

关于 Gurney 公式的强度效应修正

范亚夫^{1,2}, 段祝平³

(1. 中国兵器工业集团 52 研究所 烟台分所, 山东 烟台 264003;

2. 北京理工大学 爆炸科学与技术国家重点实验室, 北京 100081; 3. 中国科学院 力学研究所, 北京 100080)

摘要:为了使 Gurney 公式能够在考虑材料强度的前提下预测爆轰驱动速度, 采用量纲分析的方法, 分析了影响柱壳爆轰驱动的主要因素, 建立了抛射速度与主要物理量的函数关系. 此函数关系经分离变量后, 分别通过理论分析和数值仿真予以确定. 分析表明, 随着屈服应力的提高, 壳体的径向极限速度下降, 断裂时间提前. 柱壳爆轰驱动的强度效应不容忽略. 利用炸药爆速、炸药与柱壳的质量比、柱壳材料的屈服强度和密度等参数, 通过拟合公式能够预测柱壳爆轰驱动的极限膨胀速度.

关键词:爆轰驱动; 量纲分析; 数值仿真

中图分类号: O382.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 1004-499X(2009)01-0027-04

Strength Effect Correction of Gurney Formula

FAN Ya-fu^{1,2}, DUAN Zhu-ping³

(1. Yantai Branch, No. 52 Institute of China Ordnance Industry Group, Yantai 264003, China;

2. State Key Laboratory of Explosion Science and Technology, BIT, Beijing 100081, China;

3. Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract: In order to forecast velocity of detonation-driven body under the conditions of considering materials intensity by Gurney formula, based on the dimensional analysis, the main factors affecting the explosive output for driving cylindrical shell were analyzed. The functional relation between the driven velocity and main physical parameters were established. After separating variables, the functional relationship was determined by theory analysis and numerical simulation. The results show that the radial limit velocity of shell decreases with the increase of yield stress, and the breaking time is advanced. The strength effect of explosive output for driving cylindrical shell can't be ignored. By fitting formula, the critical expanding velocity of explosive output for driving cylindrical shell can be forecasted using parameters such as detonation velocity of explosive, mass ratio of explosive to cylindrical shell, the yield strength of cylindrical materials and density.

Key words: detonation-driven body; dimensional analysis; numerical simulation

爆轰后, 炸药的势能直接转变为金属材料的动能和爆轰产物的膨胀, 基于此假说建立了 Gurney 公式, 由于此式简单, 便于计算, 在工程上得到了广

泛的应用. 作为 Gurney 方法的延续, 研究者根据各自的实际问题对其做了不同程度的修正^[1-4], 但很少考虑材料强度效应的影响, 这就无法预测因材料

收稿日期: 2007-12-23

基金项目: 北京理工大学爆炸科学与技术国家重点实验室基金项目 (KFJ04-5)

作者简介: 范亚夫 (1954-), 男, 研究员, 博士, 研究方向为材料与结构动态响应.

强度的不同而引起的抛射速度的差异. 本文通过量纲分析建立了一维爆轰驱动抛射速度与主要物理量的函数关系, 通过应变率的引入计及了材料的强度效应, 根据动量和能量守恒, 给出了此问题的近似解析式, 通过数值仿真确定了考虑材料强度效应的一维爆轰驱动经验公式.

1 一维爆轰驱动的量纲分析

图1是将爆轰驱动柱壳简化为平面应变问题的内装炸药驱动的圆筒示意图. 对于这一爆轰驱动过程所涉及的物理量如下所示.

1) 炸药. m_c [M] 为炸药质量, ρ_c [ML⁻³] 为炸药密度, D_c [LT⁻¹] 为爆轰速度, c_c [LT⁻¹] 为未爆炸药声速.

2) 柱壳. ρ_s [ML⁻³] 为质量密度, R_0 [L] 为壳体初始内半径, E [ML⁻¹T⁻²] 为弹性模量, L_0 [L] 为柱壳初始长度, T_0 [] 为初始温度, v_{cm} [LT⁻¹] 为壳体的最大膨胀速度, σ_s [ML⁻¹T⁻²] 为屈服应力, ν 为泊松比, t [L] 为壳体厚度, c_v [L²T⁻²] 为材料的定容比热, T_m [] 为材料的熔化温度, m_c [M] 为柱壳质量.

