地下核爆炸的流体弹塑性计算方案和若干结果

郑哲敏 解伯民
刘育魁 张德良

中国科学院力学研究所
1969年3月 北京

www.cnki.net
© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

地下核爆炸的流体弹塑性计算方案和若干结果

在一九六七年与廿一所的同志共同讨论的基础上，我们对原计算方案稍做了一些变动，并进行了数值计算 * 。共计算了九种情况，基本上摸清了这个计算方案的特点。现将计算结果整理出来，供讨论和参考。

这九次计算仍是针对美国 Hardhat 实验进行的。

一、符 号 表

r	拉格朗日座标
R	欧拉座标
t	时间
$u=R-r$	质点径向位移
$v=\dfrac{\partial u}{\partial t}=\dfrac{\partial R}{\partial t}$	质点速度
σ_r	径向应力，以压为正
σ_θ	周向应力，以压为正
$\tau=(\sigma_r-\sigma_\theta)$	主剪应力
τ_s	屈服应力
ρ_0	岩石初始密度
ρ	岩石密度
$p=\dfrac{1}{3}(\sigma_r+2\sigma_\theta)$	平均压力
$\gamma=\ln\dfrac{R}{r}-\ln\dfrac{\partial R}{\partial r}$	主剪应变
$e_T=e_v+e_s$	岩石比总内能
e_v	岩石受平均压力 p 和密度 ρ 变化影响的比内能
e_s	岩石比剪切畸变内能
K	岩石体积模量
G	岩石剪切模量
$R_0(t)$	空腔半径
p_0	岩石初始压力（地压）
γ_0	岩石在压力 $p=0$ 时的剪切流动极限
α,β	岩石塑性屈服包络线方程中的系数

二、 单 位 制

本文和计算中采用“吨 · 米 · 毫秒”单位制

* 计算工作是由计算所三室同志完成的.

本篇为中国科学院力学研究所收录的科学技术研究报告. 由于原稿的油印质量无法制版，故本文为照原稿重新打印稿.

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

长度单位为米相当于 10^2 厘米
时间单位为毫秒相当于 10^{-3} 秒
压力单位为万巴相当于 10^{10} 达因 / 厘米 ^{2}
密度单位为吨 / 米 ^{3} 相当于 1 克 / 厘米 ^{3}
速度单位为米 / 毫秒相当于 10^5 厘米 / 秒
比能量单位为米 ^{2}/ 毫米 ^{2} 相当于 10^{10} 尔格 / 克

三、 方 程 组

连续方程

$$\frac{\partial R}{\partial r}=\frac{\rho_0 r^2}{\rho R^2} \tag{1}$$

运动方程

$$\rho\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{\rho R^2}{\rho_0 r^2}(\frac{\partial P}{\partial r}+\frac{4}{3}\frac{\partial \tau}{\partial r})+\frac{4\tau}{R}=0 \tag{2}$$

能量方程

$$\frac{\partial e_v}{\partial t}+\frac{\partial e_s}{\partial t}=\frac{p}{\rho^2}\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{4}{3}\frac{\tau}{\rho}(\frac{v}{R}-\frac{\partial v}{\partial r}/\frac{\partial R}{\partial r}) \tag{3}$$

速度表达式

$$v=\frac{\partial R}{\partial r} \tag{4}$$

状态方程，先说明塑性条件，我们这次将岩石的塑性包络线取为如下形式

$$|\frac{\tau_s}{\rho}|=\frac{1}{\rho_0}C(X)[Y_0+\alpha\mathrm{th}\beta p] \tag{5}$$

与以前的计算方案比稍有改动，主要是引入了一个函数 $C(X)$，其定义是

$$C(X)=\begin{cases}1.0 & \text{当}\ X\le 0.006\ \text{时}\\ e^{-k(X-0.006)} & \text{当}\ X>0.006\ \text{时}\end{cases} \tag{6}$$

