弹性海床上裸露悬跨管道变形和内力分析

邢静忠[1]，柳春图[1]，段梦兰[2]
（1.中国科学院力学研究所，北京 100080；2.中国船级社，北京 100006）

摘要：针对裸露悬跨海底管道，考虑海床刚度，利用梁的小挠度理论，研究悬跨管道在自重作用下的变形和内力，推导给出了弹性海床上的管道段和悬跨管道段的变形和内力公式，并对比分析了海床刚度对管道变形和内力的影响。在跨度较大的悬跨情况下，悬跨管道段的向下弯曲会引起弹性海床上管道的上翘，本文经过研究计算建立了管道翘起的判定准则，给出了计算公式的适用范围。对于含有翘起情况的裸露悬跨管道，本文也建立了相应的计算公式和计算方法，并通过算例给出了翘起情况悬跨管道的变形分析和内力计算。通过分析发现：工程上的多数悬跨都出现翘起的情况，因而没有翘起的弹性海床上的悬跨管道计算公式只适应于跨度较小的悬跨管道计算。

关键词：悬跨管道；弹性地基梁；裸露悬跨小挠度理论

1 引 言

海底油气管道经常会铺设在复杂的海床环境下，当裸露管道铺设在不平坦的海底时，将导致部分管道悬空，这种悬跨管道在工程设计上要尽力避免，或者严格控制悬跨管道的悬跨长度[1]。但有时在深海区域，或者非常坚硬的海床环境，或者由于海流淘蚀，悬跨情况有时是很难避免的[2]。管道悬跨不仅造成了海底管道的受力复杂化，同时海流引起周期性涡漩释放会引发悬跨管道的涡激振动，造成海底管道的强度破坏或疲劳破坏。无论是强度破坏，还是疲劳破坏分析，静力分析是必须要完成的首要任务。对于埋设管道，海流的淘蚀也会造成管道悬跨，有时的悬跨长度可以达到几十米，深度达到十几米[3]。

这些悬跨情况在设计阶段都是通过最大悬跨长度来控制的，以避免结构频率与涡旋释放频率发生共振为设计准则[4]，同时控制最大悬跨长度范围内的静力强度满足设计条件[1]。

裸露悬跨管道更多出现在深海海域，或者挖沟埋设有困难的海域。裸露悬跨管道许多情况都是多点支承的多跨情况，对于实际工程设计中的多跨悬跨，应该严格按照海况条件，准确分析管道中的应力分布，进行详细的静力设计和动力设计[5]。文献[6]和[7]对管道的埋设悬跨情况给出了相应的应力分析和涡激振动算法。

针对裸露悬跨海底管道，考虑海床刚度，利用梁的小挠度理论，研究悬跨管道在自重作用下的变形和内力，并对比分析了海床刚度对管道变形和内力的影响。提出了判定裸露铺设在海床上的管道是否由于悬跨管道的弯曲变形而引起两端管道翘起的判定准则，给出了本文计算公式的适用范围。可用于裸露管道悬跨的变形分析和内力计算。

2 控制方程及其求解

针对理想边界条件的悬跨管道研究已经非常成熟。现有规范建议，可以按两端简支梁模型或者两端固支梁模型进行悬跨管道的受力计算[4]。但实际的裸露悬跨管道在两端非常长，且自由放置在海床上。在悬跨段管道发生弯曲变形时，两端管道要对悬跨段管道产生影响。而且有些海底的刚度不像陆地那样坚硬，也没有工业管道那样有明确坚实的支承，所以准确计算两端管道对悬跨段管道变形和内力的约束作用，以及海床刚度对悬跨段管道变形和内力的影响，对悬跨管道的静强度分析和振动分析，都是非常重要的。所以在管道的涡激振动分析和疲劳寿命计算中，有研究者考虑了海床刚度对管道变形和应力的影响[8]。

通常，管道的悬跨长度 $2a$ 远远大于管道直径，横向挠度和跨度相比较小，可以用梁的小挠度理论计算悬跨管道变形。设悬跨管道两端很长，水平放置在线刚度为 k_b 的弹性海床上，忽略轴向力影响。假定管道的弯曲刚度是 EI，在均布自重 q 作用下发生小挠度弯曲。管道变形后关于跨中位置左右对称（图 1）。

