A 辑第 10 卷第 5 期　　水 动 力 学 研 究 与 进 展　　Ser. A, Vol. 10, No. 5
1995 年 10 月　　JOURNAL OF HYDRODYNAMICS　　Oct., 1995

波流相互作用对水动力系数的影响

王　涛　李家春　呼和敖德　黄振华
（中国科学院力学研究所，北京 100080）

摘　要　基于分析物理机理，本文提出了一种切实可行的研究波流场中水动力系数的理论方法，同时对振荡流动中所得水动力系数如何应用于实际的波动情况进行了探讨，并与实验结果进行了比较。结果表明，通过对纯波时的水动力系数和纯流时的水动力系数加权平均，可以获得令人满意的波流共存时的水动力系数。

关键词　波流共存，水动力系数，加权平均

1　引言

自 Morison 公式提出以来，它被广泛应用于确定作用在小尺度海工结构物上的波浪力。由于粘性波浪理论尚不成熟，所以公式中的阻力系数 C_d 和惯性力系数 C_m 还并不能够从理论上直接给出，因此在过去的几十年里人们作了大量的实验研究，从中获得 C_d 和 C_m 随 Re 数及 KC 数变化的规律。

对于定常流动情况，即纯流时的水动力系数，由于流场简单，并且对流动分离现象的研究比较成熟，因此数据分散性较小，不同人所得结果没有太多差别。

对于纯波动情况，早期所得实验结果有较大的分散性。Keulegan 和 Carpenter 是开展这方面工作的先驱，他们通过实验分析了驻波作用于圆柱和圆球上的波浪力，提出水动力系数与相应无量纲数间的依赖关系，为随后的工作奠定了基础。Sarpkaya[7]借助于 U 型管实验，在相当大的参数范围内给出 C_d 和 C_m 的变化规律，实验中最大 Re 数达到 7×10^5，KC 数达到 200，除小 KC 数情况外，可得到统一的曲线，其结果很有说服力。然而，由于他的实验基于振荡流动，因此其结果如何应用于实际的波动情况仍然是一个值得研究的问题。

波浪和水流共存时的流场经常通过在振荡流体中移动圆柱，或在定常流动中振荡圆柱来模拟，这两种方法没有实质的差别。对于置于定常流中的振荡圆柱，Verley & Moe[6]和 Sarpkaya[8][9]单独作了实验。他们都指出，纯波结果和纯流结果并不适用于波流共存情况。一般说来，波流共存时的阻力系数较纯波值为小，而惯性力系数则在 KC 数 8～20 的范围内较纯波值为大。他们都从实验中得到上述结论，但他们并没有揭示产生这种现象的物理机理。Iwagaki[2]对实际的波流共存情况进行了实验研究，他提出，如果把水动力系数表示为 KC^* 的函数，那么数据分散性较小，所得结果也与现有纯波值差别不大，其中 KC^* 定义为水质点在一周期内向圆柱一侧移动的最大距离与圆柱直径的比值。Gudmestad[11]对近年来不同人研究得到的波流场中流引起的阻力系数的减小情况进行了总结。

由上所见，过去开展的大量工作集中在用实验手段研究水动力系数的变化规律，而本文则通

本文于 1995 年 3 月 6 日收到。

过考虑波流共存时波和流在流场中的相对影响，从而从理论上建立了利用纯波和纯流结果确定波流场中水动力系数的实用方法，此结果与实验数据相比较为满意，可以在工程中加以应用。同时，本文提出了把振荡流动中所得结果应用到实际波动问题的方法，与我们实验中得到的波流场中光滑圆柱所受载荷的比较证明，这种想法是行之有效的。

2 理论的提出

2.1 Morison 公式

波流场中作用于单位长度圆柱上的波浪力为

$$f = \psi(t, T, D, u_o, U, \rho, \nu) \tag{1}$$

其中 t 为时间，T 为波周期，D 为圆柱直径，u_0 为纯波的特征速度，取为自由表面处质点最大水平速度，U 为流速，ρ 为密度，ν 为运动学粘性系数。选 D、u_0 和 ρ 为基本量，根据 π 定理得

$$\frac{f}{\rho D u_0^2} = \psi\left(\frac{t}{T}, \frac{u_0 T}{D}, \frac{u_0 D}{\gamma}, \frac{U}{u_0}\right) \tag{2}$$

