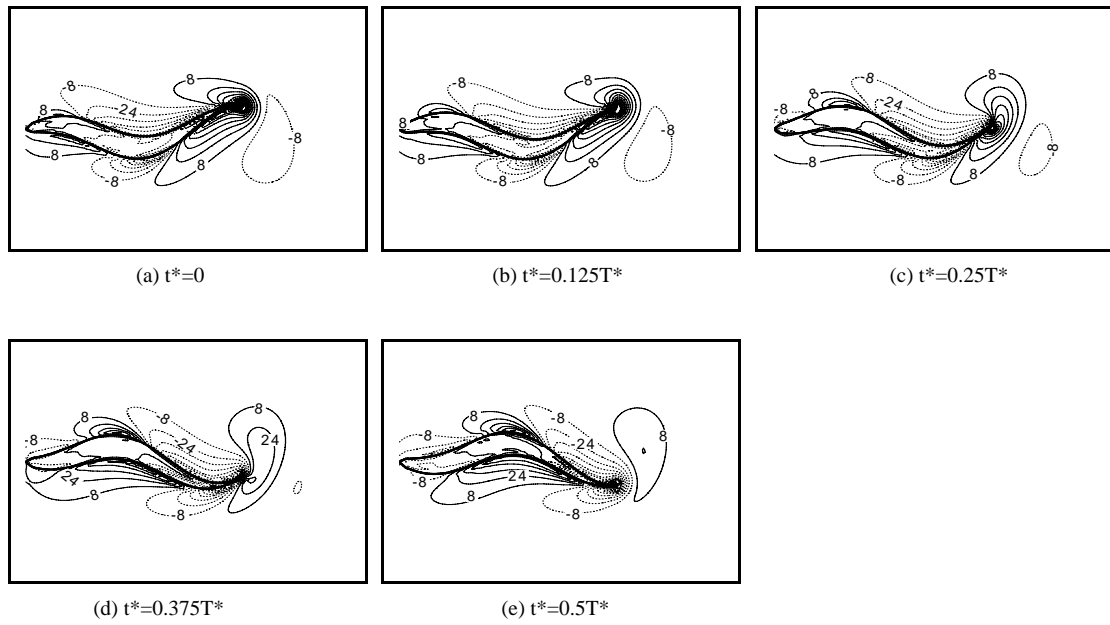


图 9. $Re=10$ 时不同时刻的涡量图。涡量的取值范围为 -200 到 $+200$ ，虚线表示负值，两相邻等值线之间的涡量差值为 16 。
 Fig. 9 The snapshots of the iso-vorticity contours at $Re=10$, where the vorticity ranges from -40 to 40 with its increment of 16 .

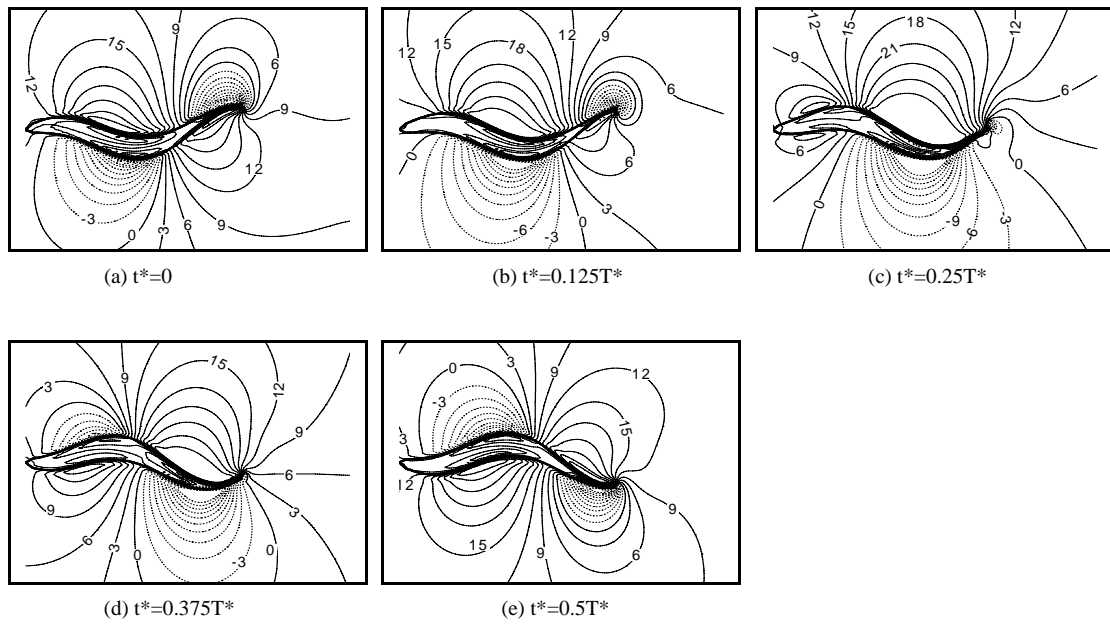


图 10. $Re=10$ 时不同时刻的压力等位线，图中压力的取值范围为 -30 到 $+30$ ，虚线表示负值，两相邻等值线之间的压力差值为 3 。
 Fig. 10 The snapshots of the iso-pressure contours at $Re=10$, where the pressure ranges from -30 to 30 with its increment of 3 .

NUMERICAL STUDIES ON FLOWS AROUND A FLEXIBLY WIGGLING HYDROFOIL¹⁾

Guoyi He*, Xing Zhang^{† 2)} and Shuguang Zhang*

* (The School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

† (LNM, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract: Fishes often use a wiggling motion to generate propulsion for swimming. The wiggling motion can be modeled by a progressive wave. In the present study, an immersed boundary method is used to simulate the flows around the wiggling hydrofoil NACA 65-010 at low Reynolds numbers, and the effects of Reynolds numbers on the propulsion generation are investigated. It is observed that, as the Reynolds number ranges from 1 to 200, both the thrust coefficient and the propulsion efficiency increase with the increase of the Reynolds number, while the power efficiency decreases. Especially in the range of the Reynolds number smaller than 20, the lift, thrust and power coefficients exhibit a large change. With the increase of the Reynolds number, the flow patterns around the wiggling foils become more complex: the vorticity becomes more intensive near the trailing edge and the wiggling foil produces reversed von Karman vortex streets to generate propulsion.

Key words Hydrofoil, Wiggling, Propulsion, Immersed boundary method, Reversed von Karman vortex street

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (Nos. 10872201 and 10732090) and the '973 program' under project No. 2007CB814800.

2) E-Mail: zhangx@lnm.imech.ac.cn