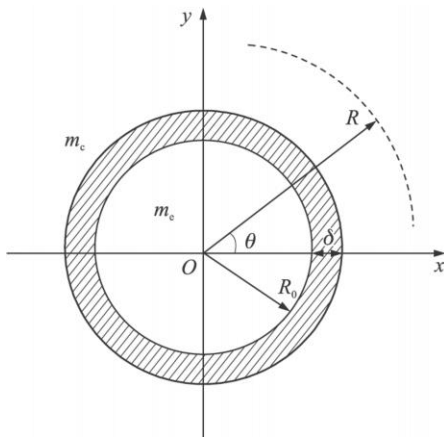


图1 爆轰驱动柱壳示意图

2 壳体最大膨胀速度的函数表示

选 ρ_c 、 D_c 、 c_c 为 4 个基本量, 由 π 定理可得壳体最大膨胀速度 v_{cm} 与其它物理量的函数关系. 在数值计算中炸药选用的是 JWL 状态方程, 柱壳则选用 Johnson-Cook 模型和 Grüneisen 状态方程, 这些方程中均含有材料常数. 如果模型试验中所用的炸药品种和柱壳材料均与原型相同, 则这些方程中的材料常数可以不出现在下面所建立的函数关系式中,

于是有:

$$\frac{v_{cm}}{D_c} = f \left[\frac{m_c}{c_c^3}, \frac{R_0}{L_0}, \frac{1}{\dot{\epsilon}_0} \sqrt{\frac{\sigma_s}{c_c}} \right] \quad (1)$$

若将此问题简化为平面应变问题并分离变量, 则有:

$$\frac{v_{cm}}{D_c} = f \left[\frac{m_c}{c_c^3}, \frac{R_0}{L_0}, \frac{1}{\dot{\epsilon}_0} \sqrt{\frac{\sigma_s}{c_c}} \right] = f \left[\frac{m_c}{c_c^3}, \frac{R_0}{L_0} \right] g \left[\frac{1}{\dot{\epsilon}_0} \sqrt{\frac{\sigma_s}{c_c}} \right] \quad (2)$$

式中, $\dot{\epsilon}_0$ 为准静态条件下的应变率, 在 Johnson-Cook 模型中 $\dot{\epsilon}_0 = 1 \text{ s}^{-1}$, 从量纲分析的角度, 可视 c_c^3 表示的是壳体质量 m_c , 即 $m_c / (c_c^3) = m_c / m_c$, 表示炸药质量与壳体质量的比值. 令 $\mu = m_c / m_c$, 则式(2)可以改写为

$$\frac{v_{cm}}{D_c} = f \left[\mu, \frac{R_0}{L_0} \right] g \left[\frac{1}{\dot{\epsilon}_0} \sqrt{\frac{\sigma_s}{c_c}} \right] \quad (3)$$

上述的函数关系可通过理论或实验的方法确定^[5]. 此处, 首先通过解析的方法将 f 给出, 然后通过数值分析确定 g .

3 柱壳爆轰驱动体的近似解析解

作为 Gurney 公式的推广, 现根据动量和能量守恒来建立圆柱壳的爆轰驱动模型^[2]. 假设炸药瞬时起爆, 爆轰产物速度的空间分布是中心处为 0, 向外逐渐增加, 最后等于外壳飞散的速度. 假设速度的分布规律为 $v(r, t) = (t) r^N$, 式中, (t) 为时间的函数, N 为常数, r 为爆轰产物的瞬时分布半径.

若在平面应变的情况下速度分布是线性的, 即 $N=1$, 并设爆轰产物的密度 ρ 的空间分布是均匀的. 这样对柱形装药, 爆轰产物在某时刻的动能为

$$E_k = \int_0^R \frac{\rho v^2(r, t)}{2} \times 2 \pi r L dr = \frac{L \rho^2 (t) R^{2(N+1)}}{2(N+1)}$$

式中, L 为柱壳长度; R 为外壳半径. 产物的总质量 $m = \rho R^2 L$, 所以有 $E_k = m v^2 / [2(N+1)]$, 此式为质量 $m / (N+1)$ 所获得的动能.