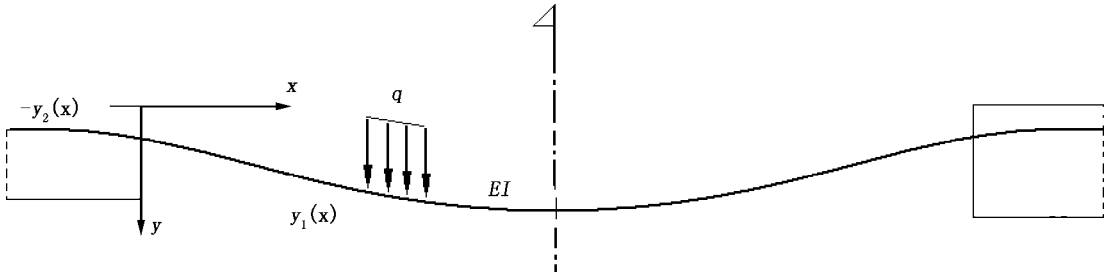

图1 弹性海床上悬跨管道的计算模型

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

2.1 控制方程

根据材料力学中细长梁发生小挠度弯曲变形微分方程

$$\frac{d^4 y_1}{dx^4} = -\frac{q}{\mathrm{EI}} \tag{1}$$

对于放置在弹性海床上的管道，在均布荷载 q 作用下，弯曲微分方程

$$\mathrm{EI}\frac{d^4 y_2}{dx^4} + k_b y_2 = -q \tag{2}$$

2.2 边界条件

定义量纲一的变换$\xi=x/a$（a 是悬跨管道的一半跨度），引入量纲一的挠度 $Y_1(\xi)=y_1(x)/a$，求解方程(1)得到无量纲一的挠度

$$Y_1(\xi) = -\frac{q_0\xi^4}{24} + C_1\xi^3 + C_2\xi^2 + C_3\xi + C_4 \qquad (0 \le \xi \le 1) \tag{3}$$

其中 $q_0=qa^3/(EI)$。考虑到弹性海床上的管道挠度 $y_2(x)$在负无穷处的位移边界条件

$$\left.\frac{dy_2}{d\xi}\right|_{\xi=-\infty} = 0,\ \left.\frac{dy_2{}^2}{d\xi^2}\right|_{\xi=-\infty} = 0 \tag{4}$$

则方程(2)的量纲一的挠度 $Y_2(\xi)=y_2(x)/a$ 可化简为

$$Y_2(\xi) = -q_1 - e^{\lambda_0\xi}(C_5\cos\lambda_0\xi + C_6\sin\lambda_0\xi) \qquad (-\infty < \xi \le 0) \tag{5}$$

其中

$$\lambda_0 = a\sqrt[4]{k_b/(4EI)},\quad q_1 = q/(a\,k_b)。$$

在悬跨管道与海床上管道的相接位置$\xi=0$，有连续性条件

$$Y_1(0) = Y_2(0),\ \left.\frac{dY_1}{d\xi}\right|_{\xi=0} = \left.\frac{dY_2}{d\xi}\right|_{\xi=0},\ \left.\frac{dY_1^2}{d\xi^2}\right|_{\xi=0} = \left.\frac{dY_2{}^2}{d\xi^2}\right|_{\xi=0},\ \left.\frac{dY_1^3}{d\xi^3}\right|_{\xi=0} = \left.\frac{dY_2{}^3}{d\xi^3}\right|_{\xi=0} \tag{6}$$

在悬跨管道的跨中位置，有对称条件

$$\left.\frac{dY_1^3}{d\xi^3}\right|_{\xi=1} = 0,\ \left.\frac{dY_1}{d\xi}\right|_{\xi=1} = 0 \tag{7}$$

