第13卷　第3期　　　　复 合 材 料 学 报　　　　Vol 13　No. 3
1996年　　8月　　ACTA MATERIAE COMPOSITAE SINICA　　August 1996

层壳考虑横向剪切效应的自由振动分析*

何积范　　　　　　马邦安
(清华大学工程力学系, 北京100084)　(中国科学院力学研究所, 北京100080)

摘　要　本文采用一个分层的剪切变形理论分析层壳的自由振动。假定层壳各层横向剪切应变彼此线性相关, 从而未知函数个数与一阶剪切变形理论相同, 但控制微分方程的阶数为十二阶, 且不含剪切修正因子。文中计算了一个短圆柱壳与两种扁壳的自由振动频率, 数值结果与经典层合理论、一阶剪切变形理论及其他剪切变形理论的计算结果进行了比较。

关键词　自由振动分析, 层合壳, 横向剪切效应, 分层剪切变形理论

基于克希霍夫-勒夫假设的经典层合理论[1]是复合材料层壳常用的理论。然而, 在分析先进复合材料层壳自由振动时, 往往需要考虑横向剪切效应。层壳的一阶剪切变形理论[2,3]比较简单, 与经典层合理论相比, 提高了计算固有频率的精度。但它不能反映层壳变形的断面翘曲现象, 因此对壳体切向位移与应力计算的精度改进很少; 而且在它的基本方程中含有的剪切修正因子的数值很难合理地确定。为克服上述缺点, 已提出了若干改进的剪切变形理论, 其中包括假设切向位移沿厚度非线性变化的高阶剪切变形理论[4-6]以及切向位移呈分层线性变化的分层剪切变形理论[7]。对于层数较多的层壳, 后者仍可较好地反映层壳断面翘曲的情况。然而分层理论中的未知函数个数随层数增加而增加, 计算工作量较大。文献[8]中提出, 在分层理论中如要求在各层交界面上横向剪应力保持连续, 就可以建立各层法线转角间的联系, 减少未知函数个数。然而上述要求会导致法线的折线形状与真实情况差别较大。近年本文作者提出了另一种改进的分层剪切变形理论, 仍假定层壳法向位移沿厚度方向为常量, 切向位移呈分层线性变化, 并因实际的横向剪应力沿厚度连续变化, 假定各层中的横向剪应变彼此线性相关, 相关系数为待定常数。用位能原理可导出层合板壳的基本方程。无论层数多少, 这种分层理论的基本方程恒为十二阶。文献[9, 10]中用它计算层板的弯曲与自由振动, 文献[11]中分析了层壳的静力变形与应力, 均具有较好的精度。本文用它分析层壳的自由振动, 计算了一个短圆柱壳与两种扁壳的固有频率, 数值结果与其他二维理论及文献中的计算结果进行了比较。

1　位移模式与基本方程

研究一个由 N_1+N_2+1 层复合材料单层组成的等厚层壳。以层壳几何中面的曲率线及法线方向构成主坐标系, 主坐标 α_1、α_2 对应的拉梅参数及主曲率分别为 A_1、A_2 及 k_1、k_2。假定层壳厚度 h 远小于中面主曲率半径, 即 $k_1h, k_2h \ll 1$。各单层的厚度及其中面的法向坐标值分别为 t_i 及 $z_i(i=-N_2, \cdots 0, \cdots N_1)$, 其中 $-t_0/2 < z_0 \leq t_0/2$, 即层壳几何中面在第0层内。假设层

* 本文于1995年3月27日收到修改稿, 1994年12月21日收到初稿。国家自然科学基金资助项目

壳自由振动变形后,第 i 层各点位移为

$$u_1^{(i)}(\alpha_1,\alpha_2,z)=u_{1m}^{(i)}(\alpha_1,\alpha_2)+(z-z_i)\Psi_1^{(i)}(\alpha_1,\alpha_2),$$
$$u_2^{(i)}(\alpha_1,\alpha_2,z)=u_{2m}^{(i)}(\alpha_1,\alpha_2)+(z-z_i)\Psi_2^{(i)}(\alpha_1,\alpha_2),$$
$$w^{(i)}(\alpha_1,\alpha_2,z)=W(\alpha_1,\alpha_2), \tag{1}$$

