

# 泰氟龙烧蚀对钝锥体化学非平衡粘性 激波层电子密度的影响

唐锦荣

中国科学院力学研究所, 北京 100080

**摘要** 本文采用粘性激波层基本方程组对有无泰氟龙烧蚀两种情况下的钝锥体化学非平衡绕流作了数值求解, 以研究泰氟龙烧蚀对流场电子密度的影响规律。算例结果表明: 泰氟龙烧蚀确有降低流场电子密度的效应。平衡催化壁工况下这种效应的强度, 显著大于非催化壁工况下的强度; 远下游截面处的这种效应的强度, 显著大于驻点区的强度。在耦合求解准定常烧蚀情况下非催化壁工况的壁温和烧蚀率时, 采用本文推导的壁面能量守恒关系式, 可避开误差较大的壁面组元浓度梯度计算, 从而提高结果精度和加快迭代收敛速度。

## 0 引言

泰氟龙(聚四氟乙烯)的烧蚀产物具有亲电子特性, 能与高温气体中的自由电子结合生成负离子组元, 因而常被用来降低再入飞行器绕流场及其尾迹中的自由电子数密度(简称电子密度), 以降低雷达反射截面。这对减轻再入通讯中断或增强突防能力有重要意义。Bhutta等人<sup>[1]</sup>采用 PNS 方法研究了给定壁温情况下泰氟龙烧蚀的化学非平衡绕流。魏叔如等人<sup>[2]</sup>对有泰氟龙烧蚀的化学非平衡边界层问题作了数值研究, 提供了适用于 70 公里以下再入高程范围的实用计算方法。本文采用粘性激波层基本方程组来数值分析有泰氟龙烧蚀的钝锥体绕流问题, 以研究泰氟龙烧蚀对较高空再入段电子密度等流场参数的影响规律, 并提供边界层方法不适用的高空连续介质区域的实用计算方法。作为有烧蚀粘性激波层流场数值研究的初步工作, 本文暂未考虑壁面和激波处的稀薄气体效应(滑移效应)。

## 1 基本方程和边界条件

### 1.1 基本方程

设  $x$  和  $y$  分别为沿物面和垂直物面的坐标, 则二维和轴对称无量纲化粘性激波层方程组可写成下列统一形式<sup>[3]</sup>

连续方程

$$\frac{\partial}{\partial x}(r^j \rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(r^j (1 + \kappa y) \rho v) = 0 \quad (1)$$

$x$  向动量方程

$$\frac{1}{1 + \kappa y} \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\kappa}{1 + \kappa y} \rho u v + \frac{1}{1 + \kappa y} \frac{\partial p}{\partial x} =$$

$$\varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\kappa u}{1 + \kappa y} \right) \right] + \varepsilon^2 \mu \left( \frac{2\kappa}{1 + \kappa y} + \frac{j \cos \theta}{r} \right) \left( \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\kappa u}{1 + \kappa y} \right) \quad (2)$$

y 向动量方程

$$\frac{1}{1 + \kappa y} \rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\kappa}{1 + \kappa y} \rho u^2 + \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

能量方程

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 + \kappa y} \rho u C_p \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v C_p \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{1}{1 + \kappa y} u \frac{\partial p}{\partial x} - v \frac{\partial p}{\partial y} = \\ & \varepsilon^2 \left[ \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \left( \frac{\kappa}{1 + \kappa y} + \frac{j \cos \theta}{r} \right) k \frac{\partial T}{\partial y} - \sum_{i=1}^{NS} J_i C_{\rho i} \frac{\partial T}{\partial y} + \right. \\ & \left. \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\kappa u}{1 + \kappa y} \right)^2 \right] - \sum_{i=1}^{NS} h_i \dot{w}_i \end{aligned} \quad (4)$$

组元连续方程

$$\frac{1}{1 + \kappa y} \rho u \frac{\partial C_i}{\partial x} + \rho v \frac{\partial C_i}{\partial y} = \dot{w}_i - \varepsilon^2 \left[ \frac{\partial J_i}{\partial y} + \left( \frac{\kappa}{1 + \kappa y} + \frac{j \cos \theta}{r} \right) J_i \right], \quad i = 1, 2, 3, \dots, NS \quad (5)$$

