

# 波动方程的边值及沉桩能力预估的新方法

江礼茂 席昌富 (中国科学院力学研究所)

**摘要** 根据文献 [1] 的锤-垫简化模型和文献 [2] 的打桩问题波动方程特征线方法, 建立了一种新的沉桩分析方法和程序。与 WEAP 程序对比分析表明, 在参数选择恰当的情况下, 两者符合良好。同时, 该方法可用于预估桩基动测桩顶实测力和速度曲线, 为选择合适的锤垫系统, 获得高质量的实测曲线提供指导。

## 一、引言

桩基动测的大应变法已为工程界普遍接受和应用, 其行业规范和技术标准也在逐步制定和完善之中。另一方面, 沉桩分析作为海洋工程桩基分析的一个必要手段, 也有在别的桩基工程普及之势。作为分析所需要的锤-垫部分参数, 需由打桩过程实测力和速度反演求得。因此, 高质量的实测曲线是获得准确的单桩承载力和锤垫参数的关键。

力和速度的实测值与锤-垫-桩-土均有关。对整个系统的数值分析即为“沉桩分析”。在沉桩分析中, 工程部门关心的是对给定的锤-垫系统, 在特定的施工区域桩能否打到预定的深度, 而对锤-垫-桩-土系统是否匹配、沉桩过程有无异常反映不太重视。同时, 由于 WEAP 程序采用严格的锤-垫模型, 一般难于给出解析解, 从而对锤的“二次锤击”等现象难以给出定量的描述。

工程中, 在动力试桩前一般不进行“沉桩分析”, 所得实测曲线质量的好坏具有很大的随机性。当遇到较复杂的实测曲线时, 计算所得承载力的可靠性难于保证。为得到高质量的实测曲线, 进行沉桩分析看来也是必要的。

本文根据文献 [1] 的锤-垫简化模型和波动方程特征线方法<sup>[2]</sup>, 建立了一种新的沉桩分析模式, 可方便地用于工程沉桩能力预估。同时可用于桩的波动方程边值问题研究, 为得到优化的锤-垫-桩-土系统组合及高质量的实测曲线提供指导。

## 二、计算模型及数值模拟

打桩过程中锤的作用历程较复杂, WEAP 程序对此有较详细的描述和准确模拟<sup>[3]</sup>, 但 Middendorp<sup>[4]</sup>等人通过实测数据与不同锤-垫模型的计算结果对比分析表明, 不需对锤-垫系统的几何形状进行准确模拟仍可得到良好的计算数据和实测值对比结果。文献 [1] 将锤简化为刚性块, 针对不同的垫层情况, 给出了四种锤-垫模型并得到了不考虑桩中广上行波的解析解。文中给出了两例桩顶力的实测曲线与计算曲线的对比, 二者吻合良好。从以前的工作中知道, 应用特征线法解波动方程比 WEAP 程序的 Smith 弹簧-刚性块模型具有极大的优越性。本文以桩顶力为结合点, 将文献 [2] 的波动方程

$$\left. \begin{array}{l} P' + \rho A V' + \tau = 0 \\ V' + \dot{\rho}/AE = 0 \end{array} \right\} \quad (1)$$

及初始条件和边界条件

$$\begin{cases} V(x, 0) = 0 \\ P(x, 0) = 0 \\ P(0, t) = F(t) \\ P(l, t) = P_b(t) \end{cases}$$

及文献[1]的简化模型：

(a) 锤-桩模型

$$M_r u_r + F(t) = m_r g$$

(b) 锤-垫-桩模型

$$\begin{cases} m_r u_r + K_c [u_r - u_a] = m_r g \\ F(t) + K_c [u_a - u_r] = 0 \end{cases}$$

(C) 锤-垫-桩帽-桩模型

$$\begin{cases} m_r u_r + K_c [u_r - u_a] = m_r g \\ m_a u_a + K_c [u_a - u_r] + F(t) = 0 \end{cases}$$

(d) 粘性垫层模型

$$\begin{cases} m_r u_r + C_c [u_r - u_a] + K_c [u_r - u_a] = m_r g \\ m_a u_a + C_c [u_a - u_r] + K_c [u_a - u_r] + F(t) = m_a g \end{cases}$$

结合起来进行沉桩分析。其中  $\rho, E$  分别为桩身材料密度的杨氏模量； $A$  为桩身横截面积； $\tau, P_b$  分别为桩侧和桩底土阻力，按 Smith 模型计算； $F(t)$  为柱顶力，在确定单桩承载力的大应变法中为实测值，在本文中为要研究的边界值； $m_r, m_a$  分别为锤心和桩帽质量； $u_r, u_a$  分别为位移； $K_c$  和  $C_c$  分别为垫层刚度和粘性系数。

本文以  $F(t)$  取代了文献[1]的  $Z_u$ ，并计及了锤和桩帽自重。只有在桩与上部系统不分离且桩身无上行波时，才有  $F(t) = Z_u$ ；考虑到锤心和桩帽自重虽相对于最大冲击载荷为一很小的量，但对“二次锤击”等现象的产生具有特殊意义，故在方程中予以体现。