$u_{1m}^{(i)}, u_{2m}^{(i)}$ 是第 i 层中面的切向位移,$\Psi_1^{(i)}, \Psi_2^{(i)}$ 是第 i 层中面法线的转角。则由(1) 式可求得第 i 层中的横向剪应变为

$$\gamma_{13}^{(i)}=\Psi_1^{(i)}+\frac{1}{A_1}\frac{\partial W}{\partial\alpha_1}-k_1u_{1m}^{(i)}=\Psi_1^{(i)}-\varphi_1^{(i)},$$
$$\gamma_{23}^{(i)}=\Psi_2^{(i)}+\frac{1}{A_2}\frac{\partial W}{\partial\alpha_2}-k_2u_{2m}^{(i)}=\Psi_2^{(i)}-\varphi_2^{(i)}, \tag{2}$$

假定它们均可用第 0 层的横向剪应变表示为

$$\gamma_{13}^{(i)}=\lambda_{11}^{(i)}\gamma_{13}^{(0)}+\lambda_{12}^{(i)}\gamma_{23}^{(0)},\qquad \gamma_{23}^{(i)}=\lambda_{21}^{(i)}\gamma_{13}^{(0)}+\lambda_{22}^{(i)}\gamma_{23}^{(0)}, \tag{3}$$

其中 $\lambda_{11}^{(i)}$ 等为待定常数。此外,各层切向位移在层间交界面上应保持连续。这样就可将各层的切向位移相互联系起来。定义 $U_1(\alpha_1,\alpha_2)$ 与 $U_2(\alpha_1,\alpha_2)$ 为层壳几何中面各点的切向位移,则层壳中任一点的切向位移均可用 $U_1, U_2, W, \Psi_1^{(0)}, \Psi_2^{(0)}$ 表示为

$$\begin{aligned}u_1^{(i)}(\alpha_1,\alpha_2,z)=&\ U_1(\alpha_1,\alpha_2)+[z_0+S(i)t_{11}^{(i)}]\Psi_1^{(0)}(\alpha_1,\alpha_2)+S(i)t_{12}^{(i)}\Psi_2^{(0)}(\alpha_1,\alpha_2)\\&+[z_i-z_0-S(i)t_{11}^{(i)}]\varphi_1^{(0)}(\alpha_1,\alpha_2)-S(i)t_{12}^{(i)}\varphi_2^{(0)}(\alpha_1,\alpha_2)\\&+(z-z_i)[\lambda_{11}^{(i)}\Psi_1^{(0)}(\alpha_1,\alpha_2)+\lambda_{12}^{(i)}\Psi_2^{(0)}(\alpha_1,\alpha_2)+(1-\lambda_{11}^{(i)})\varphi_1^{(0)}(\alpha_1,\alpha_2)-\lambda_{12}^{(i)}\varphi_2^{(0)}(\alpha_1,\alpha_2)],\\u_2^{(i)}(\alpha_1,\alpha_2,z)=&\ U_2(\alpha_1,\alpha_2)+[z_0+S(i)t_{22}^{(i)}]\Psi_2^{(0)}(\alpha_1,\alpha_2)+S(i)t_{21}^{(i)}\Psi_1^{(0)}(\alpha_1,\alpha_2)\\&+[z_i-z_0-S(i)t_{22}^{(i)}]\varphi_2^{(0)}(\alpha_1,\alpha_2)-S(i)t_{21}^{(i)}\varphi_1^{(0)}(\alpha_1,\alpha_2)\\&+(z-z_i)[\lambda_{22}^{(i)}\Psi_2^{(0)}(\alpha_1,\alpha_2)+\lambda_{21}^{(i)}\Psi_1^{(0)}(\alpha_1,\alpha_2)+(1-\lambda_{22}^{(i)})\varphi_2^{(0)}(\alpha_1,\alpha_2)-\lambda_{21}^{(i)}\varphi_1^{(0)}(\alpha_1,\alpha_2)]\end{aligned} \tag{4}$$