其中 u_0T/D、u_0D/ν 为对应于纯波时的 Keulegan-Carpenter 和 Reynolds 数，我们分别记为 KC_w，Re_w，下标 w 表示纯波量；相应地，对应于纯流时的 KC_c 和 Re_c 我们分别定义为 UT/D，UD/ν，下标 c 表示为纯流量；U/u_0 用以衡量流的相对强度，记为 V_r。值得指出的是，这与参考文献[8]和[10]中定义的 V_r（实际上为我们定义的 KC_c）不同，因为我们这样定义更能清楚地反映出流和波在流场中各自的影响和相对重要性。

Morison 等人[5]提出波浪力 f 可由下式确定

$$f = \frac{1}{2} C_d \rho D |u| u + \frac{\pi}{4} C_m \rho D^2 \frac{\partial u}{\partial t} \tag{3}$$

其中 C_d 为阻力系数，C_m 为惯性力系数。通常我们假设 C_d 和 C_m 不随时间变化，即考虑它们在一个周期内的平均值。

由方程(2)和(3)得

$$C_d = C_d(KC_w, Re_w, V_r),\ C_m = C_m(KC_w, Re_w, V_r) \tag{4}$$

由于我们最关心结构物在水中的波浪载荷，故流体粘性是确定的，同时由于 KC 数和 Re 数中同时出现速度项，因此 Re 数并不是唯一适合于考虑粘性效应的无量纲数，一般可用 β 数（$\beta = Re/KC = D^2/\nu T$）来代替 Re 数，于是方程(4)可改写为

$$C_d = C_d(KC_w, \beta, V_r),\ C_m = C_m(KC_w, \beta, V_r) \tag{5}$$

对于纯流情况，阻力系数定义为

$$C_{dc} = \frac{2f}{\rho D U^2} \tag{6}$$

对于纯波动情况，流动可表示为 $u = -u_0\cos\theta(\theta = kx + \omega t)$，$C_{dw}$ 和 C_{mw} 可通过 Fourier 平均方法得到，即方程(3)两边分别乘以 $\cos\theta$ 和 $\sin\theta$ 并在一个周期内积分得

$$C_{dw} = -\frac{3}{4}\int_0^{2\pi} \frac{f\cos\theta}{\rho D u_0^2} d\theta,\ C_{mw} = \frac{2KC_w}{\pi^3}\int_0^{2\pi} \frac{f\sin\theta}{\rho D u_0^2} d\theta \tag{7}$$

当波流共存时，$u = -U - u_0\cos\theta$，我们同样可以采用 Fourier 平均方法来确定 C_d 和 C_m，易见 C_m 与 C_{mw} 形式相同，而 C_d 可表示为

$$C_d = -\frac{2}{k_1}\int_0^{2\pi} \frac{f\cos\theta}{\rho D u_0^2} d\theta \tag{8}$$

式中

$$k_1 = \begin{cases} 2\pi V_r & V_r \geqslant 1 \\ 4V_r^2 \sin\theta_0 + 2V_r(2\theta_0 + \sin 2\theta_0 - \pi) & \\ + \dfrac{1}{3}(\sin 3\theta_0 + 9\sin\theta_0) & V_r < 1 \end{cases} \tag{9}$$

其中 $\theta_0 = \cos^{-1}(-V_r)$ 。

2.2 纯流纯波水动力系数的确定

基于边界层理论，Schlichting[1]给出纯流时 C_{dc} 的变化规律(见图 1)。由于此时流动定常，C_{dc} 只是 Re_c 的函数，而和 KC_c 数无关。同时由于惯性力项为零，故不能由此得到 C_{mc} 的变化趋势。