及

$$X=\int|\mathrm{d}\gamma| \tag{7}$$

引入函数 $C(X)$ 的目的是为了表征岩石的破碎程度对于抗剪强度的影响。因为在同样压力 p 作用下，岩石的破碎程度不同，其抗剪强度也应是不同的。岩石破碎得越厉害，它的抗剪能力应越低。为了表征岩石的破碎程度，我们引入 X 这个量。因为岩石在受均匀压缩时不会引起破碎，引起破碎的主要因素是形状畸变，即剪应变 γ 。但是在岩石的全部运动过程中，其 γ 值有增有减，而不论是增加或减少都只能使已破碎的岩石更加破碎。因此选用 (7) 式的 X 表示岩石的破碎程度而不用 γ 。（ 6 ）式中选取 0.006 的常数是因为 $Y_0/G=0.006$，此值应为岩石的弹性极限，也就是说在小于此值时岩石未破碎，当然 $C(X)=1.0$ 。取 $C(X)$ 为指数形式是比较任意的，它只强调了这样一个事实：岩石破碎得越厉害，其剪切强度越应降低。至于系数 k 值，很难事先假定，我们认为选用不同的 k 值进行数值计算再与实验结果去相比，那时会找出对应某种岩石的适当的 k 值。

体积变形能表达式为

$$e_v=e_v(p,\rho) \tag{8}$$

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

(见附录)．

畸变能 e_s 的表达式分为两种情况

(1) 弹性区或由塑性状态卸载时，即

$$\left.\begin{aligned}
&\left|\frac{\tau}{\rho}\right| \le \frac{1}{\rho_0}C(X)[Y_0+\alpha \mathrm{th}\beta p] \\
\text{或}\quad &\frac{\tau}{\rho} = \frac{1}{\rho}C(X)[Y_0+\alpha \mathrm{th}\beta p] \qquad \text{当}\frac{\partial\gamma}{\partial t}<0 \\
&\frac{\tau}{\rho} = -\frac{1}{\rho_0}C(X)[Y_0+\alpha \mathrm{th}\beta p] \qquad \text{当}\frac{\partial\gamma}{\partial t}>0
\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

时，取

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\tau}{\rho}\right) = \frac{G}{\rho_0}\left(\frac{v}{R} - \frac{\partial v}{\partial r}\Big/\frac{\partial R}{\partial r}\right) \tag{10}$$

及

$$e_s = \frac{2}{3}\frac{1}{G}\left(\frac{\tau}{\rho}\right)^2 \tag{11}$$

(2) 塑性区中，即计算中出现

$$\left.\begin{aligned}
&\left|\frac{\tau}{\rho}\right| > \frac{1}{\rho_0}C(X)[Y_0+\alpha \mathrm{th}\beta p] \\
\text{或}\quad &\frac{\tau}{\rho} = \frac{1}{\rho_0}C(X)[Y_0+\alpha \mathrm{th}\beta p] \qquad \text{且}\frac{\partial\gamma}{\partial t}\ge 0 \\
&\frac{\tau}{\rho} = -\frac{1}{\rho_0}C(X)[Y_0+\alpha \mathrm{th}\beta p] \qquad \text{且}\frac{\partial\gamma}{\partial t}<0
\end{aligned}\right\} \tag{12}$$

时，取

$$e_s = \frac{2}{3}\frac{C(X)}{G\rho_0}[Y_0+\alpha \mathrm{th}\beta p] \tag{13}$$

计算中还要用到 (5) 式联立求解．

四、人工黏性

取人工黏性表达式为

$$q = \begin{cases} a\rho|\Delta v|^2 + b\rho c|\Delta v| & \text{当}\dfrac{\partial v}{\partial r}\le 0 \\ 0, & \text{当}\dfrac{\partial v}{\partial r}>0 \end{cases} \tag{14}$$

其中 a,b 为数值系数， c 为声速．

五、裂缝处理

采用廿一所同志的置零方法，即

$$\text{当}\sigma_\theta < \sigma_T\text{时}, \qquad \text{取}\sigma_\theta = 0 \tag{15}$$

σ_T 为岩石抗拉强度，通常认为是零，但考虑地压 p_0 的影响，可取

$$\sigma_r = -p_0$$

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

因为我们是在裂缝区仍采用连续方程进行计算，所以这种方法相当于在裂缝张开处人为地填补了介质。但由于裂缝宽度很小，我们的经验和廿一所的经验都证明影响不大，而方法却十分简便。