其中 $\varphi_1^{(0)}, \varphi_2^{(0)}$ 可近似地表示为

$$\varphi_1^{(0)}(\alpha_1,\alpha_2)\approx k_1U_1-\frac{1}{A_1}\frac{\partial W}{\partial\alpha_1},\quad \varphi_2^{(0)}(\alpha_1,\alpha_2)\approx k_2U_2-\frac{1}{A_2}\frac{\partial W}{\partial\alpha_2} \tag{5}$$

$S(i)$ 及 $t_{11}^{(i)}$ 等的定义与文献[9～11]中相同。由此求得层壳应变能后,用位能驻值原理[12] 可导出层壳自由振动的微分方程组为

$$\begin{aligned}&\frac{\partial}{\partial\alpha_1}(N_1A_2)+\frac{\partial}{\partial\alpha_2}(N_{21}A_1)+N_{12}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}-N_2\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}+k_1A_1A_2(Q'_1+Q''_1)\\&\quad+\omega^2(M_{11}U_1+M_{13}W+M_{14}\Psi_1^{(0)}+M_{15}\Psi_2^{(0)})=0,\\&\frac{\partial}{\partial\alpha_1}(N_{12}A_2)+\frac{\partial}{\partial\alpha_2}(N_2A_1)+N_{21}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}-N_1\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}+k_2A_1A_2(Q'_2+Q''_2)\\&\quad+\omega^2(M_{22}U_2+M_{23}W+M_{24}\Psi_1^{(0)}+M_{25}\Psi_2^{(0)})=0,\\&\frac{\partial}{\partial\alpha_1}[(Q'_1+Q''_1)A_2]+\frac{\partial}{\partial\alpha_2}[(Q'_2+Q''_2)A_1]-A_1A_2(k_1N_1+k_2N_2)\\&\quad-\omega^2(M_{31}U_1+M_{32}U_2+M_{33}W+M_{34}\Psi_1^{(0)}+M_{35}\Psi_2^{(0)})=0,\\&\frac{\partial}{\partial\alpha_1}(M'_1A_2)+\frac{\partial}{\partial\alpha_2}(M'_{21}A_1)+M'_{12}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}-M'_2\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}-A_1A_2Q'_1\\&\quad+\omega^2(M_{41}U_1+M_{42}U_2+M_{43}W+M_{44}\Psi_1^{(0)}+M_{45}\Psi_2^{(0)})=0,\\&\frac{\partial}{\partial\alpha_1}(M'_{12}A_2)+\frac{\partial}{\partial\alpha_2}(M'_2A_1)+M'_{21}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}-M'_1\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}-A_1A_2Q'_2\\&\quad+\omega^2(M_{51}U_1+M_{52}U_2+M_{53}W+M_{54}\Psi_1^{(0)}+M_{55}\Psi_2^{(0)})=0,\end{aligned} \tag{6}$$

其中

$$N_{12} = S + k_2(M'_{21} + M''_{12}), \qquad N_{21} = S + k_1(M'_{12} + M''_{12}),$$

$$Q''_1 = \frac{1}{A_1A_2}\left[\frac{\partial}{\partial\alpha_1}(M''_1A_2) + \frac{\partial}{\partial\alpha_2}(M''_{12}A_1) + M''_{12}\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2} - M''_2\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\right],$$

$$Q''_2 = \frac{1}{A_1A_2}\left[\frac{\partial}{\partial\alpha_1}(M''_{12}A_2) + \frac{\partial}{\partial\alpha_2}(M''_2A_1) + M''_{12}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1} - M''_1\frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}\right] \tag{7}$$