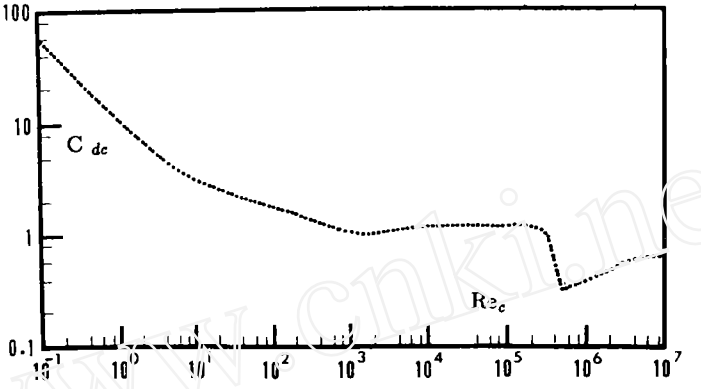

图 1　纯波阻力系数 C_{dc} 随 Re_c 数的变化(Schlichting，1968)

Sarpkaya[7]把水平圆柱置于试验断面为 3ft×3ft 的 U 型管中，然后振荡水体，形成绕圆柱的振荡运动。他选取自然周期为 5.272s 的波，通过改变波高、水温和圆柱直径(从 2 到 6.5inch)，得到大量的实验数据，其结果在图 2 和图 3 中给出。

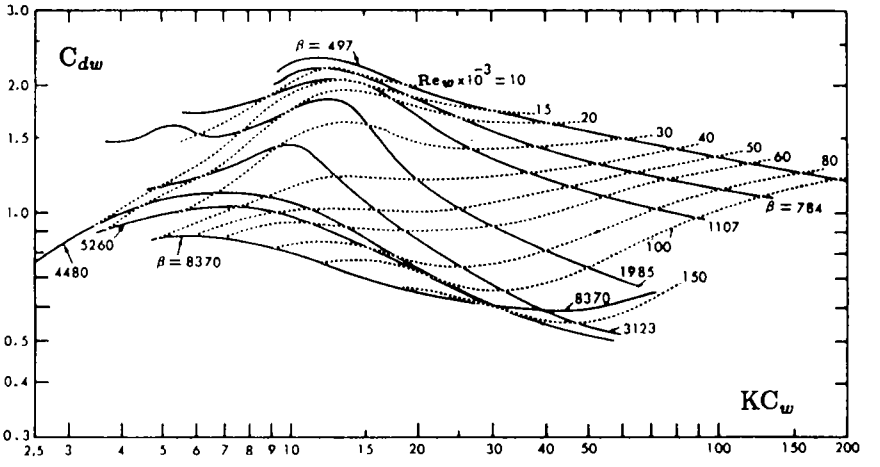

图 2　纯波阻力系数 C_{dw} 随 KC_w 及 β 的变化(Sarpkaya，1976)

由于 KC 数可以反应波周期的相对长短，而定常流动可以视为一种振荡周期为无穷大的波，因此纯流的水动力系数应为纯波的水动力系数当 KC 数趋于无穷时的极限值。这样我们可以从形

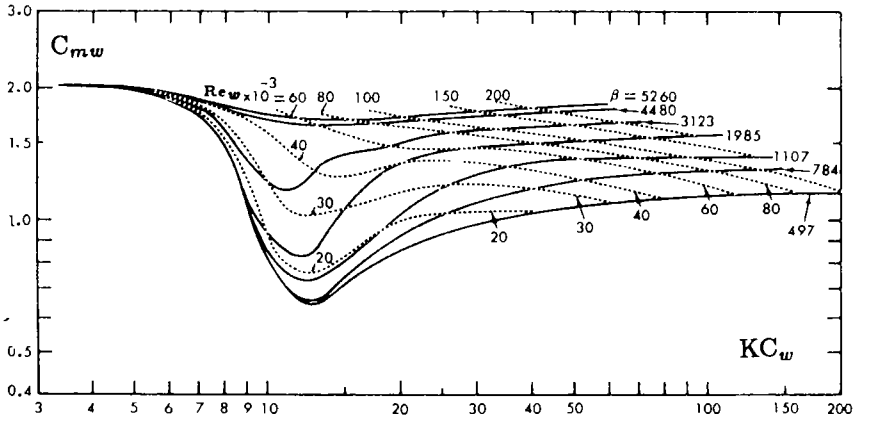

图3 纯波阻力系数 C_{mw} 随 KC_w 及 β 的变化(Sarpkaya, 1976)