2.3 确定积分常数

在式(3)和式(5)中有 6 个积分常数，式(6)和式(7)正好有 6 个条件。将式(3)和式(5)代入式(6)和式(7)，得到积分常数

$$\begin{cases} C_1 = 2q_1\lambda_0^4/3,\ C_2 = -\dfrac{\lambda_0^3 q_1(2\lambda_0^2-3)}{3(\lambda_0+1)}, \\ C_3 = -\dfrac{2\lambda_0^3 q_1(2\lambda_0^2+3)}{3(\lambda_0+1)},\ C_4 = -\dfrac{q_1(2\lambda_0^3+6\lambda_0^2+6\lambda_0+3)}{3(\lambda_0+1)}, \\ C_5 = \dfrac{\lambda_0 q_1(2\lambda_0^2+6\lambda_0+3)}{3(\lambda_0+1)},\ C_6 = \dfrac{\lambda_0 q_1(2\lambda_0^2-3)}{3(\lambda_0+1)} \end{cases} \tag{9}$$

2.4 挠度函数

将积分常数(9)代入式(3)和式(5)，得到量纲一的挠度函数

$$\begin{aligned} Y_1(\xi) = &-\frac{q_0\xi^4}{24} + \frac{2q_1\lambda_0^4}{3}\xi^3 - \frac{q_1}{3(\lambda_0+1)}\cdot \\ &\left\{\lambda_0^3\xi[(2\lambda_0^2-3)\xi + 2(2\lambda_0^2+3)] + (2\lambda_0^3+6\lambda_0^2+6\lambda_0+3)\right\},\quad (0 \le \xi \le 1) \end{aligned} \tag{10a}$$

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$Y_2(\xi)=-q_1-\frac{\lambda_0 q_1}{3(\lambda_0+1)}e^{\lambda_0\xi}[(2\lambda_0^2+6\lambda_0+3)\cos\lambda_0\xi+(2\lambda_0^2-3)\sin\lambda_0\xi],\quad(-\infty<\xi\le 0) \tag{10b}$$

2.5 弯矩方程

将式(10a)和式(10b)关于ξ 求导两次，得无量纲弯矩

$$M_1(\xi)=-\frac{d^2Y_1(\xi)}{d\xi^2}=\frac{q_0\xi^2}{2}-4q_1\lambda_0^4\xi+\frac{q_1}{3(\lambda_0+1)}2\lambda_0^3[(2\lambda_0^2-3)]\ ,\quad(0\le\xi\le 1)$$

$$M_2(\xi)=-\frac{d^2Y_2(\xi)}{d\xi^2}=\frac{2\lambda_0{}^3q_1}{3(\lambda_0+1)}e^{\lambda_0\xi}\cdot$$
$$[(2\lambda_0^2-3)\cos\lambda_0\xi-(2\lambda_0^2+6\lambda_0+3)\sin\lambda_0\xi]\ ,\quad(-\infty<\xi\le 0) \tag{11}$$

跨中最大弯矩：

$$M_{1\max}=M_1(\xi)|_{\xi=1}=\frac{q_0}{2}-4q_1\lambda_0^4+\frac{2q_1\lambda_0^3}{3(\lambda_0+1)}[(2\lambda_0^2-3)]$$

支承点弯矩：

$$M_1(\xi)|_{\xi=0}=\frac{2\lambda_0^3q_1}{3(\lambda_0+1)}\cdot(2\lambda_0^2-3)$$

2.6 海床上管道的最大弯矩

对式(11)关于ξ 求导，可得最大弯矩的位置

$$\xi_0=-\frac{1}{\lambda_0}\tan^{-1}\left(\frac{2\lambda_0^2+6\lambda_0+3}{2\lambda_0^2-3}\right) \tag{12}$$

将其代入到式(11b)可以得到海床上管道的最大负弯矩。

3 解答适用范围和管道翘起判断

解答式(10)只有在悬跨跨度不大或海床比较软，整个管道和海床接触的情况下是有效的。否则在悬跨段管道发生向下弯曲变形时，海床上的管道将从海床上翘起。在管道即将翘起的临界状态，海床上的管道向上的最高挠度正好等于零。现基于这个条件，给出管道翘起的判定准则。

首先对式(10b)关于ξ 求导，令其等于零可确定最高挠度位置，即

$$-\frac{2\lambda_0^2q_1e^{\lambda_0\xi}}{3(\lambda_0+1)}\left[(2\lambda_0+3)\lambda_0\cos\lambda_0\xi-(3+3\lambda_0)\sin\lambda_0\xi\right]=0 \tag{13}$$