质量为 m_c 的壳体加上质量为 $m / (N+1)$ 的爆轰产物的运动方程为 $\left(m_c + \frac{m}{N+1} \right) \frac{dv}{dt} = S p$. 若速度呈线性分布, 则有:

$$\left(m_c + \frac{m}{2} \right) \frac{dv}{dt} = S p \quad (4)$$

对于柱面, $S = 2 \pi r L$. 当产物等熵膨胀时, 爆轰产物的压力 $p = p_0 (c/c_0)^{2/(N-1)}$, c/c_0 为声速比, 当

= 3 时, $p = p_0 (c/c_0)^3$. $p_0 = p_1/2 = \rho_0 D_i^2/8$, 表示瞬态爆轰压力等于 C - J 压力之半, p_1 、 D_i 分别为 C - J 爆轰压力和爆速. 由质量守恒条件可知: $r^3 = \rho_0 r_0^3$, r_0 为爆轰产物的初始半径, 即炸药药柱半径. 将上述关系式代入式 (4), 得:

$$\frac{1}{2} \left(m_c + \frac{m}{2} \right) \frac{dv^2}{dt} = 2 r L \times \frac{1}{8} \rho_0 D_i^2 \left(\frac{m}{r} \right)^6 \quad (5)$$

可视 $\mu = m/m_c$, 则式 (5) 可以表示为 $\frac{dv^2}{dr} = \frac{\mu D_i^2}{2 + \mu} \times \left(\frac{m}{r} \right)^5$, 积分此式, 并利用初始条件: $r = R_0$ 时, $v = 0$. 得到:

$$v = \frac{D_i}{2} \left[\frac{\mu}{2 + \mu} \left[1 - \left(\frac{R_0}{R} \right)^4 \right] \right]^{1/2}$$

当 $R \rightarrow \infty$ 时, 便得到壳体的极限速度为

$$\frac{2 v_{cm}}{D_i} = \left(\frac{\mu}{2 + \mu} \right)^{1/2} \quad (6)$$

式 (6) 是修正的圆柱壳爆轰驱动 Gurney 公式. 式 (6) 的右端, 便是要确定的式 (3) 中的 f . 于是式 (3) 可以写为

$$\frac{v_{cm}/D_i}{\frac{1}{2} \left(\frac{\mu}{2 + \mu} \right)^{1/2}} = g \left(\frac{1}{\rho_0} \sqrt{\frac{s}{c}} \right) \quad (7)$$

4 数值分析

为确定式 (7) 的具体形式, 采用 LS-DYNA 有限

表 1 材料常数

柱壳材料	Johnson-Cook					Grüneisen				
	A/MPa	B/MPa	n	C	m	D ₁	D ₄	C _g /(m·s ⁻¹)	S	ρ
TC4 材料	800	0.0	0.0	0.011	1.0	1.23	0.010	5 130	1.028	1.23
JWL										
炸药材料	A _e /GPa	B _e /GPa	R ₁	R ₂	E ₀ /GPa	e/(kg·m ⁻³)	D ₁ /(m·s ⁻¹)	p ₁ /GPa		
TNT/RDX (35/65)	602.1	12.25	4.554	1.207	0.322	10.70	1 714	7 967	28.6	
Tetryl	586.8	10.67	4.40	1.20	0.28	8.20	1 730	7 910	28.5	

5 曲线拟合

对于式 (7), 令:

$$1 = \frac{v_{cm}/D_i}{\frac{1}{2} \left(\frac{\mu}{2 + \mu} \right)^{1/2}}, \quad 2 = \frac{1}{\rho_0} \sqrt{\frac{s}{c}} \quad (8)$$