(6) 式中 ω 是固有圆频率, 广义内力 $N_1, N_2, S, M'_1, M'_2, M'_{12}, M'_{21}, M''_1, M''_2, M''_{12}, Q'_1, Q'_2$ 均可用变形表示[11], M_{11} 等是质量系数及运算子, 表达式见附录。(6) 式是位移 U_1, U_2, W 及转角 $\psi_1^{(0)}, \psi_2^{(0)}$ 的一个十二阶的方程组。与其一致的齐次边界条件的形式为

$$N_n + k_nM''_{ns} = 0, \qquad 或 \qquad U_n = 0,$$

$$N_{ns} + k_sM''_{ns} = 0, \qquad 或 \qquad U_s = 0,$$

$$Q'_n + Q''_n + \frac{\partial M''_{ns}}{\partial s} - \omega^2[(R_{11} - R)U_1 + R_{21}U_2 - (I + I_{1111} + I_{2121} - 2I_{11})\varphi_1^{(0)}$$

$$- (I_{1112} + I_{2221} - I_{12} - I_{21})\varphi_2^{(0)} + (I_{1111} + I_{2121} - I_{11})\psi_1^{(0)} + (I_{1112} + I_{2221} - I_{12})\psi_2^{(0)}]$$

$$\cos(n, \alpha_1) - \omega^2[R_{12}U_1 + (R_{22} - R)U_2 - (I_{1112} + I_{2221} - I_{12} - I_{21})\varphi_1^{(0)}$$

$$- (I + I_{2222} + I_{1212} - 2I_{22})\varphi_2^{(0)} + (I_{1112} + I_{2221} - I_{21})\psi_1^{(0)} + (I_{2222} + I_{1212} - I_{22})\psi_2^{(0)}]$$

$$\cos(n, \alpha_2) = 0, \qquad 或 W = 0,$$

$$M'_n = 0, \qquad 或 \qquad \psi_n^{(0)} = 0,$$

$$M'_{ns} = 0, \qquad 或 \qquad \psi_s^{(0)} = 0,$$

$$M''_n = 0, \qquad 或 \qquad \varphi_n^{(0)} = 0 \tag{8}$$

其中 $R, I, R_{11}, I_{11}, I_{1111}$ 等定义与文献[10]中相同。此外, 在层壳边界的角点处的角点条件为

$$M''_{ns}\Big|_{S-0}^{S+0} = 0, \qquad 或 \qquad W = 0 \tag{9}$$

由位能驻值原理还可求得对于 $i > 0$ 或 $i < 0$ 的 $\lambda_{11}^{(i)}$ 等所必须满足的两组线性代数方程组, 其形式与文献[10]中相同, 其中有些系数表达式见文献[11]。微分方程组(6) 式与这两组代数方程组通过系数相互耦合, 我们可以迭代求解[9-11]。

横向剪切效应对于较短的旋转壳及跨厚比值较小的扁壳比较显著。对于它们的自由振动分析, 可采用唐奈尔(Donnell)型近似并忽略壳体切向惯性力, 计算公式可有所简化[11]。此处不再详述。

2　数值算例

计算了三个算例。例中层壳各单层材性为 $E_L/E_T = 25, G_{LT}/E_T = 0.5, G_{TT}/E_T = 0.2, \nu_{LT} = \nu_{TT} = 0.25$。其中下标 L 指纤维方向, T 指垂直于纤维方向。

例 1　一个三层等厚[0°/90°/0°]的短圆柱壳, 中面半径为 R, 长为 a。$R/h = 100, a/h = 10$。两端简支。计算了前三阶非轴对称及前二阶轴对称横向振动的固有频率值, 在表 1 中以无量纲圆频率值 $\bar{\omega} = \omega a^2\sqrt{\rho/E_T}/h$ 给出, 并与用经典层合理论、一阶剪切变形理论及文献[13]中算得的值进行了比较。表中 n 值是非轴对称振动的环向波数。用一阶剪切变形理论计算时, 剪切修正因子值取为 5/6(下同)。

