

静气动弹性计算方法研究¹⁾

陈大伟 杨国伟²⁾

(中国科学院力学研究所高温气体动力学重点实验室, 北京 100190)

摘要 对基于结构网格的 Euler 方程及 N-S 方程求解器和基于非结构网格的 Euler 方程求解器, 采用模态分析方法和柔度矩阵方法, 对无人机大展弦比机翼在 $Ma = 0.6$, $\alpha = 2^\circ$, 飞行高度 20 km 的巡航状态下的静气动弹性特性进行了数值模拟。验证了两种求解器对静气动弹性模拟的准确性。同时, 对模态分析方法和柔度矩阵方法进行了对比研究, 发现柔度矩阵方法更适用于静气动弹性数值模拟。另外, 对应用物面法向偏转方法替代网格变形技术模拟静气动弹性进行了研究, 计算表明物面法向偏转方法可以大大提高静气动弹性计算效率和克服机翼结构变形过大时动网格技术无法处理的不足。

关键词 静气动弹性, 柔度矩阵法, 非结构网格, 结构网格, 模态法, 物面法向偏转方法

中图分类号: V211.47 **文献标识码:** A **文章编号:** 0459-1879(2009)04-0469-11

引言

飞机的静气动弹性变形使飞行器载荷分布和弹性气动力特性产生变化, 降低飞行器气动性能和稳定性, 甚至导致机翼发散、操纵面反效, 严重影响飞行安全, 传统的飞行器设计理论认为气动弹性是有害的, 应该加以避免, 而近年来的研究发现, 如果有效利用气动弹性效应, 不仅可以减小气动阻力、减轻机翼结构重量, 而且能增强控制能力。无论是避免气动弹性现象还是利用气动弹性效应, 都需要精确知道气动弹性引起的气动参数变化量。风洞实验方法由于结构相似性模型设计困难和测量技术难度大, 导致实验成本高和难以获得准确的实验数据。20世纪50年代计算机的出现, 使得采用数值模拟方法来研究气动弹性问题成为可能, 通过数值模拟方法, 除了可以得到风洞实验难以测得的数据外, 还可以大大降低实验成本。

静气动弹性效应是由飞行器气动力与飞行器结构变形的相互耦合作用产生的, 因此静气动弹性数值模拟需要将流体力学数值模拟(CFD)与结构力学数值模拟(CSD)耦合迭代计算才能完成。早期的气动弹性数值模拟主要通过线性化方法确定飞行器的气动力, 再结合求解线性化的广义结构运动方程模拟飞行器的气动弹性变形^[1,2]。对于结构小变形以

及亚声速情况下, CFD 和 CSD 作线性化假设是合理的; 但当飞行器的飞行马赫数提升到跨声速范围时, 由于激波的出现致使流场表现高度非线性, CFD 的线性化假设不再适用, 必须使用 Euler 方程或者 Navier-Stokes 方程才能得到正确的气动力。传统的计算流体力学模型一般基于结构网格进行计算^[3~6], 结构网格具有占用计算机资源少、计算效率高的优点, 在 CFD 发展初期得到了广泛的应用, 但对于复杂飞行器外形, 结构网格的生成难度和所用时间都大大增加, 而且由于其网格生成方法较为繁琐, 不利于工程应用; 相对而言, 非结构网格生成简单, 对操作人员要求较低, 易于工程推广应用, 随着计算机技术的飞速发展, 其占用计算机资源较多、耗时较长的缺点也已得到缓解, 因此, 采用非结构网格的研究者也逐渐增多^[7,8]。对于流 / 固耦合的气动弹性数值模拟, 可用于验证计算方法的实验数据很难找到, 因此对于不同算法和求解器之间的相互验证就变得非常必要。

在飞机研制中, 一般不会专门对结构柔度矩阵进行测量, 而固有模态和频率则可以从飞机或部件的共振实验中求得, 所以模态法中用的结构原始数据可以得到比较方便的实验验证。对于颤振边界计算, 关注的焦点是机翼在哪些结构模态的耦合作用下会发生结构等幅振荡, 因此模态法多用于颤振计

2008-01-16 收到第 1 稿, 2008-11-23 收到修改稿。

1) 国家自然科学基金(10672168)和国家自然基金创新研究群体项目(10621202)资助项目。

2) E-mail: gwyang@imech.ac.cn

算^[9]。与结构柔度矩阵比较，模态法只能取得有限阶数，取哪些模态才能获得有物理意义的结果有时需要一定的工程经验。相比之下，柔度矩阵法的静弹性计算结果应该更加可靠。

本文将对基于结构网格及非结构网格的不同求解器得出的结果进行对比，以对计算结果进行验证；同时比较模态法与柔度矩阵法计算结果的异同；此外，还将引入物面法向偏转技术以解决复杂结构变形问题（如控制面偏转剪刀差）引起的网格畸变问题。

1 计算方法

1.1 计算流体力学模型

基于结构网格的流场计算采用 Reynolds 平均 N-S 方程作为主控方程，其矢量形式如下

$$\mathbf{Q}_t + \mathbf{F}_x + \mathbf{G}_y + \mathbf{H}_z = \mathbf{F}_{vx} + \mathbf{G}_{vy} + \mathbf{H}_{vz} \quad (1)$$

基于非结构网格的流场计算采用 Euler 方程作为主控方程，其矢量形式如下

$$\mathbf{Q}_t + \mathbf{F}_x + \mathbf{G}_y + \mathbf{H}_z = \mathbf{0} \quad (2)$$

t, x, y, z 分别为时间与空间坐标。其中 $\mathbf{Q} = [\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho e]^T$ 。

对于结构网格的 N-S 方程求解器，本文采用代数 Baldwin-Lomax 湍流模型^[5] 进行数值模拟。

1.2 结构力学模型

对于静气动弹性模态求解方法，本文采用的结构运动方程

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}_s + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}_s + \mathbf{K}\mathbf{q}_s = \mathbf{f}_s \quad (3)$$

式中， \mathbf{M} 为结构广义质量矩阵， \mathbf{C} 为结构阻尼矩阵， \mathbf{K} 为结构广义刚度矩阵， \mathbf{q}_s 为结构广义位移矩阵， \mathbf{f}_s 为广义力矩阵。对于每个模态 i ，结构运动方程转化为广义结构运动方程

$$\ddot{\eta}_i + 2\zeta_i\omega_i\eta_i + \omega_i^2\eta_i = Q_i \quad (4)$$

其中， η_i 为广义位移， ζ_i 为模态阻尼， ω_i 为模态频率， Q_i 为广义气动力。

对于静气动弹性柔度矩阵求解方法，本文采用 MSC Nastran 进行结构有限元建模并计算得出柔度矩阵，模型共 174 个节点。采用结构静力学方程求解

$$\mathbf{q}_s = \mathbf{C} \cdot \mathbf{F}_s \quad (5)$$

式中， \mathbf{q}_s 为节点结构变形位移矩阵， \mathbf{C} 为结构柔度矩阵， \mathbf{F}_s 为作用在节点上的气动力矩阵。

1.3 数据交换模型

计算流体力学模型是基于 Euler 描述的，而结构力学模型则基于 Lagrange 描述，因此无论是将气动力传递到结构模型，还是将结构位移转换为流场边界位移，都需要进行数据转换。本文采用无限平板插值 (IPS) 方法^[10] 进行两者之间的数据传递。

