

关于复合材料力学几个基本问题的研究¹⁾

范赋群

王震鸣

(华南理工大学工程力学系, 广州 510641) (中国科学院力学研究所, 北京 100080)

嵇 醒

黄小清

(同济大学工程力学系, 上海 200092) (华南理工大学工程力学系, 广州 510641)



范赋群, 1930年10月出生于南昌, 1953年毕业于南昌大学土木系。1959年毕业于清华大学工程力学研究班, 一直在华南理工大学任教力学, 现为教授, 曾任 ISCMS、ICCM-7组织委员, 现任中国复合材料学会常务理事, 中国力学学会第五届理事会理事, 中国力学学会固体力学专业委员会复合材料专业组组长。《力学学报》、《固体力学学报》、《复合材料学报》编委, 著有《复合材料力学》等书, 发表论文30余篇, 确立了复合材料的严格有效模量理论, 创立了复合材料的随机扩大临界核理论和耦合前屈曲二级线性理论。

摘要 复合材料力学是一种多层次的力学理论, 相(材料)通过复合(效应、工艺)形成复合材料。复合效应分为混合效应和协同效应, 其相应的混合律和协同律是复合材料力学理论的奠基石, 前者已形成理论体系, 后者有待形成体系。本文所论及的随机扩大临界核理论可解释多种形式的协同效应。此外, 本文还讨论了几个有关的力学问题。

关键词 两层次材料, 混合效应, 协同效应, 耦合前屈曲理论, 临界核理论

1 引言

历史不长的复合材料力学, 正处在发展之中, 对一些问题有不同看法是很自然的, 下面是我们对复合材料力学及其应用的部分看法。

力学既是物理科学的基础, 又是工程技术的基础。这里所理解的力学, 包括三大力学(古典力学、相对论力学和量子力学)和半理论半经验、经(实)验力学两部分(后者尚未形成理论体系)。引用谈镐生先生^[1]的几句话可说明力学在认识物质世界中所起的作用:“一切物理现象, 都在力学概念的基础上, 通过数学渠道, 取得深入的认识。凯尔文认为他对于一个物理现象, 假如不能取得一个力学的模型, 他就没有真正懂得它。”这里所说的一切物理现象自然包括了量子化学、分子工程、生物分子学和材料科学等现象。

研究复合材料的目的在于设计、制造和应用复合材料。材料界侧重造出材料(通过原材料、配方、工艺等), 力学界侧重算出材料或结构物的性能(通过三大力学等), 工程界则侧重综合应用, 出产品。如能算出, 就能实现材料设计。

关于“复合材料”一词, 可有不同理解, 不求划一。力学界可按认识论、方法论, 将“能由细观量导出宏观量的材料”都称作复合材料。这样, 多晶体也可视作复合材料。水分、气泡也可视为相材料了。所以, 复合材料的覆盖面正在日益扩大:原来不是复合材料的可成为

¹⁾ 国家自然科学基金资助项目。

是；另外，还有新品种出现（如纳米复合材料、仿生（或生物）复合材料、智能复合材料等）。

按上所述，能进行两层次分析与计算的材料便可称为复合材料（包括悬浮液）；而复合材料力学则是一种两层次的力学理论，是亚微观力学的发展。其核心问题是通过复合效应由相材料造出（或算出、设计出）具有指定宏观性能的复合材料及其结构物。对于力学，则体现在建立两层次的力学量之间的转换关系，通常使用的是宏观量。复合效应分为两类：混合效应和协同效应。

混合效应 它与刚度问题密切相关，有力学模型，有混合律（如有效模量理论，有严格解的仅是极个别情形）。基于此已形成了各种线性与非线性、经典与非经典的力学理论体系。其主要特点有：各向异性、具有耦合变形、剪切刚度较低、本构关系复杂，因此会出现许多新现象和新问题。

协同效应 它与强度、破坏等现象密切相关，主要来自有新的“相”生成和相材料的各种就位（*in situ*）特性。细观非均匀性、制作工艺、随机因素等对它的影响也较大。尚无适当的力学模型。但文献[2,7,8]的随机扩大临界核理论模型，能较好地解释多种形式的协同效应。

复合材料及其两层次论的观点的覆盖面将会越来越广。

2 关于复合材料与复合材料力学

复合材料通常是指由几种材料（相）复合而成的材料。这里隐含着：每一相材料很细小且众多；作为宏观复合材料的性能可通过复合效应由相材料所决定，即由其细观结构所决定。否则便是组合结构了（如两层的双金属梁，用不着分细观或宏观）。