例 2　四层等厚[0°/90°/90°/0°]的正交对称铺设的球形扁壳, 其投影为边长为 a 的正方形。几何特性为 $R/h = 100, a/h = 10$。扁壳周边简支。

例 3　四层等厚[0°/90°/90°/0°]的正交对称铺设的圆柱形扁壳, 投影亦为边长 a 的正方

形。$R_1 = R$, $R_2 = \infty$, $R/h = 100$, $a/h = 10$。周边简支。

表 2 中给出例二、例三用各种理论求得的前三阶无量纲圆频率 $\bar{\omega} = \omega a^2\sqrt{\rho/E_T}/h$ 值, m 与 n 值分别是振型在 α_1 与 α_2 方向的半波数。为了比较起见, 表中还给出了与例二、三中同样铺层与跨厚比值的层板的频率值。

从表1与表2中可看出, 横向剪切效应对这些层壳的自由振动的影响比较显著, 对高阶频率值的影响比低阶更大。用本文分层理论算得的频率值, 不仅远低于用经典层合理论算得的值, 而且比用其他各种剪切变形理论算得的值要低。

表1 三层[0°/90°/0°]短圆柱壳横向自由振动的各阶圆频率 $\bar{\omega} = \omega a^2\sqrt{\rho/E_T}/h$ 值

理 论	非轴对称振动			轴对称振动	
	第一阶	第二阶	第三阶	第一阶	第二阶
本文分层理论	10.679(n= 11)	10.681(n= 12)	10.682(n= 10)	10.889	28.241
分层剪切变形理论[13]	10.750(注)	——	——	——	——
一阶剪切变形理论	11.293(n= 11)	11.294(n= 10)	11.295(n= 12)	11.485	30.598
经典层合理论	14.199(n= 10)	14.199(n= 9)	14.203(n= 11)	14.325	56.110

注: 文献[13]中未给出 n 值。

表2 四层[0°/90°/90°/0°]球形、圆柱形扁壳及层板横向自由振动的各阶圆频率 $\bar{\omega} = \omega a^2\sqrt{\rho/E_T}/h$ 值

(m, n)	理 论	扁球壳	扁柱壳	层 板
(1, 1)	本文分层理论	11.787	11.728	11.708
	高阶剪切变形理论[6]	——	11.749	11.735
	高阶剪切变形理论[4]	11.840	11.790	11.780
	分层剪切变形理论[13]	——	11.847	——
	一阶剪切变形理论	12.359	12.303	12.284
	经典层合理论	15.289	15.243	15.229
(1, 2)	本文分层理论	22.131	22.109	22.070
	一阶剪切变形理论	22.459	22.437	22.399
	经典层合理论	27.996	27.978	27.948
(2, 1)	本文分层理论	27.148	27.100	27.098
	一阶剪切变形理论	29.643	29.599	29.597
	经典层合理论	54.598	54.574	54.573

3 结 论

本文用一个分层的剪切变形理论分析层壳的自由振动。使用这种理论不受材料、铺层角度及层数的限制。文中计算了一个短圆柱壳与两种扁壳的频率值, 并与其他理论进行了比较。文献[10]中用本文分层理论计算层板自由振动时, 曾与三维精确解作过比较。对于相当厚的层板($a/h = 5$), 分层理论对于固有频率及面内位移、应力沿厚度分布仍能给出比较正确的估计。对于层壳估计也是这样。当求不到解析解时, 可采用有限元法求近似的数值解。