IPS 方法的原理是将已知数据视为由模拟函数 $w_i(x_i, y_i)$ 描述的平板，平板满足静态平衡方程 $D\nabla^4\omega = q$ ， D 为平板弹性系数， q 为平板载荷分布，假设该方程解为

$$\omega(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + \sum_{i=1}^N F_i r_i^2 \ln r_i^2 \quad (6)$$

其中 $r_i^2 = (x - x_i)^2 + (y - y_i)^2$ 。

以位移插值为例，只要确定式 (6) 中的 $N+3$ 个未知参数 $(a_0, a_1, a_2; F_1, F_2, \dots, F_N)$ ，已知 N 个数据点可以构造 N 个方程，需附加力和动量 3 个方程

$$\sum_{i=1}^N F_i = 0, \sum_{i=1}^N x_i F_i = 0, \sum_{i=1}^N y_i F_i = 0 \quad (7)$$

得出结构位移插值公式如下

$$\delta\mathbf{q}_a = \mathbf{G}\delta\mathbf{q}_s \quad (8)$$

式中， $\delta\mathbf{q}_a$ 和 $\delta\mathbf{q}_s$ 分别为气动力位移矢量和结构点位移矢量， \mathbf{G} 为数据转换矩阵。

为保证能量守恒，气动力插值按虚功原理计算，即

$$\mathbf{F}_s = \mathbf{G}^T \mathbf{F}_a \quad (9)$$

式中， \mathbf{F}_s 和 \mathbf{F}_a 分别为结构点力矢量和气动力矢量， \mathbf{G}^T 为气动力数据转换矩阵。

本文研究的机翼含有多个控制面，主翼与控制面结构变形量不同，形成剪刀差，采用整体光滑 IPS 方法势必使剪刀差处的插值结果不准确。本文采用了将控制面与机翼分为不同区域的分区插值方法进行处理。

1.4 网格变形方法

结构网格 N-S 方程求解器采用代数 TFI 插值方法^[11] 进行网格变形。非结构 Euler 方程求解器采用弹簧网络平衡法^[12] 进行网格变形。TFI 方法是利用物面网格的变形量和远场网格变形量为零，通过代数插值获得内网格的修正量，再叠加到原网格进

行修正, 得到新的计算网格, 这种方法效率高, 但当气动载荷引起的结构变形较大时, 网格的修正量也会加大, 有可能造成网格畸变; 弹簧网络平衡法将网格每一条边视为弹簧, 假设弹簧系数与边长成反比, 在每个网格节点建立弹簧 3 个方向力的平衡方程, 迭代求解所有节点的平衡方程获得内网格的变形量, 这种方法计算效率较低; 而对于含操纵面的机翼而言, 由于机翼与操纵面的变形量不同, 出现剪刀差, 网格变形方法就不能适用, 因此, 本文引入了物面法向偏转方法, 见图 1, 在计算出物面网格位移后, 并不对原有网格进行修正, 只在对边界条件处理时将物面法线方向进行偏转, 这种方法无需网格变形, 除能提高静气动弹性分析计算效率外, 对有剪刀差结构变形问题, 处理起来有明显的优势。但由于计算方法所限, 从理论上来说只能用于 Euler 方程求解, 不能用于 N-S 方程的求解。

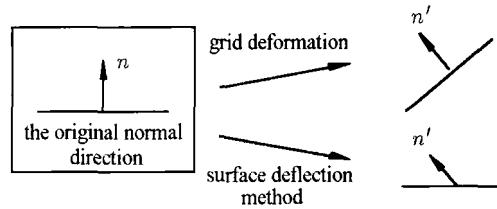


图 1 网格处理方法示意图

Fig.1 Grid updated model

1.5 计算流程

静弹性计算的流程如图 2 所示:

- (1) 采用计算流体力学求解器得出气动载荷;
- (2) 将流体网格的气动载荷用 IPS 方法转化为结构网格点;
- (3) 求解结构力学方程计算结构点的位移;

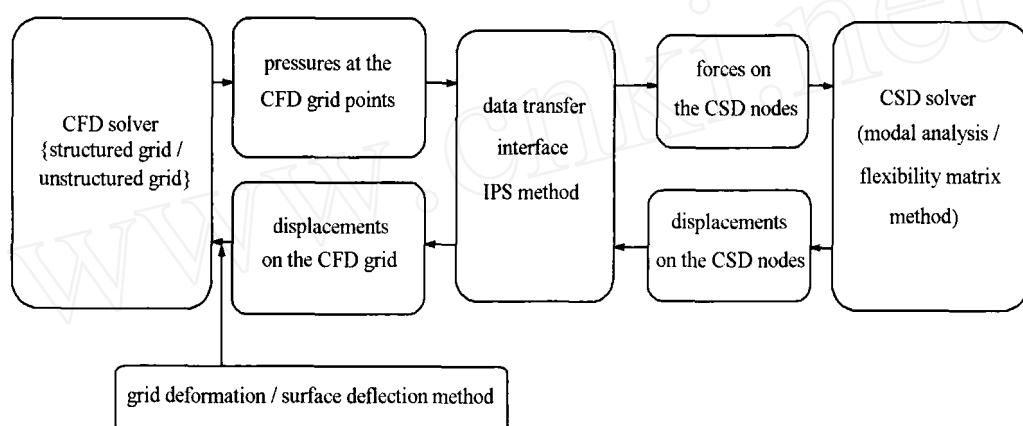


图 2 计算过程流程图

Fig.2 Coupled fluid-structure flow diagram

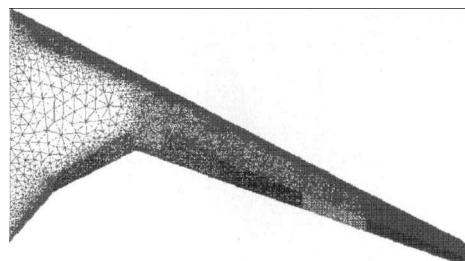
- (4) 结构点位移通过 IPS 方法转化到流体网格节点;
- (5) 采用网格变形技术得出新的气动网格或通过物面法向偏转方法修正原有网格物面法向;
- (6) 返回 (1) 直至结果收敛。

2 数值算例与结果

2.1 机翼模型

对某大展弦比机翼的静气动弹性特性进行了数值模拟, 由于机翼左右完全对称, 计算时只取一半模型, 机翼共有 6 个控制面, 分别位于机翼主干前后缘及主翼后缘, 具体位置见图 3。结构网格 NS 方程求解器采用大小为 $199 \times 85 \times 50$ 的单块 C 型网格, 非结构网格 Euler 求解器生成总节点数为 5 069 323 的