式上定义 KC_w 趋于无穷时对应的 C_{mw} 为纯流时的 C_{mc}。从图3中可以看出，当 KC_w 从100增大到200，C_{mw} 变化很小，因此我们可以近似取 $KC_w=200$ 时对应的 C_{mw} 为 C_{mc}，从下面的分析可以看到，这种想法有助于我们确定波流场中的水动力系数。

2.3 波流场中水动力系数的确定

通常，波流场中的 KC 数和 Re 数分别定义为

$$KC=\frac{(u_0+U)T}{D}=KC_w(1+V_r)=KC_c(1+\frac{1}{V_r}) \tag{10}$$

$$Re=\frac{(u_0+U)D}{\nu}=Re_w(1+V_r)=Re_c(1+\frac{1}{V_r}) \tag{11}$$

我们看到这两个无量纲数中的速度项由两部分组成，即为纯波项 u_0 和纯流项 U 之和，而波流场中的水动力系数 C_d 和 C_m 为这两个无量纲数的函数，因此我们可以设想 C_d 和 C_m 也因由两部分组成，一部分为纯波的影响，另一部分为纯流的影响。这样，考虑波流场中波和流分别所占的份额，对纯波值和纯流值加权平均就可得到波流共存场中的水动力系数，即

$$C_d=\frac{C_{dw}u_0+C_{dc}U\alpha}{u_0+U\alpha}=\frac{C_{dw}KC_w+C_{dc}KC_c\alpha}{KC_w+KC_c\alpha}=\frac{C_{dw}+C_{dc}V_r\alpha}{1+V_r\alpha} \tag{12}$$

$$C_m=\frac{C_{mw}u_0+C_{mc}U\alpha}{u_0+U\alpha}=\frac{C_{mw}KC_w+C_{mc}KC_c\alpha}{KC_w+KC_c\alpha}=\frac{C_{mw}+C_{mc}V_r\alpha}{1+V_r\alpha} \tag{13}$$

其中 α 为加权系数，用以衡量流相对于波在波流场中确定水动力系数时影响的重要性；C_{dw} 和 C_{mw} 由 KC_w 和 Re_w（或 β）确定；C_{dc} 和 C_{mc} 由 Re_c 确定。由上可见，流的存在不仅改变了波流场中的阻力系数 C_d，同时也影响着流场中惯性力系数 C_m 的变化。

3 结果分析与讨论

3.1 定常流中振荡圆柱

Verley & Moe[6]和 Sarpkaya[8],[9]给出不同 β 数时定常流中振荡圆柱的实验结果。选取不同的 KC_c，我们的理论值 C_d 和 C_m 与他们的实验值进行了比较，结果在图4～7中给出，图中实线所示为实验结果，虚线所示为我们的理论值。

结果显示，当 $\alpha=3$ 时，即流的影响为波的3倍时，我们的理论能很好地模拟实验结果。由于

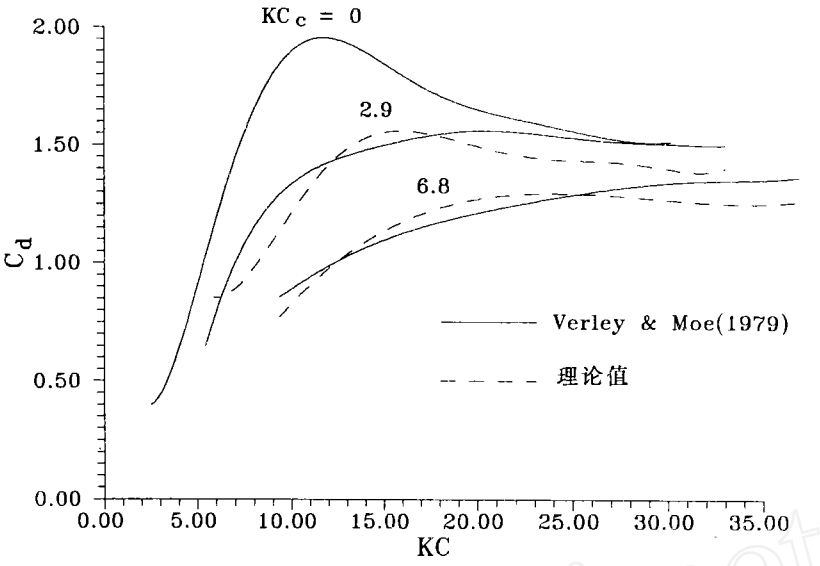

图 4　波流场中 C_d 随 KC 数的变化($\beta=300$)

