

# 有烧蚀的小钝锥体全目标区流场 电离特性的数值分析

魏叔如 庄峰青 彭世镛 严汶子  
中国科学院力学研究所, 北京, 100080

**摘要** 本文用数值方法分析了有烧蚀产物的钝锥体全目标区化学非平衡流场的电离特性。对有碳氟和碳氢塑料烧蚀产物的边界层, 底部近尾和尾迹流场与纯空气流场作了比较。分析研究了烧蚀材料种类、气体模型、碱金属杂质、化学反应速率常数及壁面催化对流场电离特性的影响。结果表明, 有碳氢塑料烧蚀产物的流场电子密度在很多情况下, 不仅比纯空气值低, 也比有碳氟塑料烧蚀产物的流场值低; 不同气体模型可引起电子密度产生一个数量级的差别; 碱金属杂质和空气组元的电离是流场电子的主要来源; 流场电子密度对电离反应以外的化学反应的速率常数变化不很敏感以及壁面催化特性对流场电子密度分布有强烈的影响。

## 0 引言

对再入目标流场光电特征进行控制是实现弹头再入突防的重要手段, 而利用非碳化低温烧蚀材料烧蚀产物及其微量添加物对电子的生成及衰减过程的不同影响方式(如亲电子, 易电离或抑制电离反应等)来对再入目标高空化学非平衡流场光电特征进行控制是一个简单有效的方法。常用的非碳化低温烧蚀材料有两大类, 它们是碳氢聚合物塑料(如聚乙烯, 聚丙烯, 线型环氧等)和碳氟聚合物塑料(如聚四氟乙烯即泰氟龙, 聚三氟氯乙烯等)。不同类型的材料及微量添加物产生不同类型的烧蚀产物, 这些产物如何影响流场光电特性是人们所关心的; 同样, 不同的气体模型和化学反应模型以及反应速率常数和壁面催化特性的不确定性又是如何影响流场光电特性的也是人们所感兴趣的。在以往的研究工作中, 或出于非技术上的原因, 或由于其研究侧重点在数值分析方法本身<sup>[1-5]</sup>, 有意识地涉及这些问题的还不太。本文准备采用数值分析的方法对上述问题进行探讨, 力求作出较为明确的回答。

## 1 数值分析

在数值分析中, 先将全目标区流场分成头身部区、底部近尾区和尾迹区三个部分进行研究和编程, 然后将其连成一个整体。连接的方法是将头身部区的计算结果作为底部近尾区的输入; 而将底部近尾区的结果作为尾迹区的输入。在数值方法中, 对头身部的边界层和尾迹流场采用有限差分解法; 而对底部近尾流场采用近似方法进行处理。三个区域采用统一的气体模型; 统一的热力学性质和输运特性以及统一的化学反应速率常数。不同气体模型和不同反应速率常数对流场电离的影响, 仅在碳氟塑料烧蚀边界层中作了探讨, 即在分析中考虑了  $O_2$ ,  $N_2$ ,  $O$ ,  $N$ ,  $NO$ ,  $NO^+$ ,  $O^-$ ,  $O_2^-$ ,  $e^-$ ,  $F$ ,  $F_2$ ,  $CF_2$ ,  $CF_4$ ,  $COF_2$ ,  $C_2F_4$ ,  $F^-$ ,  $Na$ ,  $Na^+$ ,  $C$ ,  $CO$  和  $CO_2$  的 21 组元模型以及加上  $C_2$ ,  $C_3$  和  $CN$  后的 24 组元模型。两组氟碳反应速率常数分别取自 Cresswell 等人的数据和我们建立的数据<sup>[6]</sup>。在碳氢塑料烧蚀流场中, 考虑了  $O_2$ ,  $N_2$ ,  $O$ ,  $N$ ,  $NO$ ,  $NO^+$ ,  $O^-$ ,  $O_2^-$ ,  $e^-$ ,  $C$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ ,  $CO$ ,  $CO_2$ ,  $CN$ ,  $H$ ,  $H_2$ ,  $HO$ ,  $H_2O$ ,  $CH$ ,  $CH_2$ ,  $C_2H$ ,  $C_2H_2$ ,  $HCO$ ,  $Na$  和  $Na^+$  共 26 个组元。壁面催化特性仅考虑了平衡催化和非催化两种极端情况。下面简要地介绍三个区域的数值分析方法。