四面体非结构网格。图 3(c) 为机翼的结构点分布, 机身共有 174 个结构点, 其中 74 个结构点分布在控制面上。

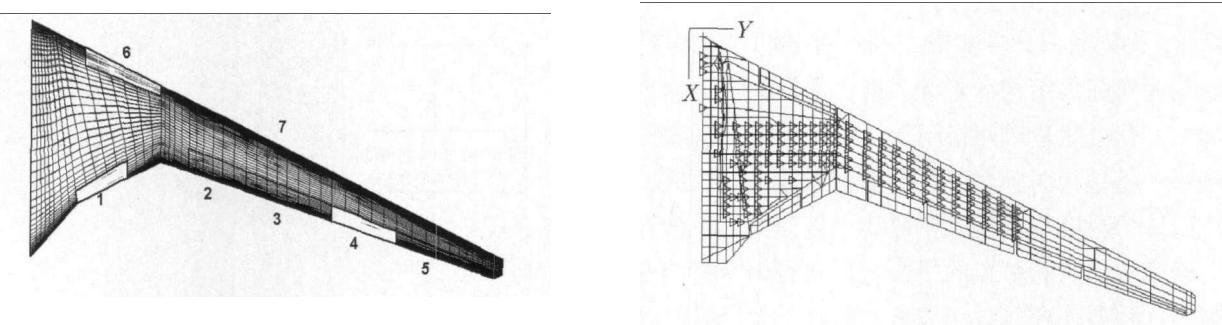


(a) 机翼非结构表面网格分布

(a) Surface grid distribution (unstructured grid)

图 3

Fig.3



(b) 机翼结构表面网格分布
(b) Surface grid distribution (structured grid)
(c) 机翼结构网格分布
(c) The distribution of structural finite elements

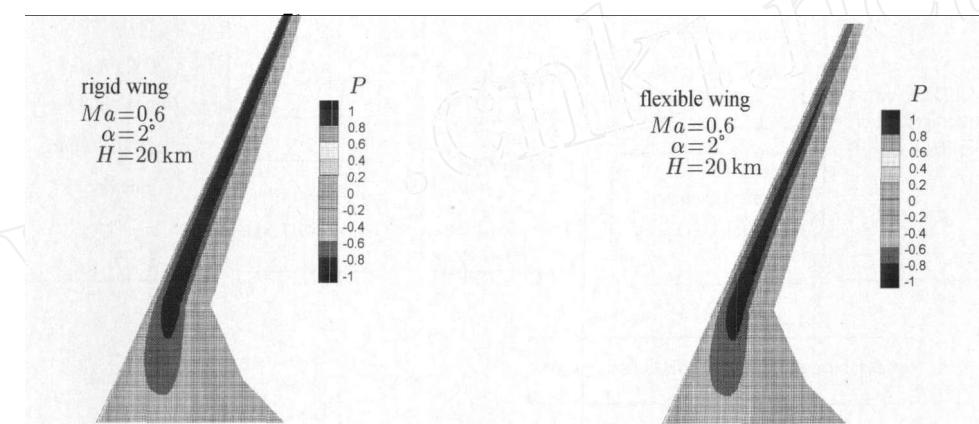
图 3 (续)

Fig.3 (continued)

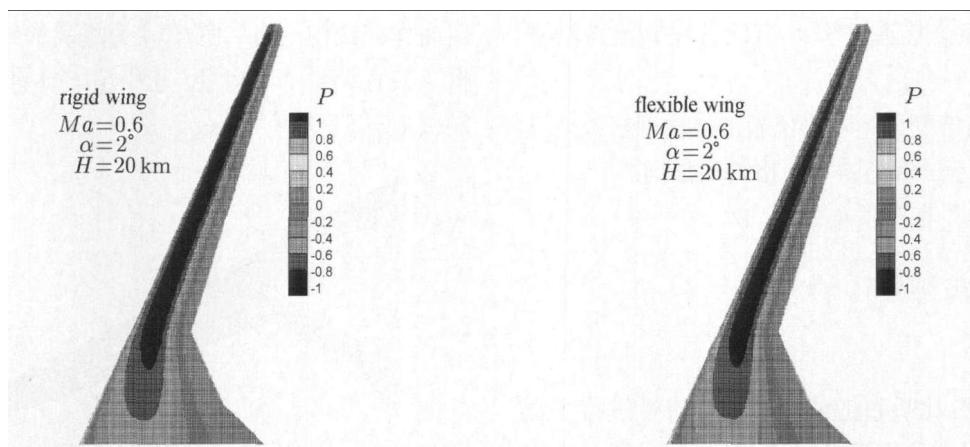
2.2 计算工况与结果

对巡航状态下机翼的静气动弹性进行了研究, 攻角为 2° , $Ma = 0.6$, 高度为 20 km。图 4 为基于结构网格的 N-S 方程和 Euler 方程求解器及基于非结构网格的 Euler 方程求解器在刚性及柔性情况下得

出的机翼上表面压力云图, 由图中可见, 3 种求解器的结果基本相符。图 5 为不同求解器在刚性情况下的不同截面压力分布对比, 3 种求解器所得出的结果基本一致, 说明基于两种完全不同网格的发展的求解器都可以用于静气动弹性计算。对于结构网



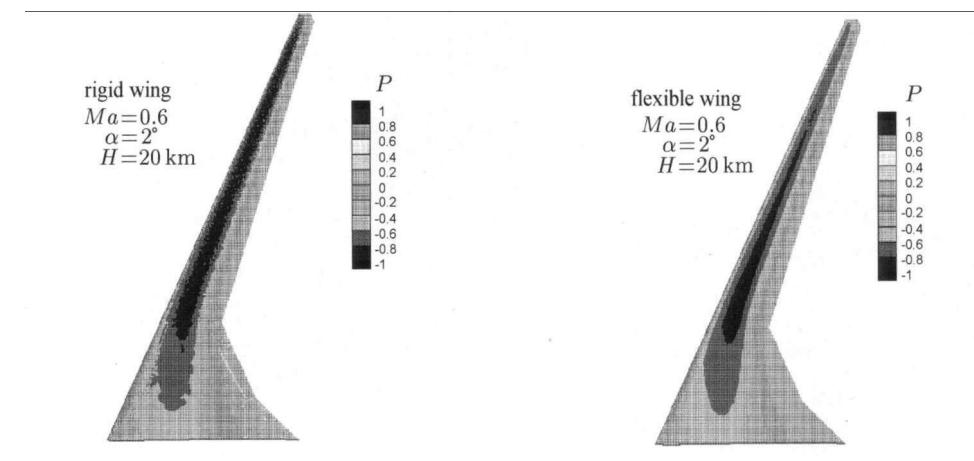
(a) 机翼上表面压力云图比较 (结构网格 N-S)
(a) Pressure contours of the steady and static aeroelastic flows (structured grid N-S solver)