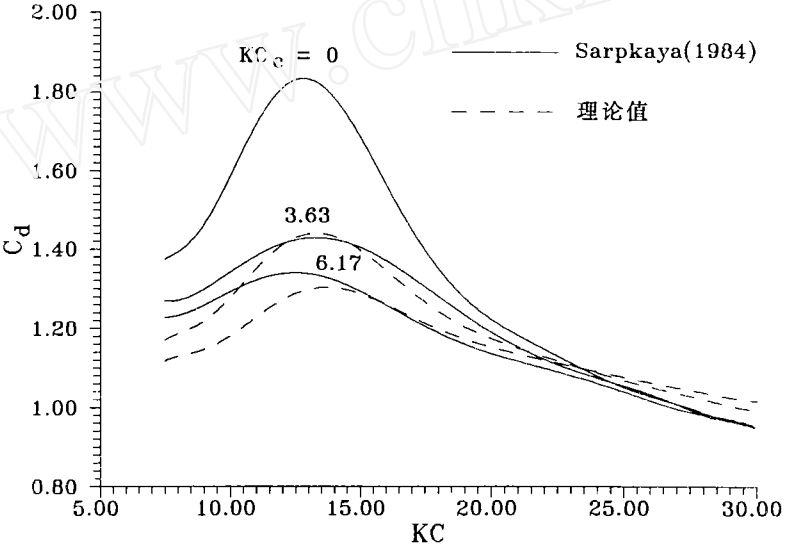

图 5　波流场中 C_d 随 KC 数的变化($\beta=1594$)

我们取波的特征速度为波诱导速度的最大值 u_0，所以恒定的流占的权重大些是完全合理的。在 KC 数从 5 到 30 的变化范围内，理论值 C_d 的最大误差约为 10%，而 C_m 的误差相对大些，但仍能满足工程需要。这是因为我们可以从纯流诱导的阻力项中较为准确地得到 C_{dc}，但由于其诱导的惯性力项为零，我们只能从形式上定义和粗略估计 C_{mc}，由此来探讨波流场中流对惯性力系数的影响，所得结果不如阻力系数理想也是自然的，而对 C_m 的准确确定还需进一步的实验为基础。

一般说来，对于不同的 KC_c 数，KC_c 数越小，理论与实验符合得越好，当 $KC_c=0$ 时，理论值与实验值完全重合。对于确定的 KC_c 数，当 KC 数大于 10 小于 25 时，所得结果与实验值很接近，而当 KC 数较大(如大于 25)时误差大些，因这时 V_r 较小，流场中波的影响相对增强，故取较小的 α 数(如取 2)，所得结果会更好。在与实验值的比较过程中，我们发现，当 KC 数较小(如小于 10)，

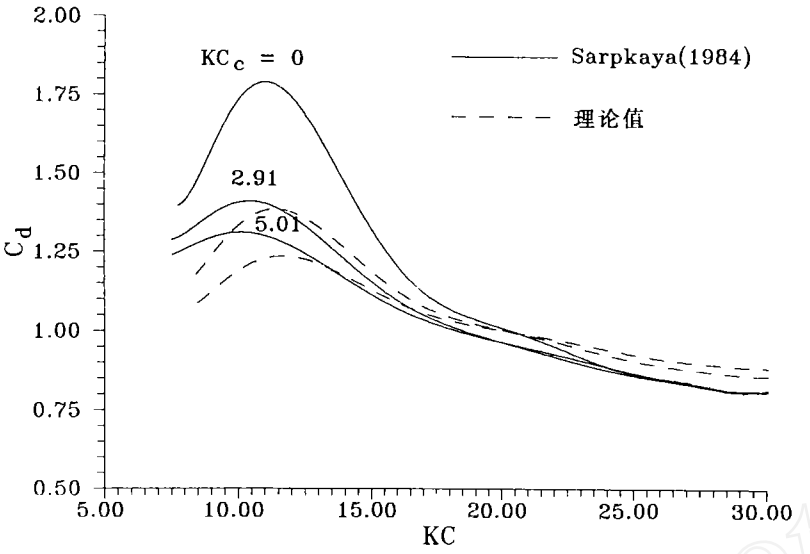

图 6 波流场中 C_d 随 KC 数的变化(β=2487)