状态方程

$$P = \left( \frac{R^*}{M^* C_{p\infty}^*} \right) \rho T \quad (6)$$

其中

$$r = r_w + y \cos \theta \quad (7)$$

$$j = \begin{cases} 1 & \text{轴对称问题} \\ 0 & \text{二维问题} \end{cases} \quad (8)$$

$$\varepsilon = [\mu_{ref}^* / (\rho_{\infty}^* u_{\infty} R_n^*)]^{1/2} \quad (9)$$

上标\*表示有量纲;  $R_n$  为物体端头曲率半径。其它符号为粘性激波层方法中常用符号, 其说明和有关辅助公式见文献[3]。

## 1.2 壁面边界条件(无滑移)

$$u = 0 \quad (10)$$

$$v = \begin{cases} 0 & \text{无烧蚀情况} \\ \dot{m} / \rho_w & \text{有烧蚀情况} \end{cases} \quad (11)$$

$$T = \begin{cases} T_w & \text{无烧蚀或定壁温烧蚀情况} \\ T_w(\dot{m}, q_w) & \text{准定常烧蚀情况} \end{cases} \quad (12)$$

无烧蚀情况壁面平衡催化条件

$$C_i = C_{ieq}(T_w, P_w) \quad (13a)$$

有烧蚀情况壁面平衡催化条件

$$C_i = C_{ieq}(T_w, P_w, \text{壁面元素浓度}) \quad (13b)$$

无烧蚀情况壁面非催化条件

$$\frac{\partial C_i}{\partial y} = 0 \quad (14a)$$

有烧蚀情况壁面非催化条件

$$J_{iw} = \dot{m}(\lambda_i - C_{iw}) \quad (14b)$$

其中:  $\dot{m}$  为烧蚀质量速率;  $\lambda_i$  为烧蚀材料中含  $i$  组元的质量分数; 下标  $eq$  和  $w$  分别表示“平衡”和“壁面”。

### 1.3 无滑移激波关系式

粘性激波层法中通常采用激波装配法计算外缘处激波, 作为外缘边界条件的激波关系式为<sup>[4]</sup>

$$\rho_s \tilde{v}_s = -\sin \alpha \quad (15)$$

$$\tilde{u}_s = \cos \alpha / (1 - \varepsilon^2 \mu_s \kappa' / \sin \alpha) \quad (16)$$

$$p_s = p_\infty + \sin^2 \alpha + \tilde{v}_s \sin \alpha \quad (17)$$

$$\sum_{i=1}^{NS} C_{i\infty} (h_{is} - h_{i\infty}) = \frac{1}{2} [(\tilde{u}_s - \cos \alpha)^2 + \sin^2 \alpha - \tilde{v}_s^2] \quad (18)$$

$$C_{is} = C_{i\infty} \quad (19)$$

$$\tilde{u}_s = u_s \cos(\alpha - \theta) + v_s \sin(\alpha - \theta) \quad (20)$$

$$\tilde{v}_s = -u_s \sin(\alpha - \theta) + v_s \cos(\alpha - \theta) \quad (21)$$

式中:  $\kappa'$  为激波曲率; 顶标~表示“激波面坐标”。

## 2 泰氟龙烧蚀计算

### 2.1 烧蚀率计算公式

在准定常烧蚀假定下, 泰氟龙烧蚀速率可近似地按下式计算<sup>[5]</sup>

$$\dot{m} = \frac{\rho_p^* v_p^*}{\rho_\infty^* u_\infty^*} \quad (22)$$

$$v_p^* = \sqrt{\frac{\alpha_p^* B^* e^{-E^*/R^* T_w^*}}{(E^*/R^* T_w^*)(1 - T_0^*/T_w^*)}} \quad (23)$$

其中:  $\rho_p^* = 1.93 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ;  $T_0^*$  为泰氟龙材料初始温度或未受热区温度, 本文取为 300K; 其他参数值见文献[5]。