所谓细观结构，一般而言，与通常理解的结构是不相同的：①其每相材料的性能不能由其自身的应力状态等所决定，即不是材料常数，具有就位性。例如，纤维的拉伸强度是与其长度有关的，纤维在复合材料里就位后，应按多长计算？！②研究细观结构的侧重点在于总体（宏观）表现，宏观复合材料是它的宏观化身（从代表性体积单元得出等效体，是其范例）。③复合所形成的界面，占的份量大，乃至可成为“第三”相（介相）。④它是随着加载过程而变化的（如局部损伤、破坏及其对邻域的影响）。

按层次，复合材料力学有三方面的问题：细观，宏观，以及由细观到宏观。其研究方法虽然绝大多数都是推广使用连续介质力学的理论与实验方法，但必须注意其方法的适用性，以及是否有意义。因为现在研究对象的物性和范畴与以往不同，所以力学模型、实验与理论方法都应有个相适应的发展，要引入新内容和新方法。例如，高分子材料的制备和复合工艺都涉及化学反应，这就须发展和应用分子反应动力学来研究这一问题了；再如，若引入理性连续介质力学，便可计及物质点的微结构，以及相变、电磁效应等。

在通常的复合材料力学里，要同时用到细观、宏观、大宏观三个层次上的量¹⁾，必须严格区分。

复合效应是原相材料及其所形成的界面（介相）相互制约、相互补充的总称，它可归结为两类（或两部分）：其一为混合（“1+1=2”或“平均”）效应。它与刚度问题密切相关。对此，有力学模型（代表性体积单元——等效体），有基本律（各类混合律，如有效²⁾模量理论），业

¹⁾ 如：纤维、基体的细观应力，某单层的宏观应力，叠层的大宏观应力、大宏观泊松比为负值、大宏观面内零膨胀设计。

²⁾ 注意“有效”二字暗示着只对混合效应生效。这里包括了宏观应力、应变的定义。

已形成了力学理论体系。另一为协同 (“ $1 + 1 \neq 2$ ” 或 “非平均”) 效应¹⁾ 有关强度与破坏等各种就位特性都属这种情形。协同效应有正有负 (有得有失)。关于协同效应的力学模型和协同律尚未有定论，且与诸多因素 (如界面、工艺等) 有关，随机因素的影响也较大，是理论上的大难点。

按层次和方法论，Z.Hashin^[3] 将复合材料力学分为 4 个流派：唯象派、理性派、基础派 (fundamentalist, 由细观导出宏观，主流派，有兼并其它派的趋势) 和物理微观派 (不用连续介质的概念²⁾)。不论什么流派，最终要利用的还是复合材料的宏观性能，要重新认识和改进传统材料，要复合造出和设计出更能满足人们要求的新材料和新结构。

自然界中的物质有多种层次，从宇观的宇宙体系，宏观的天体和常规物体，细观的颗粒、纤维、晶粒、到微观的分子、原子、基本粒子……。实际上，还可派生出若干层次，如大宏观^[2]、介观、亚微观等等。通常理解的力学是以研究天然或人工的宏观对象为主体，有时也涉及宇观或细观甚至微观各层次中的对象以及有关的规律。而通常理解的复合材料力学则是研究宏观和细观两层次上的力学问题，关键环节是由细观量导出宏观量。对于材料界，体现在通过复合效应造出复合材料；对于力学界，体现在算出复合材料的性能，即建立细观量与宏观量之间的关系 (确定论或概率论)，这也是细观力学 (micromechanics) 的核心内容。这部分内容可称为介观力学 (mesomechanics)。但也有人认为介观力学就是细观力学。

总之，能进行两次分析的材料便可称复合材料。这是人们对材料、对力学的认识的深化，用以实现“设计材料”的夙愿。

由基体 (树脂、金属、陶瓷、水泥、橡胶……) 和增强 (各类长、短纤维——包括光纤、织物、晶须、颗粒、片晶、填料、水份、气泡、微生物……)，通过复合工艺 (效应) 形成界面 (介相——可包括原相材料性能的改变)，而构成各式各样的复合材料。其品种万千，细、宏观性能各异，使用环境和工作条件也千差万别。通常，基体、增强和界面这三个角色，集体反映了原相材料和复合效应的总效果。三者之中谁起主导作用，是随问题不同而不同的，不能一概而论，只能在特定条件下进行研究 (给定品种、环境和加载条件)。这里还没涉及分子级的复合材料。