(b) 机翼上表面压力云图比较 (结构网格 Euler)
(b) Pressure contours of the steady and static aeroelastic flows (structured grid Euler solver)

图 4

Fig.4



(c) 机翼上表面压力云图比较 (非结构网格 Euler)

(c) Pressure contours of the steady and static aeroelastic flows (unstructured grid Euler solver)

图 4 (续)

Fig.4 (continued)

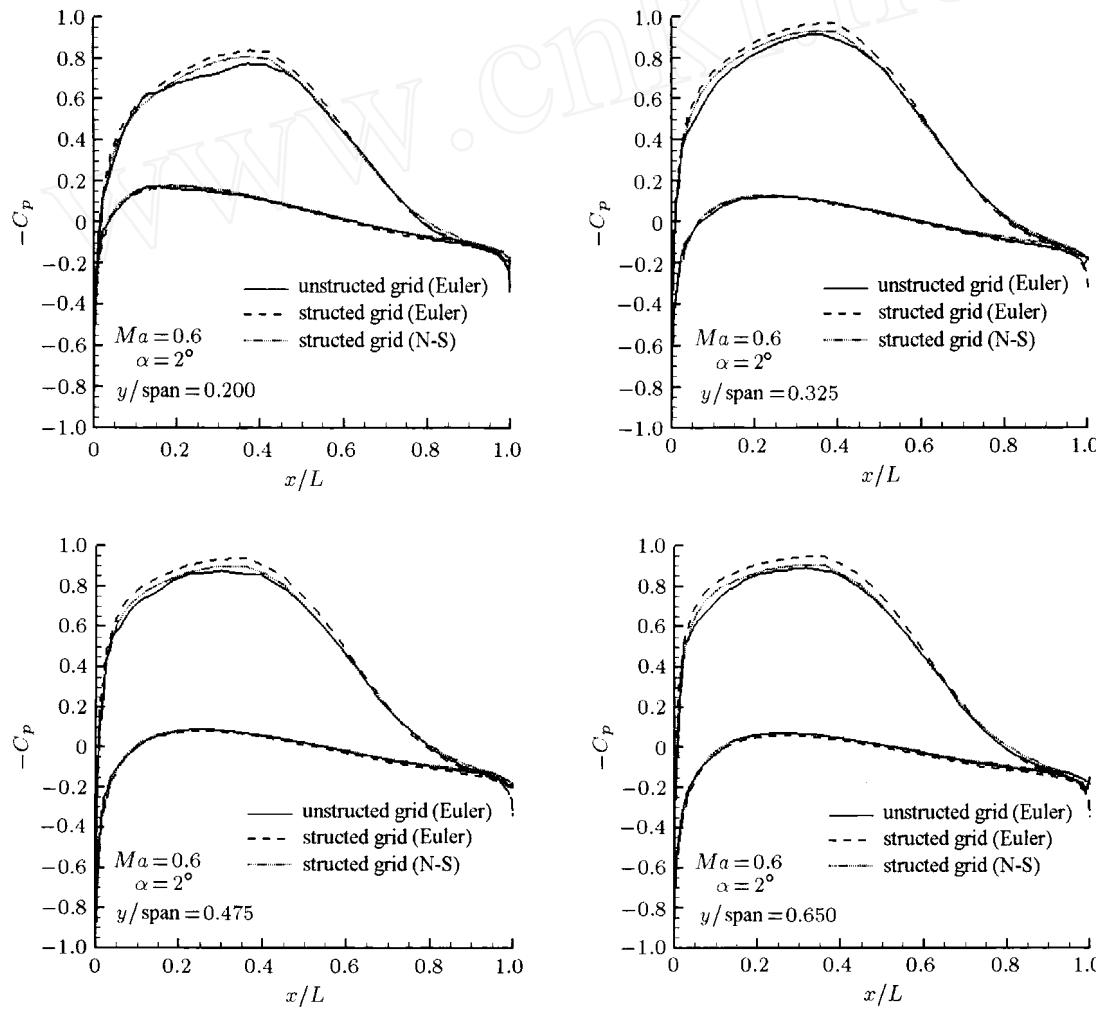


图 5 刚性假设下结构及非结构求解器展向不同截面位置压力分布比较

Fig.5 Comparison of pressure coefficients at different span sections (structured & unstructured solver, rigid)

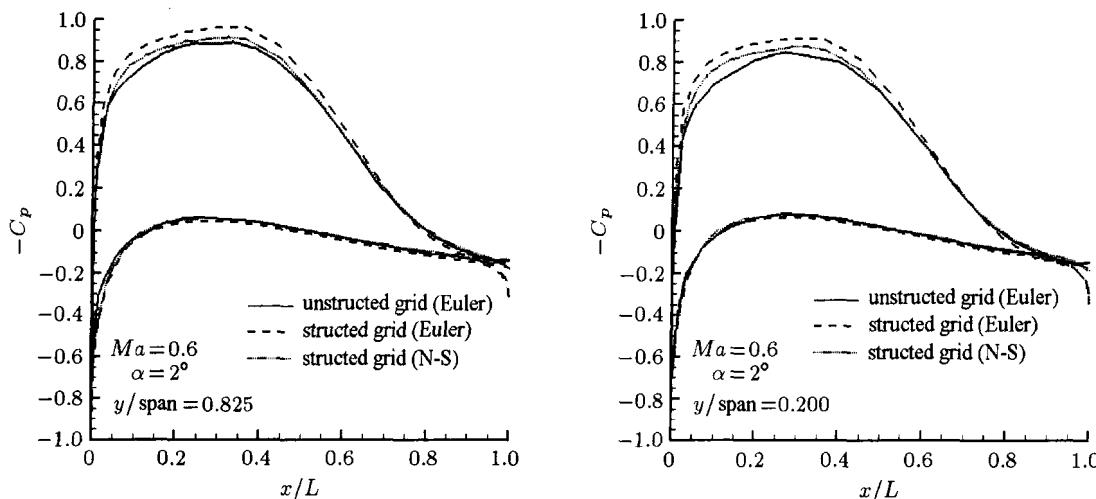


图 5 刚性假设下结构及非结构求解器展向不同截面位置压力分布比较(续)

Fig.5 Comparison of pressure coefficients at different span sections (structured & unstructured solver, rigid)(continued)

格求解器, Euler 方程求解得到的各截面压力分布均高于对应位置的 N-S 方程计算结果, 与理论分析一致。众所周知, 非结构网格程序带有较高的格式黏性, 所以其无黏结果与基于结构网格的 N-S 方程