### 2.2 壁面准定常烧蚀能量守恒关系式

略去固壁和气体辐射热流, 壁面准定常烧蚀能量守恒关系式为

$$-q_{nv} - \sum_{i=1}^{NS} (J_i h_i)_{wg} - \dot{m} h_{wg} + \dot{m} h_p(s, T_0) = 0 \quad (24)$$

其中:  $q_{nv}$  为热传导热流;  $h_{wg}$  和  $h_p(s, T_0)$  分别为壁面处混合气体静焓和固态泰氟龙在初始温度  $T_0$  时的“静焓”。

由壁面质量守恒关系式可导出壁面“催化反应热流” $q_{chw}$ 的表达式:

$$-q_{chw} = -\sum_{i=1}^{NS} \dot{W}_{wi} h_{wi} = -\sum_{i=1}^{NS} (J_i h_i)_w - \dot{m}[h_{wg} - h_{C_2F_4}(g, T_w)] \quad (25)$$

将(25)代入(24)得:

$$-q_{tw} - q_{chw} - \dot{m}[h_{C_2F_4}(g, T_w) - h_p(s, T_0)] = 0 \quad (26)$$

对于非催化壁情况,  $q_{chw}$  为零, 则上式变为

$$-q_{tw} - \dot{m}[h_{C_2F_4}(g, T_w) - h_p(s, T_0)] = 0 \quad (27)$$

固态泰氟龙以 0K 为基准度的静焓计算公式为<sup>[6]</sup>:

$$h_p^*(s, T_0) = -8.357E6 + 4.1868E3 \times (15.44T_0^* + 0.0125T_0^{*2}) / M_{C_2F_4} \quad (28)$$

式中:  $h_p^*(s, T_0)$  的单位为 J/kg;  $T_0^*$  的单位为 K;  $M_{C_2F_4}$  为单分子  $C_2F_4$  的分子量。

### 3 数值解法

无烧蚀情况粘性激波层数值解法我们在文献[3]中已作过阐述, 这里不再重复。本节主要说明有烧蚀时数值解法的某些变化。

有烧蚀时的壁面平衡催化情况, 必须求解元素连续方程。由于通常采用二组元扩散近似, 无烧蚀情况下流场中元素浓度不变, 任一点处某一元素的浓度值等于来流相应元素的浓度值, 为已知量。有烧蚀时流场中的元素浓度是随空间变化的, 为未知量。为确定壁面化学平衡状态下的组元浓度, 以提供壁面平衡催化边界条件, 在有烧蚀情况下需要解元素连续方程(可由组元连续方程导出)求出壁面处的元素浓度。在采用二组元扩散近似情况下, 可利用原空气的元素浓度间比例不变, 原烧蚀材料的元素浓度间比例不变, 以及所有元素浓度和等于 1 (本文中“浓度”指的是质量分数) 等代数关系式来减少需要求解的元素连续方程数目。对于泰氟龙烧蚀情况, 本文只求解了 F 元素的连续方程, 其他元素浓度由上述代数关系式确定。设 NEL 为元素数, 则求出元素浓度后, 只需求解(NS-NEL)个组元连续方程和 NEL 个元素守恒代数关系式即可确定 NS 个组元浓度。

本文计算中采用了  $O_2, N_2, O, N, NO, NO^*$  和  $e^-$  的 7 组元纯空气模型, 有泰氟龙烧蚀情况增加了  $C_2F_4, F_2CO, CF_4, CF_2, CO_2, CO, F_2, F, F^-, C, C_2$  和  $C_3$  等 12 个组元, 共 19 个组元。由于有烧蚀时组元数目多, 本文采用了通用性好和适合复杂化学反应系统的最小自由能法<sup>[7]</sup>来求解壁面化学平衡状态的组元浓度, 以提供壁面平衡催化边界条件。