### 1.1 化学非平衡烧蚀边界层

在求解化学非平衡烧蚀边界层控制方程时我们采用了 Blotner<sup>[7]</sup>发展的有限差分解法, 详细情况可参阅文献[6], 这里仅就化学非平衡边界层烧蚀壁面边界条件的确定作简要的介绍。由于我们现在考虑的烧蚀材料是非碳化的聚合物, 其烧蚀壁面的后退由聚合物的热分解动

力学控制, 在作出一些工程近似和数学推导后, 可以得到总质量烧蚀率  $\dot{m}_w$  与材料热扩散系数  $\alpha_p$ 、热解动力学参数  $B$ ,  $E_a$  和壁温  $T_w$  的如下关系[8]:

$$\dot{m}_w = \dot{m}_s = \rho_s v_s \left[ \frac{\alpha_p B \exp(-E_a/RT_w)}{E_a/RT_w(1-T_0/T_w)} \right]^{1/2} \quad (1)$$

如加上通过控制体的能量平衡方程:

$$[-q_w] - q_r - \dot{m}_w(h_w - h_\infty) = 0 \quad (2)$$

则可以为确定  $T_w$  和  $\dot{m}_w$  补充必要的方程。如烧蚀壁面是平衡催化壁, 则可以应用传递系数法给出  $[-q_w]$  的表达式, 上述方程配合于壁面气体化学反应平衡关系, 不仅可以确定  $T_w$  和  $\dot{m}_w$  而且可以确定求解组元连续方程时所必需的壁面边界条件——壁面组元浓度  $C_{iw}$  [8]

$$C_{iw} = C_{iw}(P_s, T_w) \quad (3)$$

如果壁面是有限催化或非催化的, 则不仅  $[-q_w]$  需要通过求解边界层方程迭代确定, 组元连续方程所需壁面边界条件的提法也不同。根据我们在文献[8]中的研究, 一般提法应为:

$$-(\rho D_{12} \frac{\partial C_i}{\partial y})_w + \dot{m}_w(C_{iw} - \gamma C_{ig}) = J_{hi} + J_{gi} \quad (4)$$

对于现在研究的非碳化塑料,  $\gamma = 1.0$ , 即塑料在热分解时全部气化, 此外, 一般研究者认为, 这类材料的烧蚀表面与邻近气体发生复相反应的可能性极小, 因此,  $J_{hi} = 0$ 。又如果烧蚀壁面对发生在其邻近的气相反应是非催化的, 则  $J_{gi} = 0$ 。在引进求解边界层方程所用的相似变换后, 方程(4)变为:

$$\left(\frac{\partial C_i}{\partial \eta}\right)_w = Z_w(C_{iw} - C_{ig}), \quad Z_w = \frac{(2\xi)^{1/2} S_c}{(\rho\mu)_w u_e r^j} \dot{m}_w \quad (5)$$

现在的问题是确定热解气体中  $i$  组元所含的质量分数  $C_{ig}$ 。根据文献[9]的研究, 对于聚四氟乙烯, 其热解气体中的绝大部分为  $C_2F_4$  单体。再考虑到碱金属钠盐也是极易气化和分解成原子钠的事实[1]。对于泰氟龙烧蚀, 其非催化壁面边界条件为:

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial C_i}{\partial \eta}\right)_w &= Z_w C_{iw} \quad (\text{对于 } i \neq C_2F_4, Na) \\ \left(\frac{\partial C_i}{\partial \eta}\right)_w &= Z_w(C_{iw} + \tilde{K}_{Nap} - 1) \quad (\text{对于 } i = C_2F_4) \\ \left(\frac{\partial C_i}{\partial \eta}\right)_w &= Z_w(C_{iw} - \tilde{K}_{Nap}) \quad (\text{对于 } i = Na) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

对于碳氢塑料, 由于我们没有热解气体产物成分  $C_{ig}$  的资料, 目前计算还有困难。

## 1.2 底部近尾流场的近似分析

根据高超声速轴对称物体底部流理论[10, 11], 沿径向对底部流动的偏微分控制方程进行积分可得到一组常微分方程; 另外, 由实验得到的底部流动阴影照片可发现, 粘性核心区外边界从物体肩部粘性区外缘开始, 几乎沿锥面下降到颈部。因此, 作为一级近似, 可假设粘性区半径是轴向距离的线性函数。再假设底部粘性区外缘的速度和焓的梯度小到可以忽略不计, 从而可认为无粘外流为均匀流。这样, 可将常微分方程组化为代数方程组。利用后驻点速度为零的条件, 并将轴上方程用于后驻点, 可导出速度剖面和焓剖面中若干系数间的关系。最后, 解代数方程组可确定后驻点位置及后驻点粘性区半径。这样, 根据再入物体肩部边界层流场参数可