由文献[1]可知，对大多数工程用锤-垫-桩系统来说，打桩过程中桩顶与上部系统分离是必然的，模拟这一过程和对整个锤-垫-桩-土系统进行研究，数值分析是必须的。

应用 Newmark 法，锤-垫系统速度和位移按下列式积分

$$\begin{cases} \dot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t + [(1-\delta)u_t + \delta u_{t+\Delta t}] \Delta t \\ \ddot{u}_{t+\Delta t} = u_t + \dot{u}_t \Delta t + [(0.5-\alpha)u_t + \alpha u_{t+\Delta t}] \Delta t \cdot \Delta t \end{cases} \quad (8)$$

$u_{t+\Delta t}, \dot{u}_{t+\Delta t}, \ddot{u}_{t+\Delta t}$ ，满足锤-垫运动方程(4)~(7)。当  $\delta \geq 0.5, \alpha \geq 0.25(0.5+\delta)^2$  时，上式的数值计算为无条件稳定，在  $\Delta t$  为很小的沉桩分析过程中，(8)式的计算应有很高的精度。

桩中各物理量的计算可由文献[2]中公式得到，

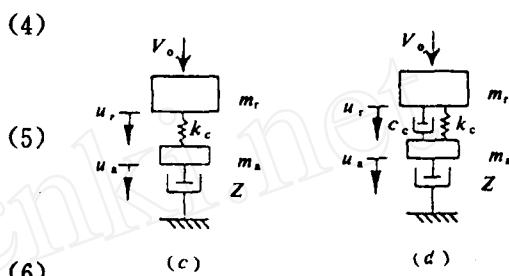
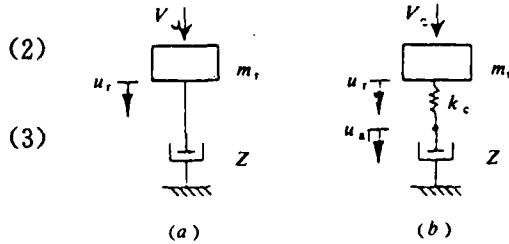


图 1 锤-垫简化模型<sup>[1]</sup>

(7)

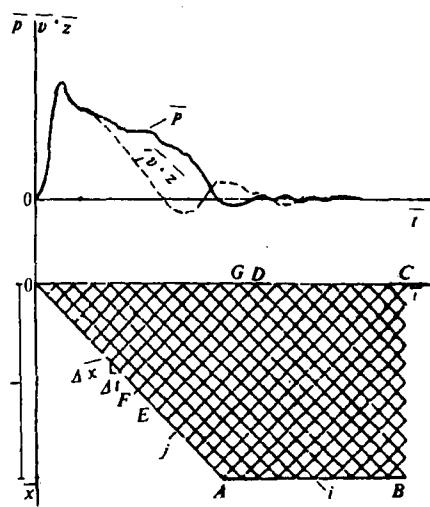


图 2 特征线物理平面

即在土阻力模型参数给定后,桩中任一点内力和速度可由边界条件和初始条件通过公式(图2):

$$\left. \begin{aligned} P(i,j) - P(i,j-1) + Z[V(i,j) - V(i,j-1)] + 0.5[\tau(i,j) + \tau(i,j-1)]\Delta x = 0 \\ P(i,j) - P(i-1,j) + Z[V(i,j) - V(i-1,j)] - 0.5[\tau(i,j) + \tau(i-1,j)]\Delta x = 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

沿着特征线一步一步积分得到。桩顶力和速度的计算与桩顶和上部系统的连结情况有关,当二者分离时,有  $F(t) = 0$ ,从而可得桩顶速度。

### 三、计算实例

1. 为检验数值计算的精度,图3给出了本文数值解与文献[1]解析解的对比曲线。计算所用锤心重6860kg,桩帽重850kg,垫层刚度 $1.6 \times 10^6 \text{ kN/m}$ ,桩为外径762mm,壁厚18.5mm的钢管桩,图中同时给出了实测曲线。

2. 为检验本文方法沉桩能力预估的可靠性,本文分别对两种桩进行了沉桩能力预估。其一为某海洋工程桩,外径为1.219m,壁厚为38.1mm,桩长108m,入土深度70m,垫层参数和土阻力分布根据打桩过程实测力和速度曲线反演求得,其中垫层刚度为180MN/cm。从图4可以看出,在所有参数相同的情况下,在土阻力达到拒锤标准(150击/ft,约500击