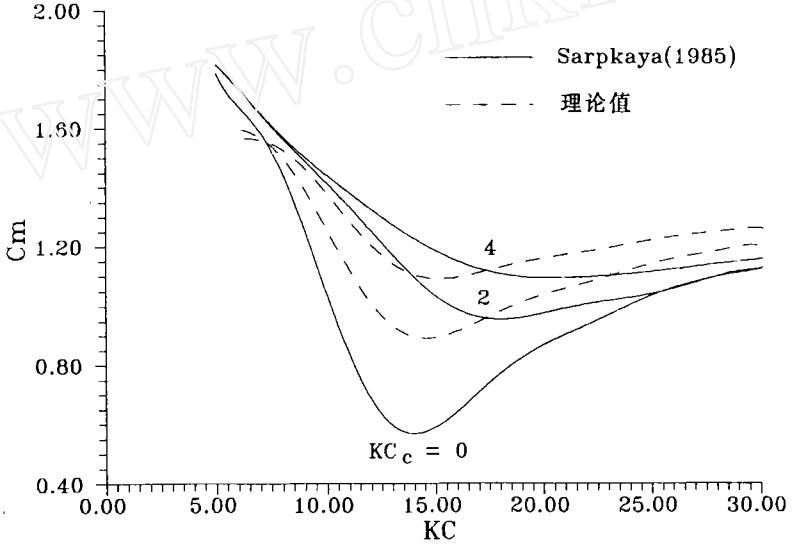

图 7 波流场中 C_m 随 KC 数的变化(β=1772)

虽然这时 U_r 较大，但并不象想象中的那样应取较大的 α 数，反而应同样取较小的 α 数，所得结果才更接近实验值。我们认为，这时虽然波动诱导的速度减少，使得 U_r 增大，但波动诱导的振荡并没有减弱，所以波动的影响同样重要。

在实验参数范围内，C_{dc} 的值在 1 左右(见图 1)，而 C_{dw} 的值通常大于 1，故由它们加权平均得到的波流场中的阻力系数必然较纯波值为小，即流的存在使得波流共存时的阻力系数减小的结论是合理的；同理，由图 3 可知 C_{mc} 的值在 1.5 左右，而 C_{mw} 的值一般小于 1.5，故流的存在使得波流共存时的惯性力系数在一定参数范围内增大的结论同样合理。

3.2 实际波流场

在实际的波动情况下，作用于垂直圆柱上的力为沿水深方向指数递减的水质点速度所诱导的

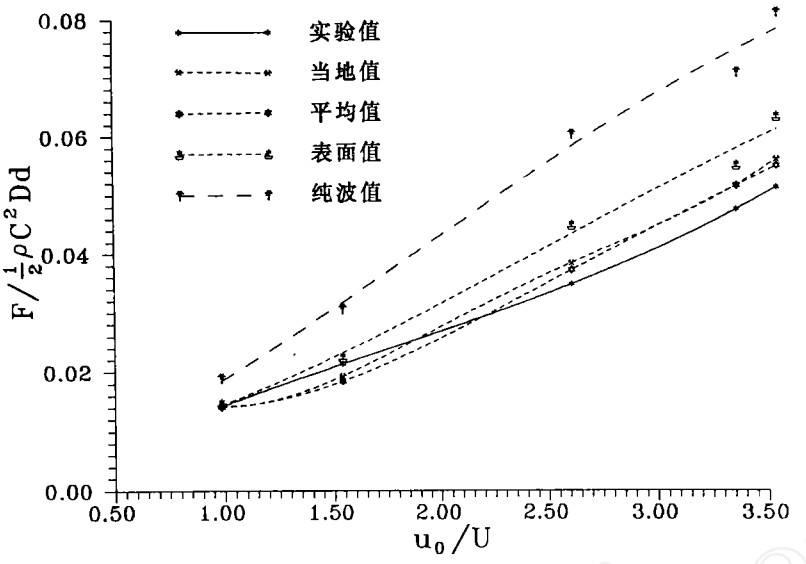

图 8　波流场中光滑圆柱所受载荷(θ=0)