确定尾流颈部流场参数。其中，颈部组元浓度剖面的确定采用了两个不同的假设。其一假定，从肩部边界层至颈部沿流线“元素”的质量分数  $\tilde{K}_k$  保持不变（“元素”冻结），若所用的节点（或流线）足够密，可以认为边界层和颈部的流线均匀地压缩或发散，这样有：

$$\tilde{K}_{k_n} \left( \frac{y}{r_n} \right) = \tilde{K}_{k_{sh}} \left( \frac{y}{\delta_{sh}} \right) \quad (7)$$

其中， $\delta_{sh}$  和  $r_n$  分别为肩部边界层厚度和颈部半径。而颈部组元浓度质量分数  $C_{in}$  由局部热力学平衡条件确定，即：

$$C_{in} = C_{in}(\tilde{K}_{k_n}, P_n, T_n) \quad (8)$$

另一个假定是，从肩部边界层至颈部沿流线组元质量分数保持不变（组元冻结），即：

$$C_{in} \left( \frac{y}{r_n} \right) = C_{insh} \left( \frac{y}{\delta_{sh}} \right) \quad (9)$$

### 1.3 有烧蚀产物的化学非平衡尾迹

尾迹流场由多组元化学非平衡边界层方程进行描述，方程用 von Mises 座标变换，用有限差分法求解，差分格式用显式中心差分格式，但轴向方程用隐式格式。化学模型，热力学性质和输运性质与化学非平衡边界层中所用的相同<sup>[6]</sup>。尾迹的无粘外流条件用指数公式给出<sup>[12]</sup>：

$$\left. \begin{aligned} p_e / p_\infty &= 1 + n_1 \exp(-n_2 X / D) \\ h_e / h_\infty &= 1 + n_3 \exp(-n_4 X / D) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$n_1 \sim n_4$  由下列条件确定：

$$\begin{aligned} x/D = 0 \text{ 时, } & p_e = p_n, \quad h_e = h_n, \\ x/D = 40 \text{ 时, } & p_e / p_\infty - 1 = 0.001, \\ x/D = 1000 \text{ 时, } & h_e / h_\infty - 1 = 0.001. \end{aligned}$$

其中， $p_n$ 、 $h_n$  分别为颈部压力和焓。

尾迹转换采用略微修正的 Goldberg 准则<sup>[12]</sup>，

$$(p_\infty)_r = 0.5 / \sqrt{C_D A} \quad [\text{cmHg}] \quad (11)$$

其中， $C_D$  为飞行器总阻力系数， $A$  为底部面积，量纲是  $\text{cm}^2$ 。当  $p_\infty < (p_\infty)_r$  时，尾迹不出现转捩（全部为层流），当  $p_\infty > (p_\infty)_r$  时尾迹出现转捩，开始转捩的位置由下式确定：

$$X_{tr} = [C_M / (p_\infty)_r] / [p_\infty / (p_\infty)_r - 1] \quad (12)$$

其中， $C_M \equiv 10^{(1+0.082 M_{sh})}$ ， $M_{sh}$  为肩部马赫数。

湍流涡扩散模型采用了稍作修正的 Wen 模型<sup>[13]</sup>：

$$\mu_e = K \rho_e \delta (u_e - u_c) \quad (13)$$

其中，

$$K = \begin{cases} K_i + (K_t - K_i) \frac{(X - X_t)^2}{(X_i - X_t)^3} (3X_i - X_t - 2X) & \text{(转捩区)} \\ K_i & \text{(湍流区)} \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} K_i &= \mu / [\rho_e \delta (u_e - u_c)], & K_t &= 0.02 \\ X_i &= X_{tr}, & X_t &= X_i + S_t D \end{aligned}$$

这里， $\mu$  为分子粘性系数，由 Wilke 半经验公式确定<sup>[6]</sup>， $S_t$  为转捩区长度，根据实验结果我们取  $S_t = 30$ 。