按文献 [5] 提出的方法, 拟合曲线 $1 = a \cdot 2^b$, a 、 b 为拟合常数. 根据表 1 给出的参数值, 考虑到实际试

元结构分析程序, 计算在不同 s 下的壳体极限速度 v_{cm} . 另一方面, 从式 (7) 可以看到 ρ_0 和 s 是耦合在一起的. 当固定 ρ_0 而改变 s 时, 可以得到 v_{cm} 随 s 的变化曲线, 这正是模拟实验所需验证的. 注意到 ρ_0 是指准静态条件下的应变率, 在 Johnson-Cook 模型中取 $\rho_0 = 1 \text{ s}^{-1}$. 当考虑应变率效应引进 ρ_0 时, 它必须以无量纲数 $\sqrt{s/c}/(\rho_0)$ 而存在, 这说明强度效应依赖应变率效应. 圆柱壳的有限元数值分析如文献 [6] 所述, 所有实体均剖分成六面体单元, 按材料属性生成 3 个 Part, 采用 Lagrangian 算法, 炸药和壳体间采用仅滑移接触. 考虑到轴对称, 取壳体的一半进行几何建模, 并施加对称面边界约束条件. 计算中选用了能反映材料应变率强化和温度软化效应的理想刚塑性强化 Johnson-Cook 模型, 状态方程取 Grüneisen 状态方程. 对于 TC4 材料, 密度为 $4.51 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, 剪切模量为 42.0 GPa, 泊松比为 0.33, 弹性模量为 113 GPa. 炸药选用 JWL 状态方程来描述. 具体参数见表 1, 表中, A 、 B 、 n 、 C 、 m 为 Johnson-Cook 模型中的材料常数, D_1 、 D_4 为此模型中的损伤参数; C_g 、 S 、 ρ 为 Grüneisen 状态方程中的参量, C_g 为冲击 Hugoniot 曲线 $D - u$ 的截距; S 为曲线 $D - u$ 的斜率; ρ 为 Grüneisen gamma 指数; A_e 、 B_e 、 R_1 、 R_2 、 E_0 为 JWL 状态方程中与炸药性质有关的常数, E_0 为炸药单位体积的内能.

验时壳体装药长度为 120 mm, 厚度 $t = 2.5 \text{ mm}$, $R_0 = 12.7 \text{ mm}$, 可算得 $\mu = m_c/m_e = 0.879$. 针对具体工程问题, 选择了如下的计算方案.

由塑性自然应变率 $\dot{\epsilon}^p = v(t)/R(t)$ 可知, $\dot{\epsilon}^p$ 随爆轰成长, 由小到大不断增加, 若加速时间较长, 则可以假设在柱壳断裂前 $\dot{\epsilon}^p$ 将达到一个稳定值 [7]. 此值大约在 $10^4 \sim 10^5 \text{ s}^{-1}$ 之间, 所以, 按 Johnson-Cook 材料模型仍取 $\rho_0 = 1 \text{ s}^{-1}$.

当 s 从 600 ~ 1 600 MPa 变化时, 计算 v_{cm} , 并按

式(8)确定的变量绘制 $v_{cm} = H(\dot{\epsilon}_2)$ 的关系曲线,如图2所示. 计算机仿真值和拟合值,列于表2,同时,将计算获得的柱壳断裂时间 t_f 和最大应力值 σ_{max} 也列于表中. 得到回归方程:

$$v_{cm} = 30.84 \frac{D_1}{2} \left(\frac{\mu}{2 + \mu} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{\rho} \frac{F_s}{N_c} \right)^{-0.29} \quad (9)$$

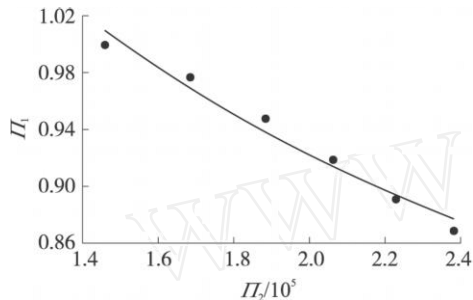


图2 强度效应拟合曲线

表2 仿真值与拟合值的比较

	s /MPa	$\dot{\epsilon}_1$	$\dot{\epsilon}_2/10^5$	$v_{cm}/(m \cdot s^{-1})$	$t_f/\mu s$	σ_{max}/MPa
仿真值 式(9)	600	0.999 4	1.459	2 200	20.1	673
		0.980 9		2 159		
仿真值 式(9)	800	0.976 7	1.685	2 150	15.0	897
		0.940 8		2 071		
仿真值 式(9)	1 000	0.947 6	1.884	2 086	12.3	1 121
		0.910 8		2 005		
仿真值 式(9)	1 200	0.918 6	2.063	2 022	10.8	1 345
		0.887 1		1 953		
仿真值 式(9)	1 400	0.890 8	2.229	1 961	9.6	1 569
		0.867 4		1 909		
仿真值 式(9)	1 600	0.868 6	2.382	1 912	9.0	1 793
		0.850 9		1 873		