六、 初始条件、边界条件和岩石常数

(1) 初始条件

在 $r > 1$ 处：

$$R = r$$

$$p_0 = 0.008262\text{万巴}$$

$$\rho_0 = 2.67\text{吨} / \text{米}^3$$

$$\tau = 0$$

$$r = 0$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} = 0$$

$$T = 298°\text{K}$$

$$e_s = 0$$

$$e_v = 0.08219\text{米}^2/\text{毫秒}^2$$

(2) 边界条件

在 $r = 1$米 处：

$$t = 0\text{ 时}, \qquad R_0(0) = 1\text{米}$$

$$t > 0\text{时}, \qquad \ln\sigma_r^* = 7.372 - 4538\ln R_0 + 0.1987(\ln R_0)^2 - 0.0128(\ln R_0)^3 \tag{16}$$

由 (16) 式可知 $t = 0$ 时，$\sigma_r(R_0 = 1\text{米}) = 1.59 \times 10^3$万巴 。

(3) 岩石常数

Hardhat 试验数据中提供：$K = 36.1$ 万巴，$G = 31.5$ 万巴，$Y_0 = 0.2$ 万巴. $\alpha = 1.8$ 万巴，用 $\rho_0 = 2.67$ 和 $T_0 = 298$ 代入状态方程得地压 $p_0 = 0.008262$ 万巴，因此 $\sigma_T = -p_0 = 0.008262$ 万巴. 代表剪切强度随压力变化快慢 β 的值取了两个即

$$\beta = 0.055,\ 0.25(1/\text{万巴})$$

并选计算控制数为 0.008262, 即计算的 τ 值小于此值时就取为 $\tau = 0$ 。

七、 计 算 结 果

根据上面的方程组和各参数，我们计算了九次，计算结果见附表。

其中第 Ⅱ，Ⅲ，Ⅴ，Ⅷ，四种情况具有代表性并且数据较完整. 其余情况，或者计算时间短，或者计算过程中有故障，或者和上面的情况相似. 上述四种情况的峰压与距离的关系，61.8 米和 109.7 米两处波形图和空腔发展规律见附图.

由计算结果中可以看出有以下规律：

(1) 各次计算所得出的峰压和距离的关系大体相同，相对于 β, k 值的改变不敏感.

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

(2) k 值的影响

增加 k 值使得固定点的压力波峰值到达时间推迟，波形变宽并衰减变慢。

k 值增加后，空腔能够变得更大些，主要反映在后期 (8ms 之后) 空腔不断地增加。

以上结果是与引入 k 值的概念相符合的，k 值越大，岩石的流动极限就衰减得越快，因而在空腔内的高压气体的推动下能比较容易地向外运动，并减少了介质进入塑性状态之后的能量损失。

(3) β 值的影响

增加 β 值恰与增加 k 值的效果相反，但其影响能力显然比 k 值小。

这一点也很容易理解，因为增加 β 值相当于增加了岩石在平均压力比较低的时候的流动极限。

(4) q 值的几种取法对计算结果无显著影响，只有第Ⅵ种情况在取 $(2,2)$ 时计算中出现了明显跳跃，说明人工黏性取得过小。

八、 结论和建议

从计算结果，包括峰压衰减曲线，空腔尺寸和两个点的波形，和美国 Hardhat 实验数据对比上看，用这个流体弹塑性模型去描述地下核爆炸规律是可行的。

至于计算结果和实测数据的一些差别，除模型本身尚不完备外，还应看到这样的情况：(1) 根据原文献的说明，两个点的应力波形是由私人通信提供的，其仪器结构、原理和标定方式都不清楚，因此无法确切判断其可靠程度。(2) 计算中应用的岩石状态方程和爆炸产物状态方程看来有错，已于前面做了说明。

目前，我们的工作是为地下核爆炸试验做理论准备的。检验理论是否正确最终是要与实测结果相对比来判断。如果在正式试验之前拟根据这个理论模型来作预报，以进行试验仪器的布置，那么必须取得进行理论计算的各种数据，包括：

(1) 岩石状态方程即 $p(\rho,T)$ 和 $e_v(\rho,T)$ 的表达式。

(2) 岩石体变模量 k，剪切模量 G，抗拉强度 σ_T，以及塑性包络线中的参数 Y_0,α,β。这些可通过三轴剪切实验用外插的方法得到。

(3) 岩石地压 p_0 和大气压条件下的密度 ρ_0。

(4) 爆炸产物的状态方程。方程的形式最好为 $p=p(E_0,R_0)$。其中 p 为空腔内压力，E_0 为爆炸当量，R_0 为空腔半径。这样不但容易检查是否有错，而且也便于将计算结果归纳为相似律，即对于某一当量 E_0 的计算结果可方便地移用于其它当量，不需另行计算。

