

超临界相变陶瓷的韧性增值^{*}

张 滢 陈振富

叶裕恭

(核工业总公司中南工学院 衡阳 421001) (中国科学院力学研究所 北京 100080)

摘 要

采用近似方法研究应力非奇异项对小范围相变条件下超临界相变陶瓷韧性增值的影响。材料相变屈服准则包含了体膨胀和剪切应变的作用。文中给出了韧性增值的估算公式。结果表明: 非奇异项的影响是显著的, 相变增值存在尺寸效应, 并且相变剪切效应增强会使韧性增值有所提高。对相变陶瓷的断裂韧性测试有一定的指导意义。

关键词: 超临界相变; 韧性增值; 尺寸效应; 剪切效应

1 引 言

陶瓷材料中的二相粒子 ZrO_2 在高应力下会发生从四方相到单斜相的相变, 产生不可逆的相变塑性变形, 在裂尖前缘起屏蔽作用, 从而增加材料的断裂韧性。关于这类材料的宏观本构关系描述见文[1]和[2]。由材料是否失稳可将期分为亚临界和超临界二类。关于仅考虑体膨胀下的判别条件见文[1], 而同时也考虑剪切变形影响下的差别条件见文[3]。超临界相变是一种极限情况, 此时所有二相粒子会突然完成其相变阶段的变形。

许多实验结果表明^[4,5]: 相变韧性增值的测试值存在很强的尺寸效应, 甚至相对误差大于 30%, 且相变强度越高, 实测值越分散。因此了解应力非奇异项对韧性增值的影响是相当必要的。经典的理论计算中^[6~8]都没有考虑应力非奇异项的贡献, 使其计算结果远远大于实测值。

在相变屈服条件中必须考虑剪切效应已经是大家公认的^[2,3]。因而本文采用的相变屈服条件包括了剪切变形的影响。然后利用定常扩展裂纹尖端场的弹性二项解和韧性增值的近似计算方法^[1], 推导出超临界相变陶瓷中平面应变 I 型裂纹在相变塑性不太大时韧性增值的估算公式, 从而讨论了非奇项和剪切效应对韧性增值的影响, 并将结果与经典理论分析结果进行比较, 最后文中定性地解释了材料尺寸效应和理论值远小于实测值的原因。

* 国家自然科学基金项目

来稿日期: 1995-06-06; 修回日期: 1997-05-29

2 力学模型的建立

图 1 给出了超临界相变陶瓷材料中平面应变 I 型裂纹尖端区和尾区的典型形状, 裂尖将移至 O 点, $Ox_1x_2x_3$ 为随体坐标系, 且以 O 点建立极坐标 (r, φ) 。裂尖附近分为相变区和弹性区, 相变区内材料均已完全相变。裂尖前缘 $O - \varphi - \beta$ 为相变加载区, $\beta - \varphi - \pi$ 为尾区。

假定相变塑性变形很小, 不会影响到弹性区内的应力分布, 因此其应力分布可以由外加载场水平 K 和非奇异性 T 应力来表示:

$$\sigma_{ij} = K f_{ij}(\theta) (2\pi r)^{-\frac{1}{2}} + T_{ij} \quad (1)$$

图 1 相变区形状

式中 $f_{ij}(\theta)$ 为断裂力学理论中的角因子, 在平面应变条件下 $\sigma_{33} = \sigma_{31} = \sigma_{23} = \sigma_{32} = 0$, 且 $T_{11} = T, T_{33} = \nu T$, 其中 T_{ij} 均为零。 T 应力的大小反映了试件的几何尺寸和加载方式的影响。

在完成相变区内, 材料变形也是线弹性的。仿文[1], 其应力场可近似表示为:

$$\sigma_{ij} = K_{tip} f_{ij}(\theta) (2\pi r)^{-\frac{1}{2}} \quad (2)$$

式中 K_{tip} 为裂尖应力强度因子。由于相变增韧的作用, 必须有 $K > K_{tip}$, 定义 $\Delta K = K - K_{tip}$ 为材料的韧性增值。