层壳的任一阶固有振动均可用分层理论求得。各阶振型间的正交性近似成立, 因此仍可用振型叠加法计算动力响应。使用本文的分层理论, 不仅可以较正确地算出动挠度值, 还可以算得较正确的动应力值。后者对于层合板壳的动力分析该是十分重要的。

参 考 文 献

1 Dong S B, Pister K S, Taylor R L. On the theory of laminated anisotropic shells and plates. J Aerospace Sci, 1962, 29: 969～975

2 Dong S B, Tso F K W. On a laminated orthotropic shell theory including transverse shear deformation. J Appl Mech, 1972, 39: 1091～1097

3 Reddy J N. Exact solutions of moderately thick laminated shells. ASCE J Eng Mech, 1984, 110: 794～809

4 Reddy J N, Liu C F. A higher-order shear deformation theory of laminated elastic shells. Int J Eng Sci, 1985, 23: 319～330

5 Touratier M. A generalization of shear deformation theories for axisymmetric multilayered shells. Int J Solids Struct, 1992, 29: 1379～1399

6 Touratier M. A refined theory of laminated shallow shells. Int J Solids Struct, 1992, 29: 1401～1415

7 Noor A K, Burton W S. Assessment of computational models for multilayered composite shells. Appl Mech Rev, 1990, 43: 67～96

8 Di Sciuva M. An improved shear-deformation theory for moderately thick multilayered anisotropic shells and plates. J Appl Mech, 1987, 54: 589～596

9 He J F, Chou M, Zhang X. Bending analysis of laminated plates using a refined shear deformation theory. J Comp Struct, 1993, 24: 125～138

10 He J F, Ma B A. Vibration analysis of laminated plates using a refined shear deformation theory. J Sound Vibra, 1994, 175: 577～591

11 He J F. Static analysis of laminated shells using a refined shear deformation theory. J Reinforced Plast Comp, 1995, 14: 652～674

12 Washizu K. Variational Methods in Elasticity and Plasticity. Pergamon Press Ltd, Oxford, 1968

13 Di Sciuva M, Carrera E. Elastodynamic behavior of relatively thick, symmetrically laminated, anisotropic circular shells. J Appl Mech, 1992, 59: 222～224

附录　M_{11}等的表达式

$$M_{11} = \rho_A A_1 A_2, \qquad M_{13} = (R_{11} - R) A_2 \frac{\partial}{\partial \alpha_1} + R_{12} A_1 \frac{\partial}{\partial \alpha_2},$$

$$M_{14} = R_{11} A_1 A_2, \qquad M_{15} = R_{12} A_1 A_2,$$

$$M_{22} = \rho_A A_1 A_2, \qquad M_{23} = R_{21} A_2 \frac{\partial}{\partial \alpha_1} + (R_{22} - R) A_1 \frac{\partial}{\partial \alpha_2},$$

$$M_{24} = R_{21} A_1 A_2, \qquad M_{25} = R_{22} A_1 A_2,$$

$$M_{31} = (R_{11} - R)\left(A_2 \frac{\partial}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}\right) + R_{12}\left(A_1 \frac{\partial}{\partial \alpha_2} + \frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}\right),$$

$$M_{32} = R_{21}\left(A_2 \frac{\partial}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}\right) + (R_{22} - R)\left(A_1 \frac{\partial}{\partial \alpha_2} + \frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}\right),$$

$$M_{33} = (I + I_{1111} + I_{2121} - 2I_{11})\left[\frac{A_2}{A_1}\frac{\partial^2}{\partial \alpha_1^2} + \frac{\partial}{\partial \alpha_1}\left(\frac{A_2}{A_1}\right) \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha_1}\right] + 2(I_{1112} + I_{2221} - I_{12} - I_{21})\frac{\partial^2}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_2}$$
$$+ (I + I_{2222} + I_{1212} - 2I_{22})\left[\frac{A_1}{A_2}\frac{\partial^2}{\partial \alpha_2^2} + \frac{\partial}{\partial \alpha_2}\left(\frac{A_1}{A_2}\right) \cdot \frac{\partial}{\partial \alpha_2}\right] - \rho_A A_1 A_2,$$