计算结果更为接近。

图 6 为不同求解器采用柔度矩阵方法在弹性情况下得出的不同截面压力分布比较, 从图中可以看出, 3 种求解器得出的结果基本相符, 基于结构网

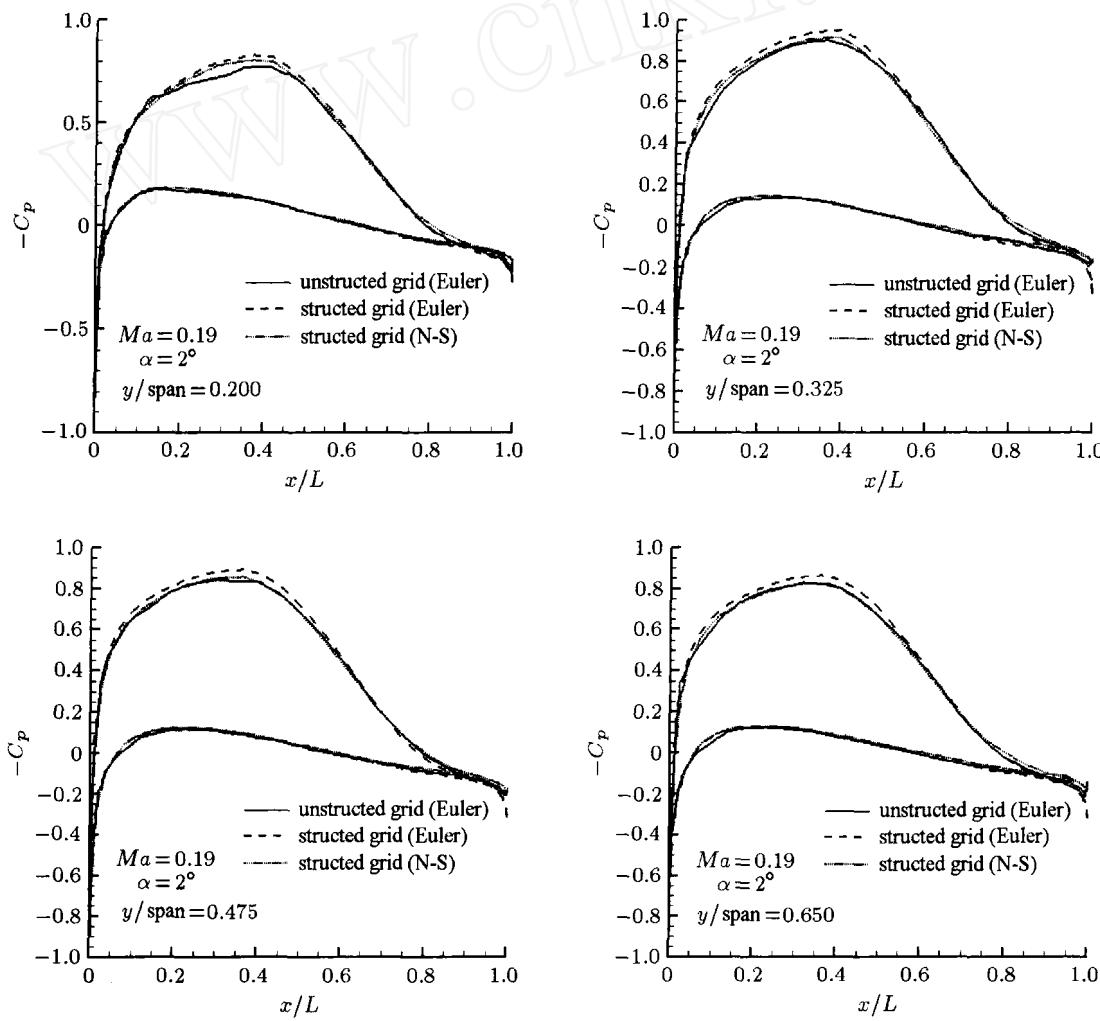


图 6 弹性假设下结构及非结构求解器展向不同截面位置压力分布比较

Fig.6 Comparison of pressure coefficients at different span sections (structured & unstructured solver, flexible)

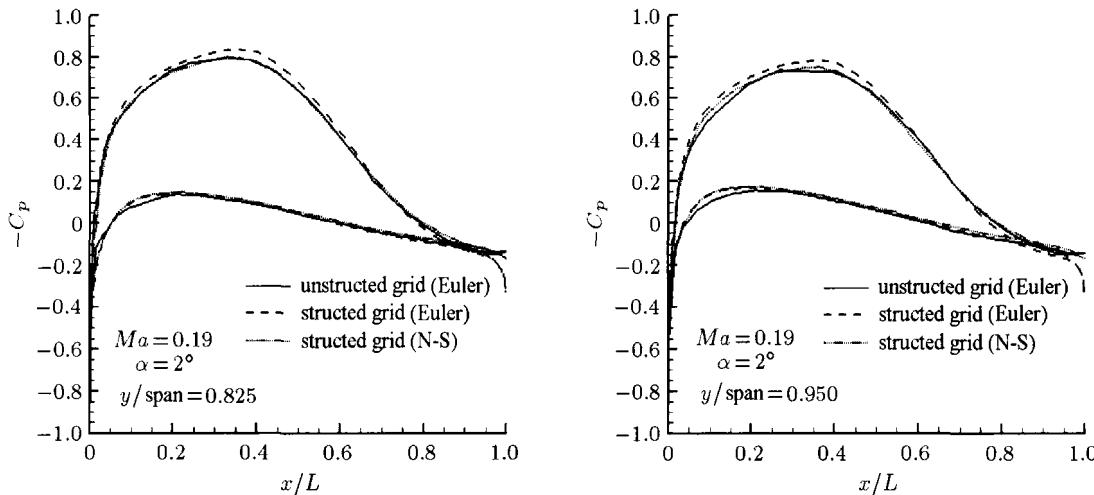


图 6 弹性假设下结构及非结构求解器展向不同截面位置压力分布比较(续)

Fig.6 Comparison of pressure coefficients at different span sections (structured & unstructured solver, flexible)(continued)

格的 Euler 方程求解器和 N-S 方程求解器结果差别远小于刚性情况下的差别。这是由于机翼为后掠机翼，机翼刚轴与来流方向的夹角使得机翼出现低头扭转变形，造成当地攻角减小，降低了气动载荷所致。Euler 方程求解器计算的气动载荷较大，因此引起的机翼低头扭转幅度也就越大，使得气动载荷减小量也进一步增大，从而变得与 N-S 方程求解器结果更加接近。由此可知，如果机翼为前掠式，两种求解器的结果差异将会进一步增大，Euler 方程求解器所得出的机翼发散压将小于 N-S 方程求解器。

图 7 为计算流体力学模型采用基于结构网格的 N-S 方程求解器，计算结构力学模型分别采用模态分析法和柔度矩阵法所得出的刚性与弹性情况下不同截面的压力分布。由图中可以看出，模态法计算得

出的压力分布在翼根处大于刚性结果，说明机翼出现了抬头扭转，而根据结构力学理论，对于后掠式机翼，由于刚轴并不与来流方向垂直，气动载荷除了会使机翼产生弯曲变形外，还应使机翼出现低头扭转，造成当地攻角减小，最终降低实际气动载荷。而对于临近翼根处，由于气动载荷产生的力矩较小，弹性情况下的结果应与刚性情况基本相符，可见模态分析方法得出的结果并不可靠，这是由于模态分析方法是将机翼变形离散为若干模态的线性组合，计算只能采用有限阶数的模态，模态的选择数量和选取准则就会对机翼变形结果精度造成影响，而且由于模态分析方法是振动方程的产物，有惯性力的参与。用模态法进行静气动弹性数值模拟时，因为只关心稳定后的结果，一般可以采用人为增大结构