材料相变区屈服条件由下式给出:

$$\sigma_m + \mu \sigma_e = \sigma_m^c \quad (3)$$

式中 σ_m, σ_e 分别为平均应力和等效应力, μ 为等效应力敏感因子, σ_m^c 为临界应力值, 是一常值。

从(3)式可以看到, $\mu = 0$ 时该式还原为文[1]中的相变屈服条件。

完全相变条件由塑性体膨胀达到某定值来确定, 而与剪切应变无关^[3]。因此在完全相变区内的变形必满足。

$$\epsilon_m^p = \theta^c \quad (4)$$

式中 θ^c 为临界应变值, 是一常值。

由文[3]的分析结果表明, 相变体膨胀和剪切变形之间存在关系式: $\epsilon_e^p = \mu \epsilon_m^p$, 因此有:

$$\epsilon_e^p = \mu \theta^c \quad (5)$$

3 韧性增强

3.1 相变区形状

图 1 所示相变加载区的形状可以由(3)式完全确定。从(1)式计算出 σ_m 和 σ_e , 代入(3)式后简化可得到下面等式:

$$\bar{R}(\varphi) = \cos^2 \frac{\varphi}{2} / \left(\frac{-E + \sqrt{E^2 - E_0^2}}{2D} \right)^2 \quad (6)$$

$$\text{式中 } \bar{R}(\varphi) = R(\varphi) [2\pi(\sigma_m^c / K)^2]$$

$$A = (1 + 4\nu^2 - 4\nu)\mu^2 - 4(1 + \nu)^2/9$$

$$\begin{aligned}
 B &= (1 + \nu)/3, C = \mu^2(1 - \nu + \nu^2) \\
 D &= A + 3\mu^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2} \\
 E &= -3\mu^2 \sin \frac{\varphi}{2} \sin \frac{3\varphi}{2} \left(\frac{t}{d}\right) + A \left(\frac{t}{d}\right) + 4B \\
 F &= 4(3\mu^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2} + A) \left[\left(\frac{t}{d}\right)^2 (C - B^2) + 2B \left(\frac{t}{d}\right) - 1\right]
 \end{aligned}$$

$t/d = T/\sigma_m$, ν 为泊松比。

相变区的高度 \bar{H} 可由下式决定:

$$\bar{H} = \max\{\bar{R}(\varphi) \sin \varphi\} \quad (7)$$

上式同时也确定了相变加载区的最大角度 β , 这样就完全确定了相变区的形状。

当 $\mu = 0$, (6) 式可简化为:

$$\bar{R}(\varphi) = \frac{4}{9} (1 + \nu)^2 / (1 - \frac{1+\nu}{3} \frac{t}{d})^2 \quad (8)$$

若 $t/d = 0$, 上式与经典理论完全一致。

3.2 韧性增值

按文[5]的方法, 韧性增值可以由下式确定:

$$\Delta K = \iint_A \frac{1}{\sqrt{8\pi}} \frac{E}{(1 - \nu^2)} r^{-\frac{3}{2}} M(\epsilon_\delta, \varphi) dA \quad (9)$$

式中 A 表示相变区面积, $M(\epsilon_\delta, \beta)$ 由下式给出:

$$M(\epsilon_\delta, \varphi) = (\epsilon_1 + \epsilon_2) \cos \frac{3\varphi}{2} + 3\epsilon_2 \cos \frac{5\varphi}{2} \sin \varphi + \frac{3}{2} (\epsilon_2 - \epsilon_1) \sin \varphi \sin \frac{5\varphi}{2} \quad (10)$$

式中 ϵ_δ 相变应变分量, 在平面应变问题中 $\epsilon_3 = 0$ 因此由完全相变条件可知 $\epsilon_1 + \epsilon_2 = \theta$, 则:

$$\begin{aligned}
 \epsilon_1 &= \frac{1+\nu}{3} \theta - \nu(e_{11}^p + e_{22}^p) + e_{11}^p \\
 \epsilon_2 &= \frac{1+\nu}{3} \theta - \nu(e_{11}^p + e_{22}^p) + e_{22}^p \\
 \epsilon_{12} &= e_{12}^p
 \end{aligned} \quad (11)$$

式中 e_{ij}^p 表示相变等效应变。

从文[3]中可知, e_{ij}^p 应该与 s_{ij}/σ_e 成正比, 即存在关系式:

$$e_{ij}^p = \frac{s_{ij}}{\sigma_e} \epsilon_e^p = \mu \frac{s_{ij}}{\sigma_e} \theta \quad (12)$$

式中 $s_{ij} = \sigma_{ij} - \alpha_n$, 必须注意的是: 比值 s_{ij}/σ_e 必须由(2)式中的应力来确定。

公式(9)涉及到相当复杂的面积积分, 只能采用数值积分的方法。将积分分为相变加载区和尾区二部分。在尾区内, 由于没有进一步的相变变形, 在(9)式中应直接取 $\varphi = \beta$ 。