$$M_{34} = (I_{1111} + I_{2121} - I_{11})\left(A_2 \frac{\partial}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}\right) + (I_{1112} + I_{2221} - I_{21})\left(A_1 \frac{\partial}{\partial \alpha_2} + \frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}\right),$$

$$M_{35} = (I_{1112} + I_{2221} - I_{12})\left(A_2\frac{\partial}{\partial\alpha_1} + \frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\right) + (I_{2222} + I_{1212} - I_{22})\left(A_1\frac{\partial}{\partial\alpha_2} + \frac{\partial A_1}{\partial\alpha_2}\right),$$

$$M_{41} = R_{11}A_1A_2, \qquad M_{42} = R_{21}A_1A_2,$$

$$M_{43} = (I_{1111} + I_{2121} - I_{11})A_2\frac{\partial}{\partial\alpha_1} + (I_{1112} + I_{2221} - I_{21})A_1\frac{\partial}{\partial\alpha_2},$$

$$M_{44} = (I_{1111} + I_{2121})A_1A_2, \qquad M_{45} = (I_{1112} + I_{2221})A_1A_2,$$

$$M_{51} = R_{12}A_1A_2, \qquad M_{52} = R_{22}A_1A_2,$$

$$M_{53} = (I_{1112} + I_{2221} - I_{12})A_2\frac{\partial}{\partial\alpha_1} + (I_{2222} + I_{1212} - I_{22})A_1\frac{\partial}{\partial\alpha_2},$$

$$M_{54} = (I_{1112} + I_{2221})A_1A_2, \qquad M_{55} = (I_{2222} + I_{1212})A_1A_2$$

其中 ρ_A、R、I、R_{11}、I_{11}、I_{1111} 等各量的表达式与文献[10]中相同。

FREE VIBRATION ANALYSIS OF LAMINATED SHELLS INCLUDING TRANSVERSE SHEAR EFFECTS

He Jifan
(Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing 100084)
Ma Bang'an
(Institute of Mechanics, Academia Sinica, Beijing 100080)

Abstract A discrete-layer shear deformation theory is used to analyse the free vibration of laminated shells. The theory adopts an assumption that the transverse shear strains across any two layers are linearly dependent on each other. The theory contains the same dependent variables as the first-order shear deformation theory, but the set of governing differential equations is of twelfth order. No shear correction factors are required. Free vibrations of a short circular cylindrical shell and two shallow shells are calculated. The numerical results are compared with the classical lamination theory, first-order shear deformation theory and other shear deformation theory solutions.

Key words free vibration analysis, laminated shells, transverse shear effects, discrete-layer shear deformation theory

(上接第47页)

为了跟踪和赶上现代材料科学技术的发展,建议我国加强扶植材料设计的研究领域,采用微观、细观与宏观力学相结合的路线,重点放在界面层的表征研究和界面层的控制及设计研究方面。在微结构的测试方面也要大力加强。有先进的界面分析设备(含 STM、AFM、LRS 等)的各研究单位要有机地组织起来,建议设立界面工程中心,形成网络,充分发挥这些先进仪器的作用。

对于复合材料界面层的化学表征及力学表征方面要作为重点课题进行,弄清界面层的化学组成(含化合物)和应力、应变与位移的测定。因为界面层的弹性模量和泊松比等影响材料宏观性能很大。其中界面层应变是根据原子键结构的测定,应与在原子分子水平上的计算机模拟相结合。如果在这方面能有所突破,我国在界面控制与设计进而在材料设计方面将能赶上并超过国际水平。

为了使科学技术迅速转化为生产力,建议国家自然科学基金会和国家863高科技委员会要求新材料设计的研究成果必须有达到材料预期的宏观性能的各项工艺参数。