很显然，这个方程有多个周期解ξ_0，即

$$\tan\lambda_0\xi_0=\frac{(2\lambda_0+3)\lambda_0}{(3+3\lambda_0)} \tag{14}$$

因为这里有效解是负方向最靠近 0 点的解，即

$$\xi_0=\frac{1}{\lambda_0}\tan^{-1}\left(\frac{(2\lambda_0+3)\lambda_0}{3+3\lambda_0}\right)-\pi/\lambda_0 \tag{15}$$

是有效解。将其代入到挠度函数式(10b)，可得海床上管道的最高挠度值

$$Y_{2\max}(\xi_0)=-q_1+\frac{\lambda_0q_1}{3(\lambda_0+1)}\exp\left[\tan^{-1}(\frac{(2\lambda_0+3)\lambda_0}{3+3\lambda_0})-\pi\right]\cdot$$
$$\sqrt{4\lambda_0^4+12\lambda_0^3+18\lambda_0^2+18\lambda_0+9} \tag{16}$$

这样，管道是否翘起的条件变为判定最高挠度 $Y_{2\max}(\xi_0)$是否大于 0。该方程中的参数λ_0 是判定管道翘起的参数，这个参数的有效解在大于零的附近范围内。

对其数值求解，在大于零的范围内找到翘起的临界值

$$\lambda_{cr}\approx 2.98486 \tag{17}$$

当$\lambda_0>\lambda_{cr}$时，悬跨段管道弯曲时弹性海床上的管道翘起。

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

4 翘起管道的变形和内力

当管道从海床上翘起后，整个管道就必须分为 4 段来分析。第 1 段是向下弯曲的悬跨段，第 2 段是和弹性海床相接触直到负无穷远的管道，第 3 段是翘起段，第 4 段是和弹性海床一起向下变形的管道 (图 2)。第 1 段和第 3 段满足弯曲微分方程式(1)，第 2 段和第 4 段满足方程(2)。

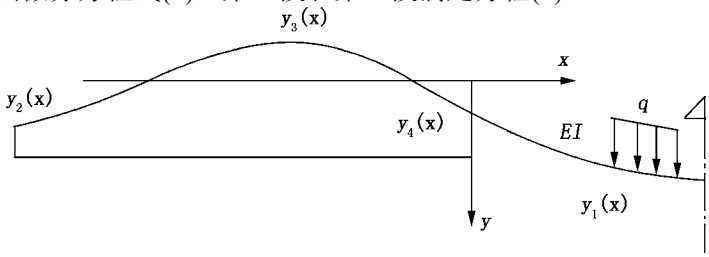

图 2　有翘起段的悬跨管道计算模型示意图

4.1 四段挠度函数

假设各段量纲一的挠度函数分别为 $Y_1(\xi)$，$Y_4(\xi)$，$Y_3(\xi)$和 $Y_2(\xi)$，分别定义在[0,1]，[ξ_1,0]，[ξ_2, ξ_1]和(-∞,ξ_2)上，则它们的函数形式是：

$$Y_1(\xi)=-\frac{q_0\xi^4}{24}+C_1\xi^3+C_2\xi^2+C_3\xi+C_4,\quad (0\le\xi\le1) \tag{18}$$

$$Y_4(\xi)=-q_1-e^{\lambda_0\xi}(C_7\cos\lambda_0\xi+C_8\sin\lambda_0\xi)+e^{-\lambda_0\xi}(C_9\cos\lambda_0\xi+C_{10}\sin\lambda_0\xi),\quad (\xi_1\le\xi\le0) \tag{19}$$

$$Y_3(\xi)=-\frac{q_0\xi^4}{24}+C_{11}\xi^3+C_{12}\xi^2+C_{13}\xi+C_{14},\quad (\xi_2\le\xi\le\xi_1) \tag{20}$$

$$Y_2(\xi)=-q_1-e^{\lambda_0\xi}(C_5\cos\lambda_0\xi+C_6\sin\lambda_0\xi),\quad (-\infty<\xi\le\xi_2) \tag{21}$$