3 关于混合效应

对于宏观均匀复合材料的混合效应的基本理论 (如有效模量理论，包括有效湿热膨胀系数)，现已研究得比较透彻了，但能找到严格解的^[2] (在均匀应力和均匀应变两种边界条件下的两个解重合，且可向邻近单元连续开拓及整体)，似乎只有颗粒增强和单向连续纤维增强复合材料。对于后者，用复合圆柱族模型能求出 4 个有效模量的严格解，然而第 5 个严格解 G_{23} ，对于这个模型却是不存在的 (即前述的两个解不重合)，要改用三相模型求出。对于实际应用，要强调的是实用解而不是严格解。

基于混合效应，复合材料叠层结构可具有剧烈的宏观物理耦合变形，致使现有的某些力学理论会出现严重困难，譬如压弯耦合可使现行的临界力理论失效。过去在求壳体临界力时所遇到的困难，在于几何耦合变形。现在，对于复合材料，所遇到的困难就更大，因为它兼有物理耦合和几何耦合。为了研究这个问题，文献 [2,4,5] 提出了经典理论范围的“非线

¹⁾ 协同效应可以很剧烈，例如^[2]：断裂能为 7N/m 的玻璃纤维与断裂能为 220.5N/m 的塑料复合成的复合材料，其断裂能约为 175000N/m ，比其组分的大几个数量级。

²⁾ 如：物理力学、量子化学和分子设计。

性 - 耦合前屈曲二级线性 - 线性”的临界力理论，并为算例证实有效。同时还指出：①线性理论可给出与非线性理论完全不同的结果；②全量与增量形式的线性理论给出相同的临界力；③现有文献中的线性理论几乎都采用了增量齐次边界条件，其中许多算例不能保证失稳时临界力不变动。

基于混合律，可建立叠层结构的各种几何 / 物理线性与非线性、经典与非经典理论的控制方程，并研究其求解方法、综合优化方案。它们促进着固体力学沿纵向深入发展，也推动了复合材料结构的工程应用，成果辉煌。另一方面，由于复合材料的多种多样，还有许多情形的混合律的具体形式未能建立。例如，相几何较复杂的情形（如短纤维、三维编织（无脱层现象）或相互贯穿三维网状复合材料等），相物理较复杂的情形（如塑性、黏性、损伤、电磁性能等），或很大的大变形问题（如橡胶复合材料）等等。此外，还有各种各样的功能材料、智能材料、分子自增强材料的本构方程的问题。学科间的渗透与借鉴也是值得注意的，新近有用应力分析的方法来预报半导体材料的电学性能的研究^[6]；亦有研究生物活组织的发育、萎缩和畸变与其中应力分布的关系（生长与应力的相关性）的报导。

对于混合效应、薄弱环节、界面等因素通常无明显作用。

4 关于协同效应

协同效应指的是不属于混合效应那一类的复合效应。协同效应的例子是很多的，诸如：混杂纤维的混杂效应，叠层材料的叠层效应（某一单层材料的 5 个沿轴强度 X 、 X' 、 Y 、 Y' 、 S 不总是材料常数，尤其是 Y 和 S ），交迭（crossover）效应，材料强度的尺寸效应，界面及工艺的影响，等等。协同效应变化万千，也往往比混合效应剧烈，是复合材料的本质特性，其潜在性能是研制开发新材料的宝库。可惜人们对这一重要领域的认识还不多，其力学模型、参量表征、基本规律（协同律）都未充分建立，众说纷纭。

有关强度、破坏与疲劳等问题是当前研究协同效应的侧重点。回顾叠层强度理论的发展^[2]，有助于理解复合材料强度问题的实质。最基本的（也是最早的）想法，是在经典叠层理论应力分析的基础上，沿用传统强度理论的基本方法（但要考虑各向异性和拉压强度不同等因素）。由于这种方法具有局限性，因此研究者力图提高应力分析的精度，采用三维弹性力学解，甚至使用纤维和基体的细观应力来建立强度条件。又由于在实验确定基本强度参数和应力分析时遇到很大困难，兼之考虑到材料性能的分散性，所以又改为采用概率统计的方式来描述强度，并考虑各种形式破坏的可能性。基于对协同效应的初步认识，又将基本强度参数改为就位强度。这样一来，复合材料强度理论只是保留了传统强度理论的形式（放弃了传统强度理论的基本出发点——材料某处的强度由该处的应力或应变状态所决定），内容上则发生了质的变化。这一质的变化是什么？目前还没有统一的认识。有的研究者试图发展复合材料损伤力学和复合材料动力学来解释有关复合材料的强度问题，进行了许多有益而艰巨的工作，需专门另行讨论。以下仅论述复合材料统计断裂力学的解释方法。