在泰氟龙准定常烧蚀情况下, 壁面温度  $T_w$  和烧蚀率  $\dot{m}$  是通过壁面准定常烧蚀能量守恒关系式和烧蚀率公式耦合在一起的未知量, 因此必须将此守恒关系式和烧蚀率公式加入到基本方程组中迭代求解。在平衡催化壁条件下, 壁面扩散质量流  $J_i$  计算公式中的组元浓度梯度值较大, 采用关系式(24)可以满足工程计算的精度。在非催化壁条件下, 虽然有烧蚀时壁面组元浓度梯度一般不为零, 但显著小于平衡催化壁条件下的相应值, 采用关系式(24)有时不能满足要求的精度, 迭代计算过程收敛慢, 甚至发生不稳定情况。因此, 本文在非催化壁条件下采用我们推导出的守恒关系式(27)来代替一般情况下的守恒关系式(24), 这样就避开了误差较大的壁面组元浓度梯度计算, 从而提高了结果精度和加快了迭代收敛速度。

## 4 算例和结果讨论

在准定常烧蚀情况下，热流计算结果是否可靠对整个计算有显著影响。Bhutta 等人在文献[3]中采用 PNS 方法计算了无烧蚀情况球锥体壁面热流，其接近化学平衡流动情况的低空计算结果与飞行试验结果符合较好。本程序不适合计算接近化学平衡流动情况，只对该文献的高空情况算例作了计算，图 1 中给出了结果比较。尽管计算方法和输运系数计算公式不同，本文结果与该文献结果基本一致。

为研究泰氟龙烧蚀对流场电子密度的影响，本文对 70 公里再入高度，来流马赫数为 20，球锥体头部半径为 0.1m，半锥角为 9°的有无泰氟龙烧蚀两种情况作了计算。计算中考虑了非催化壁和平衡催化壁两种工况。图 2 和图 3 中分别给出了驻点区和远下游  $X/R_n = 25$  处的电子密度剖面。计算结果表明：在驻点区，泰氟龙烧蚀对非催

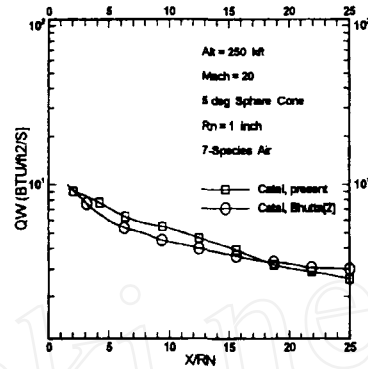


图 1 球锥体锥面热流分布比较

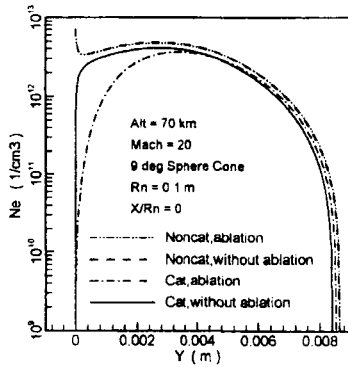


图 2 驻点区电子密度剖面

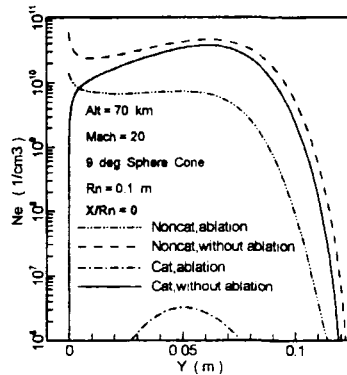


图 3  $X/R_n=25$  处电子密度剖面

化壁情况的电子密度影响不大，有无烧蚀两种情况的电子密度值只有倍数的差别，在采用对数纵坐标的图 2 中两条曲线基本重叠在一起；对于平衡催化壁情况，在靠近壁面约 1/3 激波层厚度内有泰氟龙烧蚀时的电子密度已有明显降低。在远下游  $X/R_n = 25$  处，非催化壁情况下，几乎在整个激波层范围内，有泰氟龙烧蚀时的电子密度值都明显低于无烧蚀时的相应值；催化壁情况下，无烧蚀时激波层横剖面的大部分区域电子密度仍保持在  $10^{10}(1/cm^3)$  以上，而有泰氟龙烧蚀时的电子密度已被剧烈降低达 4 个数量级以上，在剖面中心狭小区域的峰值也只有  $10^6(1/cm^3)$ 。