4 数值结果

本文取 $\nu = 0.3$ 对韧性增值进行数值计算, 得到了取不同 μ 和 T/σ_m 值时相变区高度 H 和韧性增值 ΔK 的变化曲线, 见图2和图3。从图中可以看到, 在 T/σ_m 为定值时, 随着 μ 增加, H 和

ΔK 均有所上升。到 μ 值大于 0.6 时, 其差值越来越大。因此 μ 值后的结果会更加接近实测值。从图中可知, $\mu = 0.4$ 的韧性值在 $T = 0$ 处的大小是 $\mu = 0$ 的二倍多。

当 μ 值固定时, 随着 T/σ_m 值减小, 总的来讲, H 和 ΔK 值也相应地变小。在 T/σ_m 小于零时 H 和 ΔK 的变化梯度很小, 而当 T/σ_m 为正值时变化梯度迅速增大。当 T/σ_m 趋近某一正值时, H 和 ΔK 会趋向无穷大, 韧性增值无法用上述解法求得。从图中可知, 随着 μ 增加, 这个临界值会变小, 使得变化曲线向左移动。从图中还可以看到, 若 μ 值小于 0.5 时, H 和 ΔK 随着 T/σ_m 减小趋向零, 而 μ 值较大时, H 和 ΔK 值在 $T/\sigma_m < -2$ 时会稍微有所上升, 变化梯度增大。

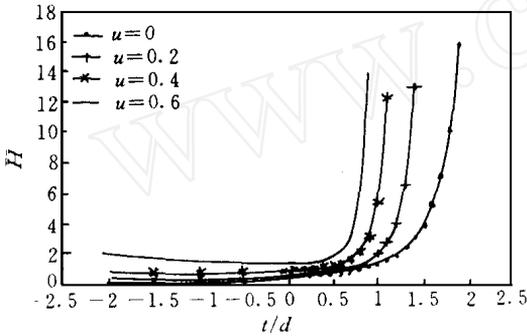


图 2 相变区高度 \bar{H} 的变化曲线

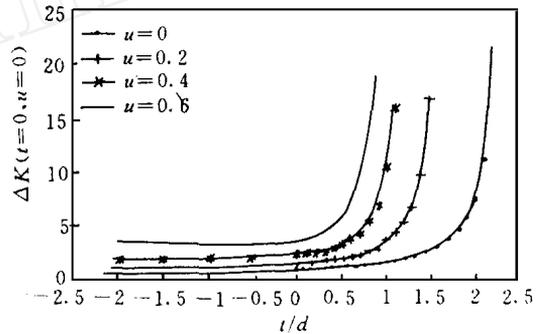


图 3 相变增值 ΔK 的变化曲线

计算中还发现, 当 $0.35 < T/\sigma_m < 0.65$ 时, 相变区形状会出现“楔形状”, 如图 4 所示。 H 值会存在两个峰值, 出现第一峰值的角度较小。随着 t/d 增大, 第二峰值会大于第一峰值, 而且楔形更加明显, 凹值相对越小。随着 μ 值增加, 开始出现楔形的 T/σ_m 值也相应变小。在文 [9] 中, Giannakopoulos 等采用主应力临界条件考虑相变屈服, 他们的计算结果中也出现了楔形状的相变加载区。对于 μ 值较大的 Y-TZP 材料的实验研究中^[5] 也发现了类似的形状。

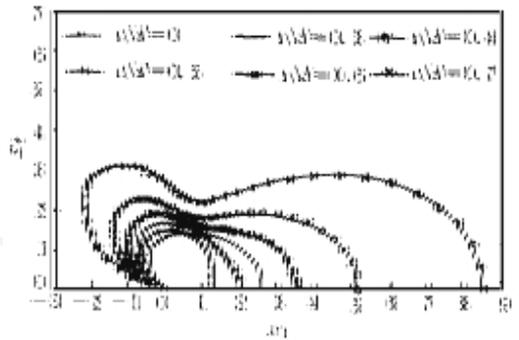


图 4 $\mu = 0.6$ 时相变区形状

当不考虑剪切效应时, 该计算结果与文 [9]

的结果完全一致。而且从 Stam 等^[3] 的有限元结果可知, 对于亚临界相变陶瓷, 若相变塑性变形 $\theta/(\sigma_m/E) < 0.1$, 则其韧性增值的计算也可按上述近似方法获得。

5 讨论和结论

1) 利用近似方法得到了相变增值随 μ 和 T/σ_m 值变化的趋势。通过数值分析, 我们能定性地解释实验中测得的韧性增值存在较强的尺寸效应的原因, 从而在理论上统一了实验结果。并且为解决真实陶瓷结构中的裂纹问题提供了理论基础。