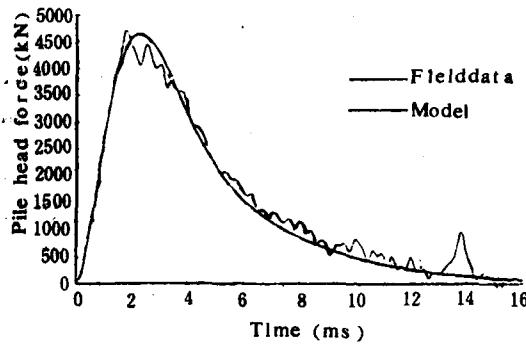


图3 本文数值结果与解析解及实测值对比

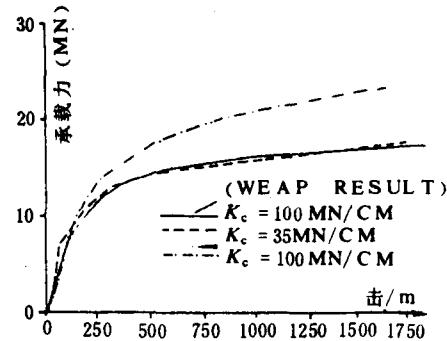


图4 本文数值结果与WEAP结果对比

/m)前,本文程序与WEAP结果相差不大,但总的来说本文方法预估沉桩能力偏高(锤击数/m偏低)。其根本原因在于将锤直接简化为刚体与实际的锤不符,考虑到锤心有一定长度和刚度,将锤简化为一刚体加弹簧,则锤-垫刚度系数为

$$K_c = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2} = K_2 \frac{K_1}{K_1 + K_2} < K_2 \quad (10)$$

其中  $K_1$  为锤的刚度;  $K_2$  为垫层刚度。计及  $K_2$  将  $K_c$  降低到 35MN/cm, 则得到与 WEAP 程序非常一致的结果(图4)。

3. 在承载力计算中,桩顶力和速度实测值是作为已知条件输入。对于一个具体工程桩基,土阻力是确定的,但通过改变锤-垫参数,可以得到高质量的实测曲线,便于分析提高准确度。

图5给出了某工程桩的计算曲线,所用锤心重4500kg,  $K_c$  为 70MN/cm, 锤的冲击速度为 4.5m/s, 桩为外径762mm, 壁厚14mm, 长36mm的钢管桩。文中给出了桩帽重分别为

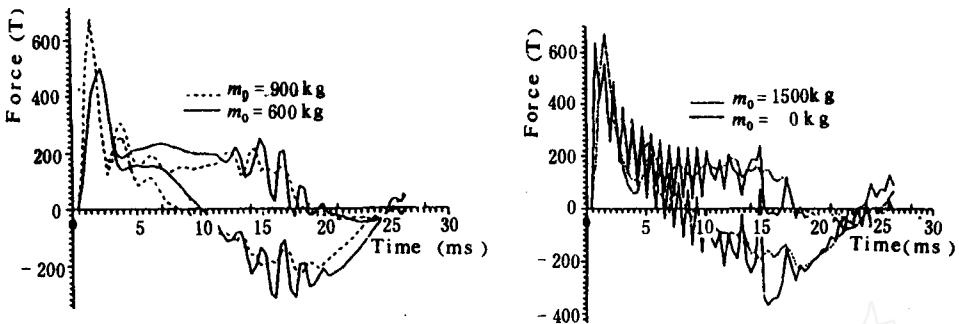


图 5 不同重量桩帽下桩顶力和速度曲线

1500kg, 900kg, 600kg 和无桩帽的桩顶力和速度计算曲线。从中可看出，桩帽重量的改变导致曲线差异极大，垫层刚度的变化也会有类似效果。

#### 四、结 论

本文建立了一种新的沉桩能力分析程序。数值计算有较高的精度和稳定性。通过计算表明，在垫层参数选取恰当的情况下，预测结果与 WEAP 结果符合良好。

通过分析对比表明，对多数工程桩来说，锤击过程的重复加载是经常发生的，但可通过改变垫层和桩帽得到较高质量的桩顶力实测曲线。因此，对大应变动力试桩来说，为保证质量和提高效率，事前进行沉桩分析，得到最佳锤-垫参数，是值得提倡的。

CAPWAP 及其类似程序将实测速度（或力）作为边界条件，通过调整土性参数对计算力曲线和实测力曲线对比的方法计算单桩承载力，无疑是一大成就，但土性参数不唯一和对锤-垫作用历程不了解，有时会产生误判。本文的方法通过对锤-垫-桩-土系统的整体分析，然后对比实测力和速度曲线来计算单桩承载力，具有更高的可靠性及普遍应用的前景。

#### 参 考 文 献

- [1] A. J. Deeks and M. F. Randolph, Analytical Modelling of Hammer Impact for Pile Driving, Research Report No. G1033, The University of Western Australia, March 1992.
- [2] 江礼茂、寇绍全、陆岳屏，一个以波动理论为基础计算单桩承载力的计算机程序，岩土工程学报，No. 4, Vol. 12, 1990 年。
- [3] F. Rausche, G. G. Goble and G. E. Likins, WEAP86 Program Documentation, Office of Implementation, Washington D. C. (1986).
- [4] P. Middendorp and A. F. van Wheele, Application of Characteristic Stress Wave Method in Offshore Practice, Proc. 3rd Int. Conf. on Num. Methods in Offshore Piling, Nantes, Supplement (1986).