4.2 边界条件和连续性条件

在离地点ξ_2, ξ_1和ξ=0 位置，有 12 个连续性条件，在跨中有 2 个对称条件。所以总共有 14 个条件来确定 14 个积分常数。

在跨中位置的对称条件

$$\left.\frac{dY_1^3}{d\xi^3}\right|_{\xi=1}=0,\quad \left.\frac{dY_1}{d\xi}\right|_{\xi=1}=0 \tag{22}$$

其余的连续性条件如下

$$Y_1(0)=Y_4(0),\ \left.\frac{dY_1}{d\xi}\right|_{\xi=0}=\left.\frac{dY_4}{d\xi}\right|_{\xi=0},\ \left.\frac{d^2Y_1}{d\xi^2}\right|_{\xi=0}=\left.\frac{d^2Y_4}{d\xi^2}\right|_{\xi=0},\ \left.\frac{d^3Y_1}{d\xi^3}\right|_{\xi=0}=\left.\frac{d^3Y_4}{d\xi^3}\right|_{\xi=0} \tag{23a}$$

$$Y_3(\xi_1)=Y_4(\xi_1),\ \left.\frac{dY_3}{d\xi}\right|_{\xi=\xi_1}=\left.\frac{dY_4}{d\xi}\right|_{\xi=\xi_1},\ \left.\frac{d^2Y_3}{d\xi^2}\right|_{\xi=\xi_1}=\left.\frac{d^2Y_4}{d\xi^2}\right|_{\xi=\xi_1},\ \left.\frac{d^3Y_3}{d\xi^3}\right|_{\xi=\xi_1}=\left.\frac{d^3Y_4}{d\xi^3}\right|_{\xi=\xi_1} \tag{23b}$$

$$Y_2(\xi_2)=Y_3(\xi_2),\ \left.\frac{dY_2}{d\xi}\right|_{\xi=\xi_2}=\left.\frac{dY_3}{d\xi}\right|_{\xi=\xi_2},\ \left.\frac{d^2Y_2}{d\xi^2}\right|_{\xi=\xi_2}=\left.\frac{d^2Y_3}{d\xi^2}\right|_{\xi=\xi_2},\ \left.\frac{d^3Y_2}{d\xi^3}\right|_{\xi=\xi_2}=\left.\frac{d^3Y_3}{d\xi^3}\right|_{\xi=\xi_2} \tag{23c}$$

根据对称条件式(22)，解答式(18)可简化为

$$Y_1(\xi)=-\frac{q_0(\xi-1)^4}{24}+C_2(\xi-1)^2+C_4,\quad (0\le\xi\le1) \tag{24}$$

4.3 确定积分常数

这样积分常数减少为 12 个，需要满足的条件式(23)中的 12 个条件。将解答式(19), 式(20)）式(21)和式(24)代入连续性条件式(23)，化简后得到