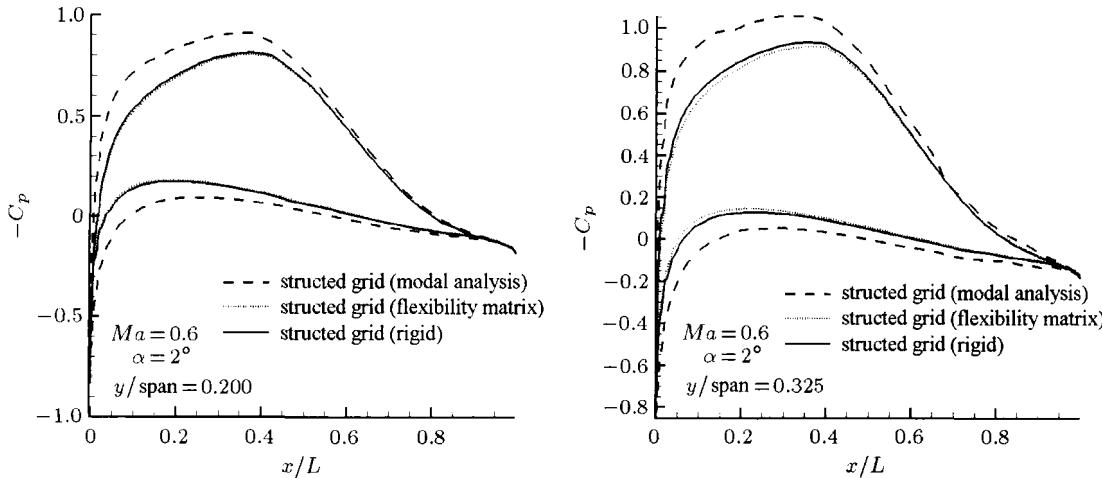


图 7 展向不同截面位置刚性及弹性假设压力分布比较

Fig.7 Comparison of pressure coefficients at different span sections (rigid & flexible)

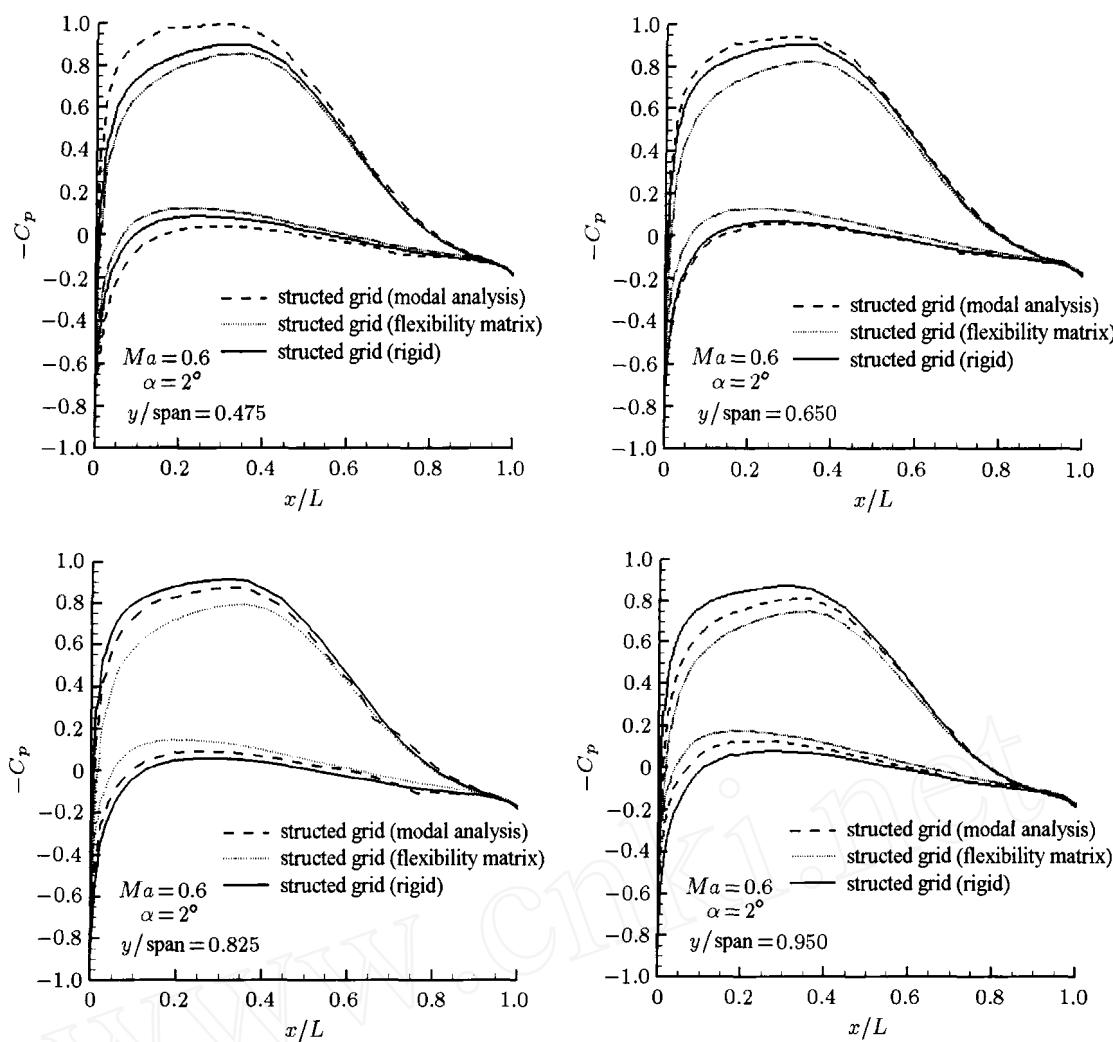


图7 展向不同截面位置刚性及弹性假设压力分布比较(续)

Fig.7 Comparison of pressure coefficients at different span sections (rigid & flexible)(continued)

阻尼地方法加速振动过程的收敛速度,迭代稳定后的结果即认为是静气动弹性的计算结果,可以认为惯性力的影响主要体现在计算过程中,模态分析方法对结果的具体影响则主要体现于采用的模态数量和种类的不同。因此,模态法一般用于只关心整体特性的动气动弹性计算,对于静气动弹性分析,则采用柔度矩阵

法更为精确。由图中也可以看出,对于柔度矩阵法得出的计算结果,由翼根到翼尖,弹性情况下的压力分布与刚性情况的差异逐渐增大,弹性情况下的压力分布逐渐降低,机翼产生了低头扭转。