## 2 数值计算

上述的全目标区流场数值计算方法,在原则上没有难于解决的技术困难,剩下的主要问题是提高计算速度以适应工程应用的需要。

为了提高计算速度我们采用了多种措施,下面叙述的仅是其中最主要的几个。

在化学非平衡烧蚀边界层中,为提高计算速度,在保证计算精度的情况下,尽可能减少流向特别是法向的计算节点数目;在迭代求解驻点解时,为加速收敛选取了足够大的松弛因子;在计算组元化学反应生成率剖面时,采用隔点计算然后进行内插的方法。此外,还有其它一些措施,这些措施的总效果是使计算速度比以前提高了30~40倍。

在化学非平衡烧蚀尾迹计算中,我们仍采用显式差分格式,因为根据我们的试验,采用隐式格式后,其数值稳定所需的步长并不比显式格式时大,但每一步的计算时间却增加了。此外,烧蚀产物的引入(从而化学反应数增加)和尾迹转捩也对数值稳定所要求的步长有很大影响。文献[14]在纯空气化学非平衡层流尾迹计算中,经过分析认为要保证数值稳定其步长必须满足如下关系:

$$\Delta X_l \leq (p_r / \mu L_r)_0 [\Delta \psi^2 / 4] \varepsilon_0 \quad (15)$$

这里,  $p_r$ 、 $L_r$ 、 $\mu$  分别为尾迹轴上的普朗特数、路易斯数和分子粘性系数,  $\Delta \psi$  为流函数的径向增量,  $\varepsilon_0$  为我们新加的一个可调参数,在纯空气层流尾迹时,  $\varepsilon_0 = 1.0$ 。对于纯空气化学非平衡尾迹转捩区的稳定步长,我们用如下公式计算:

$$\Delta X_r \leq 3.0 \Delta X_l \varepsilon_0 \left[ 1 + \frac{1}{\varepsilon_0} \left( \frac{X - X_{tr}}{40D} \right)^2 \right] / \varepsilon_r \quad (16)$$

当  $X = St_f D + X_r$  时,由(16)得到尾迹为完全发展的湍流时的稳定步长  $\Delta X_r$ 。 $\varepsilon_r$  是另一个可调参数,在纯空气时,  $\varepsilon_r = 1.0$ 。在化学非平衡烧蚀尾迹计算中,为保证数值稳定,  $\varepsilon_0$  需取 0.2~0.5,在尾迹转捩区  $\varepsilon_r = 40 \sim 90$ , 此时的步长极小,但在湍流尾迹后,可以增大步长加快计算速度,  $\varepsilon_r$  可逐渐减少至 1.0。

## 3 算例及结果分析

为了检验数值计算方法的有效性和分析各种因素对流场电离特性的影响,我们用飞行高度  $H=54$  公里,飞行马赫数  $M_\infty = 25$ ,材料中含 133ppm 钠的泰氟龙(碳氟塑料)和聚丙烯(碳氢塑料)制成的小钝头锥体的绕流流场作为算例,用 586/166 计算机进行了计算。在完全催化壁时,从计算纯空气边界层,烧蚀壁面边界条件、烧蚀边界层,至计算底部及颈部条件,耗时不超过 30 分钟。在非催化壁时,耗时要多一些,也不超过 60 分钟。最后的全流场计算耗时,视需要计算的尾迹长度而定,若算至  $X/D = 1000$ ,耗时约 40 小时,其中相当一部分时间消耗在尾迹转捩区。这种计算速度基本上符合工程应用需要。下面从算例结果分析各种因素对流场电离特性的影响。

1) 不同烧蚀材料的影响。因为如 1.1 节所述,我们没有聚丙烯热分解产物的组元成分  $C_i$  的数据,无法确定聚丙烯烧蚀时的非催化壁面边界条件,因此,只能比较平衡催化壁条件下的结果。图 1、2 分别为驻点和肩部点边界层电子数密度剖面,图 3、4 分别为沿物面边界层峰值电子密度和尾迹轴上电子密度分布。从图上可见,在头部区电子数密度高低依次为泰氟龙、纯空气、聚丙烯;从锥部  $S/R_N = 5.926$  后其高低顺序变为纯空气、聚丙烯、泰氟龙;而从  $S/R_N = 16.0$  之后变成了聚丙烯、纯空气、泰氟龙。在肩部点,聚丙烯的峰值电子密度是纯空气值的 5.88 倍(不到一个数量级),是泰氟龙值的 176 倍(两个多数量级)。但在尾迹中,从