(5) 空腔初始直径 $R_0(0)$。

至于系数 k，则可利用化爆实验的结果与针对化爆实验的理论计算结果相对照来确定。

最后，根据我们计算的经验，拟提出这样的建议：这个计算中比较费时间的部分是岩石的状态方程的迭代。但状态方程对问题的影响 (如对峰压、空腔尺寸等) 似乎又不敏感。因此可以考虑岩石状态方程大大简化，例如去掉电子热影响，取 Grüneisen 系数等于 1 等，可能所得结果变化不大，不影响实际应用，却将计算工作大大简化。

附录：状态方程

$$p=p_x+p_T+p_e$$

$$e_v=E_x+E_T+E_e$$

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

其中 p_x,E_x 为冷压及冷内能， p_T,E_T 为晶格热压和热内能。 P_e,E_e 为电子热压和热内能。对于 $\eta \geq 1.52$ 时

$$P_x = 3.2727\times10^2 - 2.0415\times10^3\eta^{1/3} + 2.07387\times10^3\eta^{2/3} + 2.45365\times10^3\eta - 4.62678\times10^3\eta^{4/3} + 1.81349\times10^3\eta^{5/3} \quad \text{(A-1)}$$

$$E_x = 5.41669\times10^3 - 1.21032\times10^2\eta^{-1} + 1.13249\times10^3\eta^{-2/3} - 2.30089\times10^3\eta^{-1/3} + 9.07415\times10^2\ln\eta - 5.13326\times10^3\eta^{1/3} + 1.006\times10^3\eta^{2/3} \quad \text{(A-2)}$$

当 $1\leq\ \eta\leq 1.52$ 时

$$P_x = 1.7705\times10(\eta-1) \quad \text{(A-3)}$$

$$E_x = 4.1652(\ln\eta + \frac{1}{\eta} - 1) \quad \text{(A-4)}$$

当 $0.1\leq\eta<1$ 时

$$P_x = 85.76512\eta^2 - 63.2303\eta^{5/3} - 22.53497\eta^{4/3} \quad \text{(A-5)}$$

$$E_x = 31.76285\eta - 35.1257\eta^{2/3} - 25.037157\eta^{1/3} + 28.4 \quad \text{(A-6)}$$

又有

$$p_T = 2.704\Gamma\eta E_T \quad \text{(A-7)}$$

$$E_T = 8.372\times10^4T - 1.716\times10^{-1} \quad \text{(A-8)}$$

其中

$\Gamma=\frac{1}{3}$	当$0.1\leq\eta\leq0.56912$ 时
$\Gamma=2.00829e^{\eta}-3.21471$	当$0.56912<\eta\leq0.987426$ 时
$\Gamma=21.338\eta-18.89363$	当$0.987426<\eta\leq1.1385$ 时
$\Gamma=6.6267\eta^2-25.08\eta+25.36$	当$1.1385<\eta\leq1.8$ 时
$\Gamma=6.2636\eta^{-2}-2.0560\eta^{-1}+0.8894$	当$1.8<\eta$

以及

$$p_e = 3.1\times10^{-8}\eta^{1/2}T^2 \quad \text{(A-9)}$$

$$E_e = 2.326\times10^{-8}\eta^{-1/2}T^2 \quad \text{(A-10)}$$

这里定义 $\eta=\rho/\rho_k$， $\rho_k=2.704$
将 $\rho_0=2.67$ 及 $T_0=298°E$ 代入可以计算出

$$p_0 = 0.008262,\quad e_{v0} = 0.08219$$

状态方程的具体形式可能有错， (A-3),(A-4) 式有矛盾。因为根据定义，

$$p_x = -\frac{\partial E_x}{\partial V} = \rho_k\eta^2\frac{\partial E_x}{\partial\eta}$$

由 (A-4) 式计算 p_x 可得

$$p_x = \rho_k\eta^2\times4.1652(\frac{1}{\eta}-\frac{1}{\eta^2}) = 11.52(\eta-1)$$

此式与 (A-3) 不符。因为我们发现这个问题较晚，已无法在计算中更改。

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net