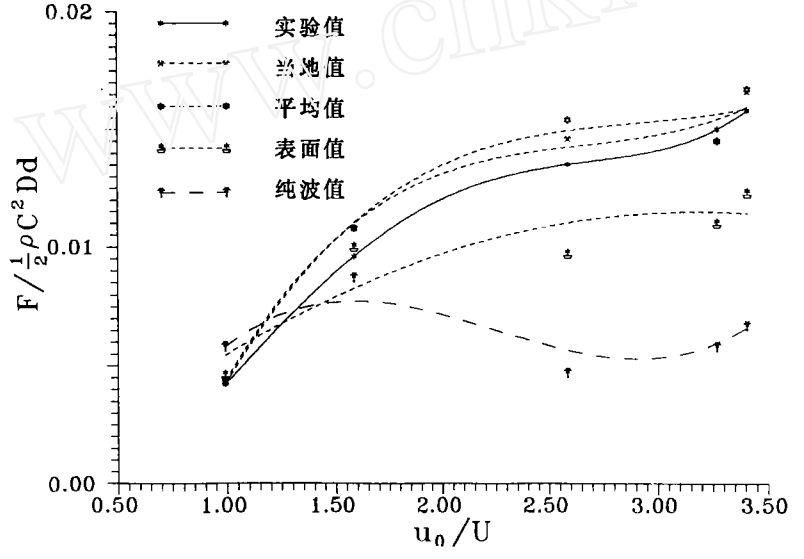

图 9　波流场中光滑圆柱所受载荷(θ=π/2)

波浪力，而在 U 型管实验中，振荡流动作用于水平圆柱上的力为沿圆柱方向给定的质点速度所诱导的波浪力，因此如果我们取波峰下当地水深处的质点速度 $u_0(z)$ 为特征速度，那么与此对应的无量纲数 $KC_w(z)$ 和 $Re_w(z)$ 与 $C_{dw}(z)$ 和 $C_{mw}(z)$ 间的关系就应该符合 U 型管实验中所得的规律。这样我们便可以把振荡流动情况下所得实验结果应用到实际波动情况，结合本文第二部分提出的波流场中水动力系数的确定方法，这种想法可直接应用到波浪和水流共存情况。

在波流槽(0.5m×0.6m×24m)中，我们开展了一些测定波流共同作用下光滑圆桩柱(直径 $D=2.$ cm，长 40cm)水动力载荷的实验工作。实验中水深 $d=40$cm，流高 $H=2.9\sim11.0$cm，波周期 $T=0.72\sim1.14$s，均匀的同向流速 $U=11.5$cm/s；实验参数 $KC=6\sim21$，$\beta=688\sim1088$($Re=0.65\times10^4\sim1.45\times10^4$)。选取相位 $\theta=0$、$\pi/2$，所得实验载荷与由上述方法所得的理论值进行

了比较，结果在图8～9中给出，其中实线为实验值，虚线为理论值(载荷以 $\frac{1}{2}\rho C^2 Dd$ 无量纲化，C 为相速度)。

计算中，我们用Stokes五阶波理论获得流场中质点速度 $u(z)+U$ 和加速度 $\partial u(z)/\partial t$，并利用图2和图3给出的振荡结果得到对应水深处纯波部分 $u(z)$ 诱导的水动力系数，利用图1和图3得到纯流部分 U 诱导的水动力系数，这样由方程(12)和(13)易得波流场中的水动力系数 $C_d(z)$ 和 $C_m(z)$，则作用在整个桩柱上的水动力载荷为

$$F=\int_{-d}^{\eta}\left[\frac{1}{2}C_d(z)\rho D|u(z)+U|(u(z)+U)+\frac{\pi}{4}C_m(z)\rho D^2\frac{\partial u(z)}{\partial t}\right]dy \tag{14}$$

由于其中的水动力系数取为当地水深处的值，所得载荷我们称之为当地值。从图8～9中易见，这种水动力系数的取法使得理论载荷与实验值符合得很好，但由于其沿水深变化，故计算较繁。为便于工程应用，我们分别取纯波部分诱导的质点速度在自由表面 η 处的值和其在水深方向的平均值为特征速度，采用与上面同样的方法，我们得到沿水深方向确定的波流场中的水动力系数，所得载荷我们相应称之为表面值和平均值。同时，为和纯波情况比较，如果认为波流共存时的水动力系数依然为纯波值，其结果(称之为纯波值)也在图中给出。