为了要定义细、宏观两个层次上的破坏，而且要解决“过渡”问题，较为合适的还是采用材料力学和断裂力学中关于疲劳裂纹的解释，即细观裂纹的生成与扩展，最后引发宏观裂纹的失稳扩展而告毁。但是，在复合材料中的“裂纹”并不像均质材料的那样简单（条状），且可沿任意薄弱方向扩展，故宜采用三维的破坏源（或称缺陷源、破坏核、裂纹核、损伤核）。作为表征破坏的量，采用应力、应变并不合适，因为两个层次上的定义不同，何况复合材料的应力、应变在表征宏观破坏现象时是否有效，仍是问题。用能量来表征就没这个问题。但

是，最佳选择可能还是采用破坏概率，它既可反映破坏发展的随机过程，又容易从细观过渡到宏观。为了克服复合材料力学中基于链式模型的一维裂纹扩展统计理论所固有的缺点，文献 [2,7,8] 提出了随机扩大临界核模型和理论，以定量描述前述破坏的随机过程。大意如下：

复合材料中总存在一些微观或细观的缺陷源，随着外载的增加，最不利者先稳定扩展，次不利者随之相继扩展，……，同时又有新的缺陷源生成；……；当至少一个缺陷源沿三维方向扩展到某一临界尺度（称之为临界核）时，该缺陷源必将快速失稳扩展（由此定义复合材料的宏观破坏）。

临界核的尺寸由宏观缺陷失稳扩展的条件算出，是个小量。纵向拉伸时，对于单丝排列的单层模型，约为 $(2\text{--}7)d_f \times$ (数倍拔出长度)，对于丝束增强的单层，约为 $(1\text{--}5)d_{fb} \times$ (数倍束的拔出长度)。这里的 d_f 为纤维直径， d_{fb} 为纤维束直径。由于临界核很小，所以破坏概率的计算比链式模型精确得多，同时还计及了先于纤维断裂的基本银纹、龟裂和界面的作用。

临界核模型和理论应有较大的通用性，可是目前对一些较为复杂的情形还不会计算，也缺少相材料等的统计实验资料。虽是如此，现在还是能解算一些较简单、规则的重要问题。如单向纤维增强复合材料的纵向拉伸破坏问题（纵向拉伸强度^[7,8,12]，尺寸效应^[8]，人工缺口^[9]，层内^[10] 和层间^[11] 混杂纤维——包括混杂效应，纤维束增强^[13]），正交叠层的拉伸断裂与破坏^[14]。求解时要逐步解算应力重分布、计算破坏概率。作者们相信这批解答比已有解合理（有些过去还没有定量解），也更接近实际。

5 结束语

“复合材料”一词虽来自对某些人造材料的研究，却引发了人们对材料认识的深化——通过复合效应的细观分析来认识材料和造出更好的材料。这一情况可用“两层次材料”一词来概括。

对于细观分析，至今还没有一套完整的理论。对于某类问题（如混合效应），界面和工艺等因素作用不大，由细观就可导出宏观；但对另一类问题（如协同效应），就有需要考虑更细小的成分，如界面。界面只有几层外层原子层，其厚度为纳米 (10^{-9}m) 级，属表面物理的范畴，并与化学工艺（量子化学）有关，用电镜仔细观测都是困难的。目前的力学分析只能用实验数据粗略顾及（如拔出实验）。如果能用量子力学来定量处理界面和工艺问题，就可能改观协同效应的研究。从另一角度来看，两层次材料也包括分子级的复合材料，这类材料的研究势必借助物理力学的方法。与物质的粒子结构论相反，理性连续介质力学是复合材料力学理论研究的另一途径。

复合材料的细、宏观问题都是十分复杂的。能确立力学模型、建立方程（含求解条件）、和找到严格解并为实践（验）所证实的，虽是少数典型，却据此确立了理论体系。对于大量实际问题，尚须进行具体分析，在建立模型、方程和求解三个方面都要作出合理处理与简化，以寻求实用解（近似解、数值解、模拟解、实验解）。对于绝大多数协同效应问题（包括界面和工艺因素），连力学模型都未确立，还不能提炼成数学问题，须遵循认识论：实践——理论——实践，逐步加以认识。