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$
\begin{cases}
C_2 + C_4 + C_7 - C_9 = q_0 / 24 - q_1 \\
2C_2 - \lambda_0 C_7 - \lambda_0 C_8 - \lambda_0 C_9 + \lambda_0 C_{10} = q_0 / 6 \\
C_2 + \lambda_0^2 C_8 + \lambda_0^2 C_{10} = q_0 / 4 \\
C_7 - C_8 + C_9 + C_{10} = q_0 / 2 / \lambda_0^3 \\
f_1(\xi_1) C_7 + f_2(\xi_1) C_8 - f_1(-\xi_1) C_9 + f_2(-\xi_1) C_{10} + \xi_1^3 C_{11} + \xi_1^2 C_{12} + \xi_1 C_{13} + C_{14} = -\dfrac{q_0}{24} \xi_1^4 - q_1 \\
(f_1(\xi_1) - f_2(\xi_1)) \lambda_0 C_7 + (f_1(\xi_1) + f_2(\xi_1)) \lambda_0 C_8 + (f_1(-\xi_1) - f_2(-\xi_1)) \lambda_0 C_9 + \\
(-f_1(-\xi_1) - f_2(-\xi_1)) \lambda_0 C_{10} + 3\xi_1^2 C_{11} + 2\xi_1 C_{12} + C_{13} = q_0 \xi_1^3 / 6 \\
-f_2(\xi_1)\, 2\lambda_0^2 C_7 + f_1(\xi_1)\, 2\lambda_0^2 C_8 + f_2(-\xi_1)\, 2\lambda_0^2 C_9 + f_1(-\xi_1)\, 2\lambda_0 C_{10} + 6\xi_1 C_{11} + 2C_{12} = q_0 \xi_1^2 / 2 \\
(-f_1(\xi_1) - f_2(\xi_1))\, 2\lambda_0^3 C_7 + (f_1(\xi_1) - f_2(\xi_1))\, 2\lambda_0^3 C_8 \\
+(-f_1(-\xi_1) - f_2(-\xi_1))\, 2\lambda_0^3 C_9 + (-f_1(-\xi_1) + f_2(-\xi_1))\, 2\lambda_0^3 C_{10} + 6C_{11} = q_0 \xi_1 \\
f_1(\xi_2) C_5 + f_2(\xi_2) C_6 + \xi_2^3 C_{11} + \xi_2^2 C_{12} + \xi_2 C_{13} + C_{14} = q_0 \xi_2^4 / 24 - q_1 \\
(f_1(\xi_2) - f_2(\xi_2))\, \lambda_0 C_5 + (f_1(\xi_2) + f_2(\xi_2))\, \lambda_0 C_6 + 3\xi_2^2 C_{11} + 2\xi_2 C_{12} + C_{13} = q_0 \xi_2^3 / 6 \\
-f_2(\xi_2)\, 2\lambda_0^2 C_5 + f_1(\xi_2)\, 2\lambda_0^2 C_6 + 6\xi_2 C_{11} + 2C_{12} = q_0 \xi_2^2 / 2 \\
(-f_1(\xi_2) - f_2(\xi_2))\, 2\lambda_0^3 C_5 + (f_1(\xi_2) - f_2(\xi_2))\, 2\lambda_0^3 C_6 + 6C_{11} = q_0 \xi_2
\end{cases}
\tag{25}
$$

其中， $f_1(x) = e^{\lambda_0 x} \cos(\lambda_0 x),\ \ f_2(x) = e^{\lambda_0 x} \sin(\lambda_0 x)$。

5 数值求解变形和内力

要从方程(25)的 12 个联立方程组中解析地解出所有积分常数，是非常困难的。同时还必须使挠度函数在接触点ξ_1和ξ_2处满足接触点的接触条件：

$$Y_2(\xi_1) = 0,\ Y_4(\xi_2) = 0 \tag{26}$$

将接触位置ξ_1, ξ_2和 12 个积分常数解析地确定更加困难。注意到由积分常数组成的方程组是线性代数方程组，而其中的接触位置ξ_1和ξ_2是非线性的，所以分别确定。

首先假定初始接触位置ξ_1和ξ_2，通过求解包含 12 个积分常数的线性代数方程组，确定挠度函数后确定新的接触位置，以此作为ξ_1和ξ_2的新值，继续下一轮迭代。当两次循环解出的接触位置变化很小时，停止迭代循环。此时的接触位置和挠度曲线就是实际的接触位置和挠度曲线。

5.1 坚硬海床上的悬跨管道

一半跨度为 a=30m 的悬跨管道，海床线刚度 k_b=10^7 N/m^2，管道单位长度重量 q=2 000 N/m，弯曲刚度 EI=10^7 N・m^2，则

$$q_0 = qa^3 / EI = 5.4 \tag{27}$$

$$q_1 = q / a / k_b = 2/3 \times 10^{-5} \tag{28}$$

$$\lambda_0 = a \sqrt[4]{k_b / 4 / EI} = 21.213 \tag{29}$$

从式(17)的临界值判断出$\lambda_0 > \lambda_{cr}$，管道翘起。由式(15)确定最高挠度位置ξ_0= —0.077 3。假定翘起管道的离地点初始位置ξ_2=5ξ_0， ξ_1= ξ_0/2。从式(25)解出积分常数。