图8给出了不同情况下的压力云图和翼尖位置对比,由图中可见,机翼出现了弯扭组合变形,机翼

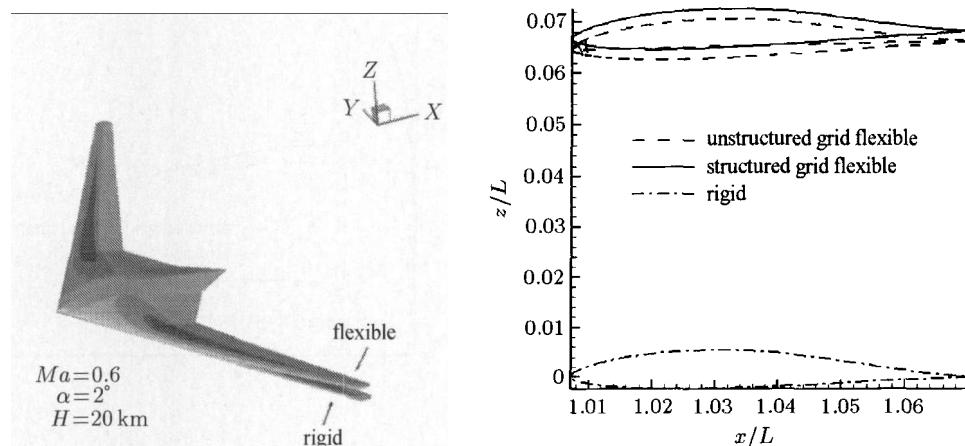


图8 不同情况下机翼表面压力云图及翼尖位置对比

Fig.8 Static aeroelastic deformations of the flying wing

法向的最大变形在翼尖位置, 结构求解器得出的翼尖平移了约为根弦长的 6.6%。而非结构求解器则为根弦长的 6.4%; 机翼翼尖扭转变形量分别为根弦长的 0.1528%(结构求解器) 和 0.1474%(非结构求解器), 相对误差为 3%, 由图中可以看出, 在弹性情况下,

机翼发生了低头扭转, 造成了有效攻角降低, 使得压力分布减小。图 9 为结构与非结构网格求解器的收敛历史对比, 基于结构网格的求解器在迭代 10 步后即趋于收敛, 而基于非结构网格的求解器需 20 步后才趋于稳定, 说明结构网格求解器的计算效率要

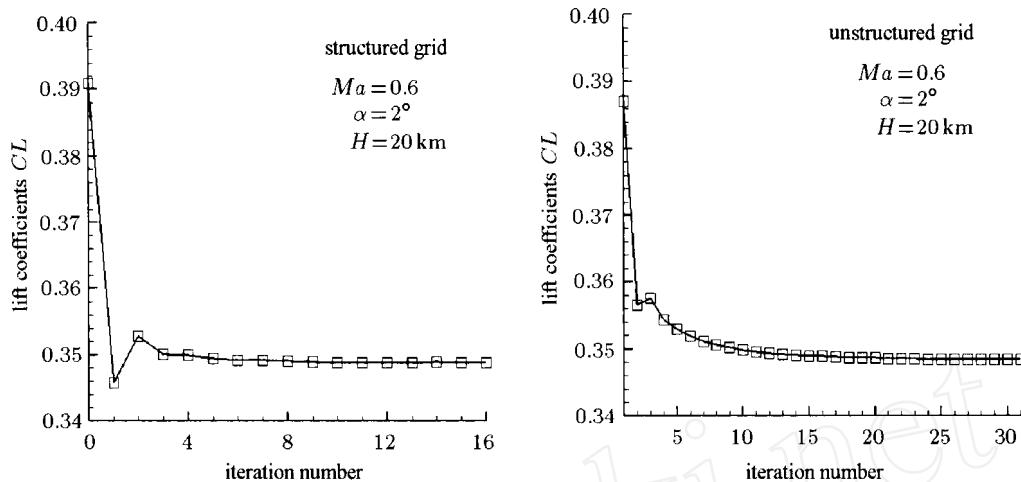


图 9 不同情况下计算收敛过程对比

Fig.9 Convergence histories of the static calculation

高于非结构网格求解器。

表 1 为两种求解器在不同情况下的气动参数对比, 由于 Euler 方程不考虑黏性效应, 其计算出来的阻力系数并不准确, 因此非结构网格求解器没有计算阻力系数。由表中可见, 刚性情况下不同求解器的升力系数相对误差仅为 0.99%, 弹性情况下不同求

解器得出的升力系数相对误差也只有 0.69%。由于机翼出现了弯扭组合变形, 造成升力系数减小, 压心前移, 结构求解器的升力系数下降量为 0.0407, 压心前移量为根弦长的 1.86%, 而非结构求解器得出的升力系数下降量为 0.0422, 压心前移量为根弦长的 1.73%。

表 1 刚性和弹性情况下结构网格及非结构网格求解器气动参数比较

Table 1 Comparison of aerodynamic coefficients of rigid and flexible wings

Coefficient	Lift	Drag	Lift/drag	Moment	Pressure center
rigid (unstructured grid)	0.3871	—	—	-0.2107	0.5443
flexible (unstructured grid)	0.3484	—	—	-0.1832	0.5270
rigid (structured grid)	0.3910	0.0190	20.58	-0.2131	0.5450
flexible (unstructured grid)	0.3488	0.0184	18.96	-0.1836	0.5264