颈部起聚丙烯的电子数密度不仅比纯空气低,甚至比亲电子材料的泰氟龙的值还低一个多数量级,这一结果与文献[2]的结果定性一致。对于碳氢塑料烧蚀对电离尾迹这一出人意料的影响规律,有必要进行更深入的研究。

2) 碱金属杂质钠的影响。为了比较,我们还对不含碱金属钠的泰氟龙烧蚀流场进行了计算,碱金属含量对边界层中峰值电子密度影响较小(见图3),但对剖面分布影响较大(见图1,图2),正是靠近壁面的较高电子密度的这股气流,进入尾迹轴心,使尾迹轴上电子数密度大大增高,直至比不含钠的烧蚀尾迹值高两个多数量级。

3) 壁面催化的影响。对于纯空气边界层,在头部由于峰值电子密度在边界层外缘或离外缘很近的剖面中间,因此,壁面催化性质的变化对峰值电子密度没有产生很大的影响,但在锥部随着峰值点向壁面靠近,壁面催化特性的影响慢慢增大,当非催化壁边界层电子密度峰值点在壁面上时,两者差别达到最大,非催化壁的峰值比平衡催化壁的峰值大一个多量级。对于烧蚀边界层,由于从驻点开始,其峰值点就在剖面中间,因此,此时非催化壁的峰值电子密度就比平衡催化壁值高,越往下游,两者差别越大,最后,非催化壁的值比平衡催化壁的值高近两个数量级。尾迹轴上的电子数密度非催化壁值也比平衡催化壁值高,但相差没有边界层中峰值电子密度相差大,一般相差不到一个数量级(见图4)。

4) 反应速度常数的影响。正如我们在文献[6]中所指出的,只要电离反应速率常数不变,即使其它反应速率常数的改变,产生中性组元浓度的较大变化,对流场电离特性影响也不大。

5) 气体模型的影响。在文献[6]中,我们研究了气体模型对边界层电离特性的影响,不同气体模型在边界层中,使电子数密度产生最多为一个数量级的变化,在全流场中我们未作进一步的研究。

## 4 结 论

1) 本文给出的有烧蚀的小钝锥体全目标区化学非平衡流场电离特性的数值计算方法,由于采用了一系列加速计算的措施,从而使得其适合于工程应用需要;

2) 流场中电子主要来自微量碱金属和空气的电离反应,降低烧蚀材料中的碱金属含量和抑制空气电离反应,是降低流场电子密度的主要手段;

3) 碳氢塑料烧蚀在降低流场电子密度的效果上,很多情况下优于碳氟塑料烧蚀,这一出人意料的结果值得更深入的研究;

4) 壁面催化对流场电离特性有很大影响,而一般认为,低温非碳化烧蚀材料的表面趋向于低催化,因此,壁面催化对流场电离特性的影响还有必要作更细致的研究。

## 参考文献

1. Langan WT, et al. AIAA paper 65-64.
2. Cresswell J, et al. NASA N67-37521.
3. Blottner FG. NASA SP-252, 1970: 219-240.
4. Bhutta BA, Lewis CH. JSR, 1992, 2(1): 35-50.
5. Stowell GM, et al. AIAA 93-2655.
6. 魏叔如, 吴荣生. 力学学报, 1996, 28(2): 143-150.
7. Blottner FG, et al. SC-RR-70-754, 1971.
8. 魏叔如, 力学学报, 1994, 26(4): 407-415.
9. Holzknacht B. Int J Heat and Mass Transfer, 1977, (20): 661-668.
10. Wan KS, GE-MSD R62SD96, 1962.
11. 庄峰青, IMCAS CR-93021.
12. 周学华, IMCAS CR-93022.
13. Wen KS. AIAA 67-21.
14. Zeiberg SL, Bleich GD. AIAJ, 1964, 2(8): 1396-1402.