再将积分常数代入式(19), 式(20), 式(21)和式(24)可得挠度函数，将挠度函数代入到非线性方程(26)，求解获得新的接触点位置ξ_2和ξ_1。将新接触位置再代入方程(25)，继续循环，直到接触位置变化很小为止。

此时的接触位置和挠度函数就是实际的接触位置和挠度曲线。将量纲一的挠度关于ξ求导，可得转角和量纲一的弯矩、量纲一的剪力。图 3 给出的是挠度曲线，弹性海床上管道变形曲线是负半轴部分，从 0 到 1 范围是悬跨管道左一半。跨中的最大挠度大约是－0.37。

图 4 是无量纲弯矩图，零点以左是海床上管道的弯矩分布，零点右侧是悬跨段的量纲一的弯矩分布。跨中的量纲一的最大弯矩约为 1.17，支承点附近的量纲一的负弯矩值约为 1.52。

5.2 松软海床上的悬跨管道

为了比较刚度海床对管道变形和内力的影响，取海床刚度 k_b=10^5 N/m^2。按照与前面相同的计算过程，确定出

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$q_0 = qa^3/EI = 5.4$$
$$q_1 = q/a/k_b = 2/3\times10^{-3} \tag{30}$$
$$\lambda_0 = a\sqrt[4]{k_b/4/EI} = 6.708$$

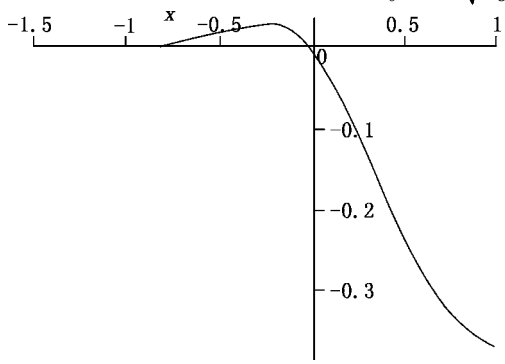

图 3 坚硬海床上的悬跨管道挠度

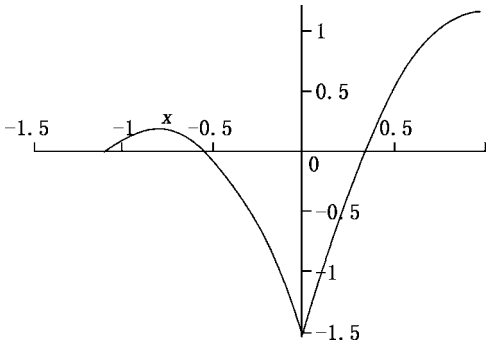

图 4 坚硬海床上的悬跨管道弯矩

变形曲线和量纲一的弯矩图如图 5 和图 6 所示。从图 5 看出，海床变形比图 3 大。特别是邻近悬跨管道的支承点区域，变形非常明显。

同时跨中的挠度值也比图 3 中的跨中挠度大，跨中的最大挠度大约是-0.43。但是最大量纲一的弯矩值的变化没有变形图的变化明显。跨中的最大量纲一的弯矩约为 1.24，支承点附近的量纲一的负弯矩约为-1.52。在支承点附近，量纲一的弯矩的分布形式变化较大。

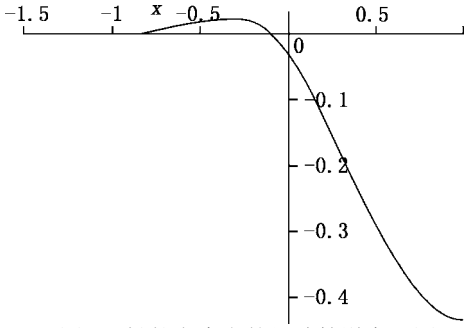

图 5 松软海床上的悬跨管道变形图

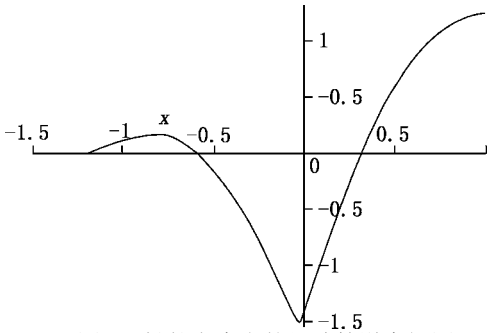

图 6 松软海床上的悬跨管道弯矩图

5.3 较短悬跨管道的弯曲

前面的悬跨管道，因跨度较大使自重引起了很大的弯曲变形。现在在相同柔软的海床上，计算跨度较小的情况。取一半跨度 a=10 m，为便于变形和内力的结果比较，增大荷载集度为 q=54 000 N/m。则基本参数：