2) 对相变陶瓷韧性测试工作有一定的指导意义。由于已知韧性增值随 T 值变化的曲线, 因此可以规定一些标准试件得到某些特殊值, 然后利用曲线推广到更广泛的试件几何下的韧性

增值。另外,该结果也可用来指导我们如何选择试件。由于负 T 应力值下 ΔK 的变化很小,试件几何尺寸影响很小,因此应选择具有负 T 应力的试件,目前广泛采用的短 DCB 试件就具有负 T 应力且裂纹扩展时几乎不变,而具有深裂纹的弯曲试件或长 DCB 试件均具有正的 T 应力,其韧性增值具有较强的分散性,且 T 值大于某临界值后,无法得到有用的结果。该结论与[5]的试测结果完全一致。

3) 从分析可知, μ 值增加会使韧性增值明显提高,特别是 μ 值较大时还会使 T 应力的影响进一步增强,使 ΔK 曲线中平稳阶段的 T 应力取值范围缩小,因此剪切效应是不能忽略的。而且我们还发现,随着 μ 值增加,相变加载区对韧性增值的贡献会超过尾区的贡献。

4) 虽然文中的限制条件,即亚临界相变和相变塑性变形很小,会使该方法仅适用于很小一部分材料,但是我们确信以上分析结论对相变塑性变形较大和亚临相变材料一定仍适用。由于采用了不同的有限元分析的几何形状和尺寸, Hom 和 McMeekin^[10] 的数值结果得到的 ΔK 大于文[1]的有限元结果。虽然他们并没找到造成差异的原因,但从本文分析不易得出它是由尺寸效应引起的。对亚临界相变材料的分析也证实了这点,其结果将另文发表。

参 考 文 献

- 1 Budiansky B. et al Int. J. Solids Struct. 1983, 19: 337
- 2 黄克智等. 力学学报. 1991, 23: 299
- 3 Stam G. Th. M. et al Int. J. Solids Struct. 1994, 31: 1923
- 4 Bazant Z. P. et al J. Am Ceram. Soc. 1990, 73: 1841
- 5 Marshall D. B. et al J. Am Ceram. Soc. 1990, 73: 2659
- 6 Lambropoulos J. C. Int. J. Solids Struct., 1986, 22: 1083
- 7 Amazigo J. C. and Budiansky B. Int. J. Solids Struct. 1988, 24: 751
- 8 Stump D. M. and Budiansky B. Int. J. Solids Struct. 1989, 25: 635
- 9 Giannakopoulos A. E. et al J. Am Ceram Soc., 1992, 75: 2671
- 10 Hom L. and McMeekin R. M. Int. J. Solids Struct. 1990, 26: 1211

Toughness Enhancement in Supercritical Transformation Ceramics

Zhang Xi Chen Zhenfu

Ye Yugong

(Central-South Institute of Technology, Hengyang) (Institute of Mechanics Chinese Academy of Sciences)

Abstract

In this paper, we examine the influence of the nonsingular stress terms on the toughness enhancement of small-scale supercritical transformation ceramics. The transformation yield condition includes the dilatational and shear effect. The formula for estimating the toughness enhancement is presented. It is found that the nonsingular terms can affect the toughness considerably, and the toughness curves are geometry dependent and their values increase with the shear effect increasing. The results may be very useful in the fracture toughness testing of transformation ceramics.

Keywords: *supercritical transformation, toughness enhancement, size effect, shear effect*

Stability of High Order Modes and Energy Distribution of Curved Pipe's Acoustic-elastic Vibration

Li Lin

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics)

Abstract

The paper studied high order modes of acoustic-elastic coupling vibration of curved pipe conveying fluid and its stability. The result shows that the coupling vibration of the system depends on stiffness ratio α , sectional characteristic ratio γ and mass ratio β between fluid and pipe structure. The product ξ of α and γ is an important factor that influences eigenvalue Ω^2 and stability of the system. At the end of the article, are given the critical values of ξ at which the system becomes unstable for first three modes of the system. For better understanding the vibration character and stability of coupling system, the writer also studied the distribution of modal energy of the curved pipe.

Keywords: *coupling vibration, stability.*

A New Solution for The Reissner's Plate Bending Problem

Wang Xiaoguo Qiang Shizhong Fan Jiashen

Jia Chunsheng

(Southwest Jiaotong University)

(Southwest petroleum Institute)

Abstract

In this paper, the perturbation method is applied to resolve the Reissner's theory of plate into the sum of a series of the Kirchhoff's theory of plate. Thus the Reissner's plate problem can be solved readily by means of the solutions of the Kirchhoff's plate problems.