6 结论

随着屈服极限 σ_s 的提高,壳体的径向极限速度下降,断裂时间提前,这为适当降低 TC4 材料强度、提高韧性的热处理工艺设计提供了理论依据;

当 R 时,壳体的膨胀速度趋于极限值;

若不考虑强度效应修正,则由式(6)得 $v_{cm} = 2 201$ m/s. 而文献[6]中列出筒壳在主要截面上径向膨胀的极限速度的实验值为 $2 081$ m/s ($\sigma_s = 800$ MPa), 表2中给出的拟合值为 $2 071$ m/s, 可见,拟合值更接近实验值.

拟合公式(9)含有材料的屈服强度 σ_s 和密度 ρ , 这为能够简化成理想刚塑性强化材料模型的柱壳在爆轰驱动下极限膨胀速度的预测提供了分析依据.

以量纲分析为先导,通过理论分析和数值实验确定了爆轰驱动动态响应主要物理量之间的函数关系,分析说明此研究方法是切实可行的,它不但可以减少模拟实验或数值实验的次数,而且使得求解问题的物理图象更加清晰.

参考文献

- [1] JONAS A Z. High velocity impact dynamics[M]. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1990: 752 - 766.
- [2] 孙承纬, 卫玉章, 周之奎. 应用爆轰物理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000: 574 - 580.
SUN Cheng-wei, WEI Yur-zhang, ZHOU Zhi-kui. Applicable detonation physics[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2000: 574 - 580. (in Chinese)
- [3] JONAS A Z, WILLIAM P W. Explosive effects and applications[M]. New York: Springer, 2002: 221 - 257.
- [4] 孙承纬, 文尚刚, 赵峰. 多级炸药爆轰高速驱动速度的 Gurney 模型优化分析[J]. 爆炸与冲击, 2004, 24(4): 299 - 304.
SUN Cheng-wei, WEN Shang-gang, ZHAO Feng. An optimal analysis of multi-stage explosive accelerated high velocity flyers with the improved Gurney model[J]. Explosion and Shock Waves, 2004, 24(4): 299 - 304. (in Chinese)
- [5] 郑哲敏, 谈庆明. 相似理论与模化[M]. 朱亚冠. 机械工程手册: 第1卷. 北京: 机械工业出版社, 1996: 3 - 7.
ZHENG Zhe-min, TAN Qing-ming. Similarity theory and modeling[M]. ZHU Ya-guan. Mechanical engineering handbook: Vol. 1. Beijing: China Machine Press, 1996: 3 - 7. (in Chinese)
- [6] 范亚夫, 段祝平, 马岳, 等. 钛合金 TC4 材料热处理工艺对圆筒在内爆炸载荷下膨胀半径的影响[J]. 爆炸与冲击, 2004, 24(4): 337 - 346.
FAN Ya-fu, DUAN Zhu-ping, MA Yue, et al. Influence of cylinder expansible radius under internal explosive loading by heat-treated technology of Ti-6Al-4V alloy[J]. Explosion and Shock Waves, 2004, 24(4): 337 - 346. (in Chinese)
- [7] 封加波, 经福谦, 苏林祥, 等. 对薄层柱壳爆炸膨胀断裂过程的研究[J]. 高压物理学报, 1988, 2(2): 97 - 103.
FENG Jia-bo, JING Fu-qian, SU Lin-xiang, et al. Studies of the explosion expanding-fracture process of a thin cylindrical shell[J]. Chinese Journal of High Pressure Physics, 1988, 2(2): 97 - 103. (in Chinese)