定性地讲，泰氟龙烧蚀的降低电子密度效应在下游区比在驻点区显著是合理的。因为对于任一下游截面来说，在它上游的所有壁面上的烧蚀产物都要流经该下游截面，因而如图 4、图 5 所示，在  $X/R_n = 25$  时的下游截面处，泰氟龙烧蚀产物（元素 C 和 F）在激波层中的浓度值显著高于在驻点区截面中的相应值。

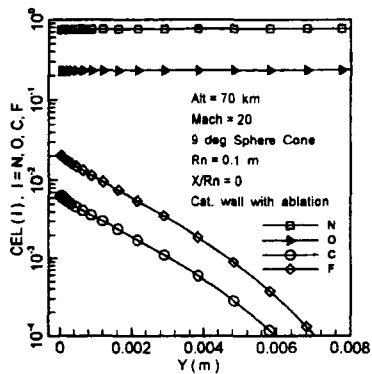


图4 驻点区元素浓度剖面

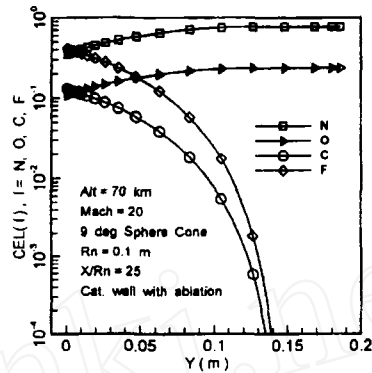


图5 X/Rn=25处元素浓度剖面

计算结果表明, 由于化学反应和扩散等过程的差异, 平衡催化壁工况下 F 和 F<sub>2</sub> 组元的浓度值显著高于非催化壁工况下的相应值, 由泰氟龙烧蚀时的两个降低电子密度反应 ( $F_2 + e^- \leftrightarrow F + F^-$ ,  $F + e^- + M_0 \leftrightarrow F^- + M_0$ ) 看来, 这可能是前一工况下降低电子密度效应比后一工况显著的主要原因。

## 5 结论

1. 算例结果表明, 泰氟龙烧蚀确有降低流场电子密度的效应。在球锥体烧流场的驻点区, 对于非催化壁工况上述降低电子密度效应较弱, 而催化壁工况下此效应已较显著。在远下游区截面上, 泰氟龙烧蚀能剧烈降低电子密度, 催化壁工况下尤为显著。

2. 在定常烧蚀情况下壁温和烧蚀率是通过壁面能量守恒关系式和烧蚀率公式耦合在一起的未知量, 需将它们加入基本方程组迭代求解。在非催化壁工况下利用本文推导出的壁面能量守恒关系式(27)代替一般情况下的壁面能量守恒关系式(24), 可以避开误差较大的壁面组元浓度梯度计算, 从而提高结果精度和加快迭代收敛过程。

## 参考文献

1. Bhutta B A, Lewis C H. A New Technique for Low-to-high Altitude Predictions of Ablative Hypersonic Flow Fields. AIAA Paper 91-1392, June 1991.
2. 魏叔如, 吴荣生. 流过泰氟龙烧蚀表面的化学非平衡边界层数值研究. 力学学报, 1996, 28(2): 143~150.
3. 陶波, 唐锦荣. 再入小钝锥化学非平衡粘性激波层的数值计算. 突防气动物理“八五”预研文集, 1996, 30~37
4. Tang Jnrong (唐锦荣). Shock Slip-relations for Thermal and Chemical Nonequilibrium Flows. ACTA MECHANICA SINICA (English Series), 1996, 12(2): 117~123.
5. 卜荫贵, 钟家康. 高温边界层传热. 北京: 科学出版社, 1986.
6. Kemp N H. Surface Recession Rate of an Ablating Polymer. AIAA J, 1968, 6(9): 1790~1791.
7. White W B. Numerical Determination of Chemical Equilibrium and the Partitioning of Free Energy. J Chem phys., 1967, 46(11).