$$q_0 = qa^3/EI = 5.4,\quad q_1 = q/a/k_b = 0.054,\quad \lambda_0 = a\sqrt[4]{k_b/4/EI} = 2.236 \tag{31}$$

可以看出，λ_0=2.236<λ_{cr}，海床上的管道不翘起，可以用两段变形曲线计算。

由挠度函数式(10)和弯矩方程(11)得到量纲一的挠度图(图 7)、量纲一的弯矩图(图 8)。从挠度图 7 看出，支承点的变形很大。但弯矩图 8 中量纲一的最大负弯矩 1.42 和量纲一的最大正弯矩 1.84 也比前面大很多。

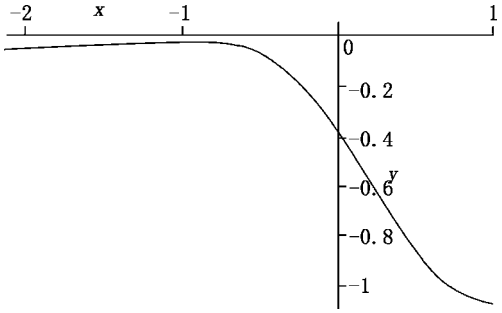

图 7 跨度较短的悬跨管道挠度曲线

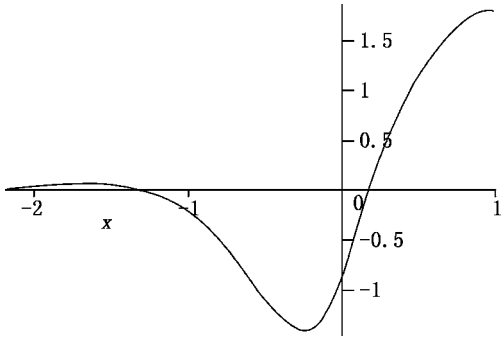

图 8 跨度较短的悬跨管道弯矩图

6 结 语

从这三种海床刚度和跨度的计算结果可以看出，海床刚度和悬跨长度对位移结果有明显影响，对量纲

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

一的弯矩影响不大。特别是对于翘起管道，海床刚度和悬跨长度对量纲一的弯矩影响不大。

参考文献：

1. 王 维.确定海底埋设输油管线允许冲刷长度的一种实用方法.西南石油学院学报.1996,18(3):94-97.
2. Park H I and Kim C. H., Analytical methods for the determination of allowable free span lengths. Proceedings of the Seventh International Offshore and Polar Engineering Conference. Honolulu, USA, May 25-30, 1997:377-342.
3. 唐友刚，李长升，项忠权. 加固前后输油管道固有频率计算. 石油学报，1997，8(2):128-133.
4. Det Norske Veritas(DNV). Submarine Pipeline Systems, Offshore Standard (OS-F101),2000.
5. Angus Reid, Grytten Trond, Nystrom P R. Case studies in pipeline free span fatigue. Proceedings of the tenth(2000) International offshore and polar engineering conference, Seattle, USA.2000.
6. 曾晓辉, 邢静忠, 柳春图,等.多作业状态下近海油气管道的力学分析及软件.中国造船，2002, 43,（4）:45-54.
7. 曾晓辉, 邢静忠, 柳春图, 等.海底管道强度评估中的两个问题.中国造船，2002, 43(增刊):180-186.
8. Kapuria S, Salpekar V Y, Sengupta S. Fatigue due to vortex-induced oscillations in free spanning pipelines supported on elastic soil bed. Proceedings of the ninth(1999) International offshore and polar engineering conference.Brest,France.

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net