由图中按不同方法取水动力系数所得载荷看，纯波时的水动力系数有别于波流共存时的水动力系数，而我们提出的把振荡流动时所得结果应用到实际的波流共存情况的方法是合理的。同时，如果沿整个水深方向纯波部分的水动力系数，统一取为与纯波部分诱导的质点平均速度相对应的水动力系数，也能获得令人满意的整个桩柱所受的总载荷。当然，由以上方法确定的桩柱受到的沿水深方向的分布载荷还需实验检验。

以上，我们分析了波和均匀流联合作用于光滑圆柱上的水动力载荷。Li[3]指出，当流非均匀时，波流共存时的流场并不能看成纯波项和纯流项的简单叠加，而应考虑波流之间的非线性相互作用，尤其当波和流较强时这种非线性的影响更加明显。这种非线性相互作用引起的水动力系数的变化还有待于我们深入研究。

总之，本文从理论上对确定波流场中水动力系数的方法进行了探讨，与实验结果的比较证明，上述方法对工程应用和波流载荷的进一步实验研究有一定指导意义。

致谢

本文作者感谢中国科学院和国家自然科学基金委的资助。

参 考 文 献

1 Chakrabarti S T. Hydrodynamics of Offshore Structures. Boston, 1987.

2 Iwagaki Y, Asano T, Nagai F. Hydrodynamic Forces on a Circular Cylinder Placed in Wave-Current Co-existing Fields. Memoirs of the Faculty of Enginnering, Kyoto University. 1983, 45(1): 11—23.

3 Li J C. Allen, T Chwang. Effect of Non-uniform Current on Wave Fields. Proc. 4th Int. Offshore and Ploar Engineering Conference. 1994, 3: 125—132.

4 Moe G, Verley R L P. Hydrodynamic Damping of Offshore Structures in Waves and Currents. Proc. 12th Offshore Technology Conference. 1980, 37—44.

5 Morison J R, O'Brien M P, Johnson J W, Schaaf S A. The Force Exerted by Surface Waves on Piles. Petroleum Transactions. 1950, 189: 149—157.

6 Sarpkaya T. Isaacson M. Mechanics of Wave Forces on Offshore Structures. New York, 1981.

7 Sarpkaya T. In-line and Transverse Forces on Cylinders in Oscillatory Flow at High Reynolds Numbers. Proc. 8th Offshore Technology Conference. 1976, 95—108.

8 Sarpkaya T, Bakmis C, Storm M A. Hydrodynamic Forces from Combined Wave and Current Flow on Smooth and Rough

Circular Cylinders at High Reynolds Number. Proc. 16th Offshore Technology Conference. 1984, 455—462.
9 Sarpkaya T. In-line Force on a Cylinder Translating in Oscillatroy Flow. Applied Ocean Reasearch. 1985, 7(4): 188—196.
10 Stansby P K, El-Khairy N, Bullock G N. Experimental Study of Forces on a Cylinder in Oscillatory Flow with a Cross Current. Applied Ocean Research. 1983, 5(4): 195—203.
11 Society for Underwater Technology. Advances in Underwater Technolgy, Ocean Science and Offshore Engineering, Vol 26: Environmental Forces on Offshore Structures and their Prediction. Kluwer Academic Publishers. 1990.

Effect of Wave-current Interaction on Hydrodynamic Coeefficients

Wang To Li Jia-chun Huhe Aode Huang Zhen-hua
(Institute of Mechanics, CAS, Beijing 100080)

Abstract Based on the analysis of physical mechanics, a theoretical method to determine the hydrodynamic coefficients in wave-current co-existing fields is proposed in this paper, and the method how to apply the results obtained from oscillatory flow experiments to wave motion is investigated as well. The results are compared with experimental data. It is shown that we can obtain the coefficients in wave-current fields by taking an weighted average over those in pure wave and pure current fieldsatisfactorilys.

Key words wave-current co-existing flow, hydrodynamic coefficients, weighted average

www.cnki.net