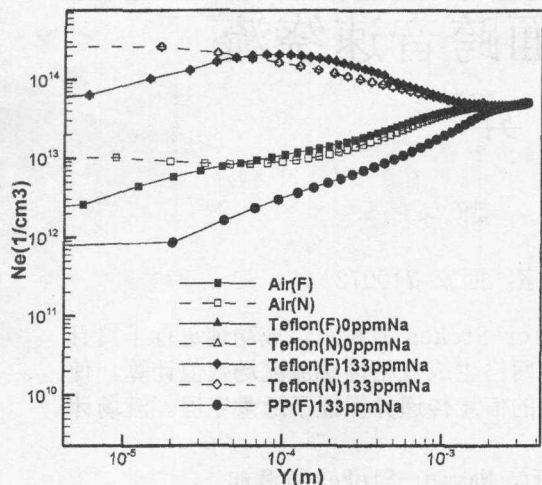


Fig.1 Boundary Layer Electron Density Profiles at Stagnation Point  
N-Noncatalytic Wall  
F-Equilibrium Catalytic Wall  
PP-Polypropylene

图1 驻点边界层电子数密度分布

N 表示非催化壁

F 表示平衡催化壁

PP 表示聚丙烯

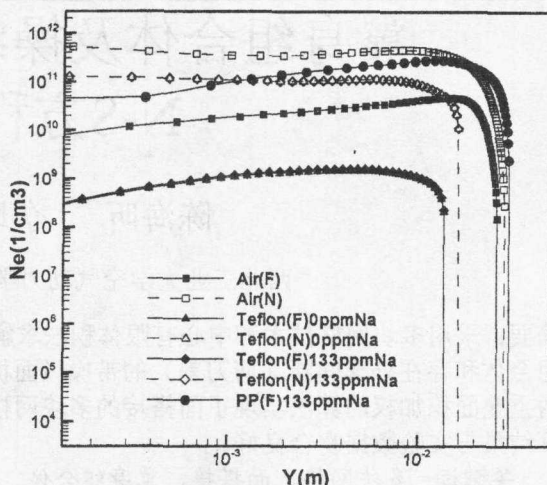


Fig.2 Boundary Layer Electron Density Profiles at Shoulder Point  
N-Noncatalytic Wall  
F-Equilibrium Catalytic Wall  
PP-Polypropylene

图2 肩部边界层电子数密度分布

N 表示非催化壁

F 表示平衡催化壁

PP 表示聚丙烯

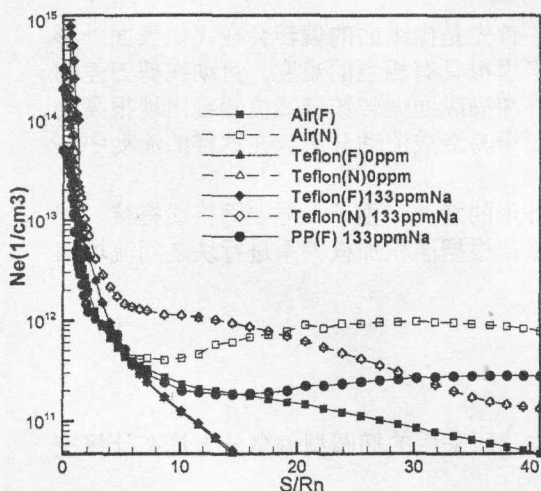


Fig.3 Boundary Layer Peak Electron Density  
N-Noncatalytic wall  
F-Equilibrium catalytic wall  
PP-Polypropylene

图3 边界层峰值电子数密度分布

N 表示非催化壁

F 表示平衡催化壁

PP 表示聚丙烯

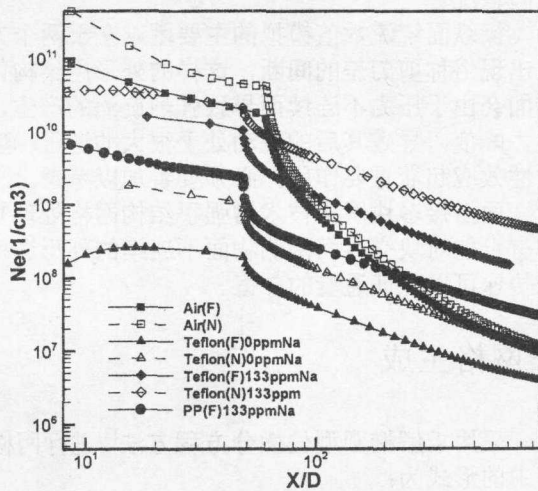


Fig.4 Wake Centerline Electron Density Distribution  
N-Noncatalytic Wall  
F-Equilibrium Catalytic Wall  
PP-Polypropylene

图4 尾迹轴线电子数密度分布

N 表示非催化壁

F 表示平衡催化壁

PP 表示聚丙烯