图 10 给出非结构网格 Euler 求解器, 使用柔度矩阵方法, 分别采用网格变形技术和物面法向偏转方法得出的不同截面压力分布对比, 从图中可以看出,

采用物面法向偏转方法与网格变形技术的结果几乎完全符合, 从而说明可以采用物面法向偏转方法对复杂外形复杂变形情况进行静气动弹性数值模拟。

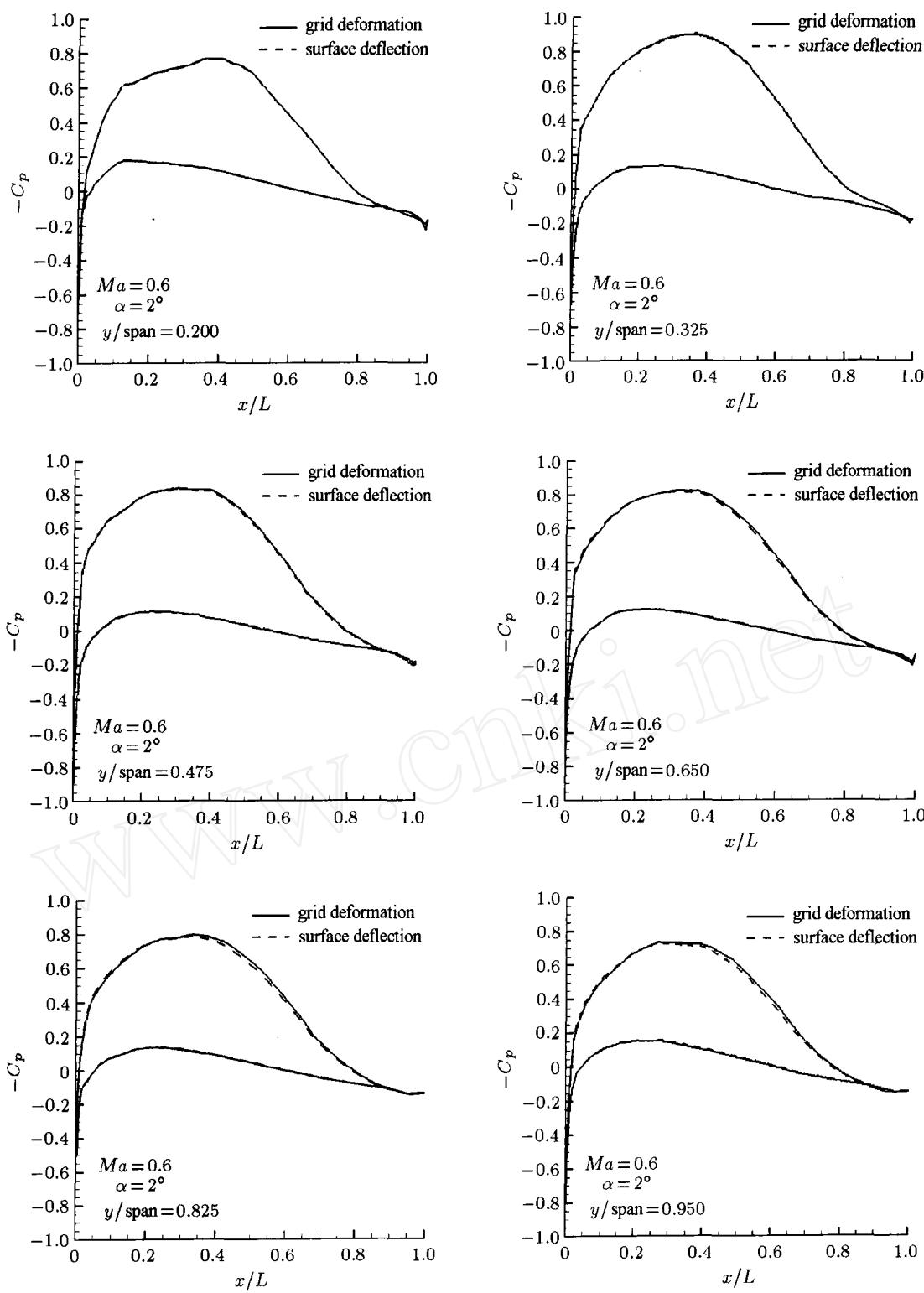


图 10 展向不同截面位置刚性及弹性假设压力分布比较

Fig.10 Comparison of pressure coefficients at different span sections (grid deformation & surface deflection method)

3 结 论

对基于结构网格的 Euler 方程及 N-S 方程求解器和基于非结构网格的 Euler 方程求解器, 采用模态分析方法和柔度矩阵方法, 对机翼在 $Ma = 0.6$, $\alpha = 2.5^\circ$, 飞行高度 20 km 的巡航状态进行了数值模拟。研究发现, 结构求解器和非结构求解器计算出来的压力

分布和气动参数基本符合, 从而验证了两种求解器的准确性; 模态分析方法由于受使用的模态数量和种类所限, 其计算结果的精度要低于柔度矩阵方法。同时应用物面法向偏转方法计算静气动弹性变形, 表明该方法可以弥补机翼变形过大及出现剪刀差时网格变形程序无法处理或处理效率低下的不足。

参考文献

- 1 Chipman R, Walters C, MacKenzie D. Numerical computation of aeroelastically corrected transonic loads. AIAA Paper 79-0766, 1979
- 2 Bennett RM, Batina JT, Cunningham H. Wing-flutter calculations with the CAP-TSD unsteady transonic small-disturbance program. *Journal of Aircraft*, 1989, 26(9): 876~882
- 3 杨国伟, 钱卫. 飞行器跨声速气动弹性数值分析. 力学学报, 2005, 37(6): 769~776 (Yang Guowei, Qian Wei. Numerical analyses of transonic flutter on an aircraft. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2005, 37(6): 769~776 (in Chinese))
- 4 Liu F, Sadeghi M, Yang S, et al. Parallel computation of wing flutter with a coupled Navier-Stokes/CSD method. AIAA-2003-1347, 2003
- 5 Yang GW, Obayashi S, Nakamichi J. Aileron buzz simulation using an implicit multiblock aeroelastic solver. *Journal of Aircraft*, 2003, 40(3): 580~589
- 6 Garica JA, Guruswamy GP. Aeroelastic analysis of transonic wings using Navier-Stokes equations and a nonlinear beam finite element model. AIAA-99-1215, 1999
- 7 Farhat C, Geuzaine P, Brown G. Application of a three-field nonlinear fluid-structure formulation to the prediction of the aeroelastic parameters of an F-16 fighter. *Computers & Fluids*, 2003, 32: 3~29
- 8 Sriram, Jameson A. Aerodynamic and aeroelastic applications of a parallel, multigrid, unstructured flow solver. AIAA 2003-0000, 2003
- 9 Chen XY, Zha GC, Yang MT. Numerical simulation of 3-D wing flutter with fully coupled fluid-structural interaction. *Computers & Fluids*, 2007, 36: 856~867
- 10 Liu F, Cai J, Zhu Y, et al. Calculation of wing flutter by a coupled fluid-structure method. *Journal of Aircraft*, 2001, 38(2): 334~342
- 11 Jones WT, Samareh-Abolhassani J. A grid generation system for multi-disciplinary design optimization. In: The 12th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference Proceedings, Pt. I, AIAA-2003-595, Washington, DC, 1995. 474~482
- 12 Cavallo PA, Hosangadi A, Lee RA, et al. Dynamic unstructured grid methodology with application to aero/propulsive flowfields. AIAA-1997-2310, 1997

(责任编辑:王薇)

STATIC AEROELASTIC ANALYSIS OF A FLYING-WING USING DIFFERENT MODELS¹⁾

Chen Dawei Yang Guowei²⁾

(LHD of Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract A loosely-coupled procedure for static aeroelastic analysis of a flying wing is presented. Firstly, the flow solvers used are based on an Euler model and a RANS model with structured grid, and an Euler model with unstructured grid. Secondly, the structure modal analysis and flexibility matrix method are all applied. Furthermore, a theoretical case of the flying wing is carried out in cruise condition of Mach number of 0.6 and the angle of attack of 2° at 20 km altitude. The results show that the flexibility matrix method is more suitable for static aeroelastic analysis than the structure modal analysis. Meanwhile, a surface deflection method is validated to be more efficient than the grid deformation method in the computation analysis due to the three-dimensional geometries deformation.

Key words static aeroelasticity, flexibility matrix method, surface deflection method, unstructured grid

Received 16 January 2008, revised 23 November 2008.

- 1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10672168) and the National Science Foundation of China for Creative Research Groups (10621202).
- 2) E-mail: gwyang@imech.ac.cn