复合材料力学的公式有 3 类：理论公式、半理论半经验公式和经验公式。由于理论的前提条件偏于理想化，其结果有时不及半经验、经验公式。鉴于此，宜大力促成设计计算“规范化”（包括与公式相匹配的材料数据的标定）。

复合材料力学在我国大百科全书中是属于应用力学或工程力学中的一个分支，是力学在工程技术方面的应用的结果，而不是纯粹的力学理论问题。尤其是在当前的形势下，必须结合新材料、新结构的研制、开发与应用紧密地配合生产，更多的在应用上下功夫，使之转化为生产力，复合材料力学才能得到发展与提高。

参 考 文 献

- 1 谈镐生. 力学和它的发展. 现代科学技术简介. 科学出版社, 1978
- 2 周履, 范赋群. 复合材料力学. 北京: 高等教育出版社, 1991
- 3 Hashin Z. Failure criteria for unidirectional fiber composites. *J Appl Mech*, 1980, 47(2): 329-334
- 4 范赋群等. 复合材料叠层板前屈曲二级线性理论及混合与协同效应. 上海交通大学学报, 1990, 24(5,6): 63-70
- 5 张元亿, 黄小清, 范赋群. 复合材料叠层板耦合前屈曲二级线性理论. 华南理工大学学报, 1991, 19(2): 8-14
- 6 Liang H C et al. Two-dimensional state of stress in a silicon wafer. *J Appl Phys*, 1992, 71(6): 2863-2870
- 7 Fan F Q, Zeng Q D. A new statistic model of crack propagation in a unidirectionally fiber-reinforced composite. In: Proceedings of ISCMS, 1986: 465-470
- 8 Fan F Q, Zeng Q D. A randomly enlarging critical core theory of unidirectionally fiber-reinforced composites. *Science in China, Series A*, 1994, 37(5): 618-628
- 9 曾庆敦. 割口复合材料的应力集中及强度问题研究. 华南理工大学学报, 1994
- 10 Zeng Q D. A statistical analysis of the tensile failure and hybrid effect of an interply hybrid composite. *Int J of Fracture*, 1994(Submitted)
- 11 Zeng Q D et al. A random critical-core theory of microdamage in interply hybrid composites I: First failure and hybrid effect. *Comp Sci & Tech*, 1993, 49: 341-348
- 12 Deng L B et al. Statistical analysis of failure of unidirectionally fiber-reinforced composites with local load-sharing. *Int J of Fracture*, 1993, 59: 69-81
- 13 邓梁波, 范赋群. 纤维束增强复合材料细观统计破坏理论. 力学学报, 1993, 25(4): 419-426
- 14 曾庆敦, 马锐, 范赋群. 复合材料正交叠层板最终拉伸强度的细观统计分析. 力学学报, 1994, 26(4)

(本文于 1994 年 7 月 20 日收到)

~~~~~

### 首次中日湍流研讨会在京召开

由清华大学和日本“湍流数学模型”前沿研究组联合举办，我国清华大学张兆顺教授，日本大阪大学三宅裕教授任主席的中日湍流研讨会 1994 年 10 月 29 日在清华大学召开。天津大学周恒院士及来自清华大学、北京大学、天津大学、北京航空航天大学等单位在湍流研究中有较高造诣的学者参加了交流。日本湍流与计算流体力学专家大官司久明、木田重雄教授等 10 位日本学者共同就湍流研究中相干结构、涡动力学、湍流模式、DNS、LGS 及流动显示等方面的新进展进行了热烈深入的讨论。学者们对双方的研究进展有了更进一步的了解。

日本在数值模拟、流场显示方面有明显的优势，而我国在湍流模式及实验研究方面有一定特点。由于计算机条件的限制，在数值模拟方面，我国与日本还有较大差距。

近年来，由于日本文部省对湍流基础和应用研究的大力支持，仅从 1991—1993 年的 3 年中就拨款 9 亿多日元的经费，支持 30 位日本学者从事湍流的研究。中国在湍流研究方面已有很好的基础，只要有足够的经费支撑，是可以做出世界水平的研究成果。为此，中国专家呼吁国家科委、国家自然科学基金会、国家教委等有关部门对湍流的基础研究给予大力的支持。

据悉，应日本方面提议，下一次研讨会定于 1996 年 10 月在北京大学召开。双方都希望每两年举行一次这样的研讨会，以加深双方的了解和各自研究成果的交流。

此次会议论文集将由万国出版社正式出版，于 1995 年 4 月在国内发行。