

平板内后分叉的局部化带¹⁾

李国琛 黄 涛

(中国科学院力学研究所, 北京 100080)

摘要 已知剪切带状分叉将引发裂隙 为模拟其后继效应, 本文利用大应变有限元的空单元技术设计了自动释放损伤单元内残余应力的方法 这种损伤松弛可以具有各向同性或各向异性的性质 结果显示, 受单向拉伸平板中心的水平裂隙会向斜角方向辐射局部化带, 带内有明显厚度颈缩及平面错动 由此说明实验所观察到的这类局限于带内的变形应属于后分叉的效应

关键词 局部化、后分叉、颈缩

引 言

承受单向拉伸的金属板材, 在后期会在斜角方向出现局部化带, 带内集中有厚度颈缩和剪切错动^[1,2]。一种传统的说法, 认为剪切型失稳出现在平板中具有零法向应变的方向上^[1]。但这种说法不能解释和说明激发它的原因 我们最近的一些研究成果又表明^[3,4]: 从分叉理论所导出的剪切带将是沿着近乎与单向拉伸轴相垂直的方向 也就是说, 分叉扰动本身没有这类倾斜的局部化带形态

研究结果又揭示^[3,4], 分叉时刻会伴随激发高三轴张应力, 尤其是在板层中面区 这就解释了实验^[2]所观察到的现象, 靠近板中面层的空洞分布量较高 由于分叉时的剪切带很窄, 其长度范围也有限, 可以认为分叉形成一条空洞化程度很高的裂隙 裂隙方向处在与拉伸轴相垂直的水平线上 其绝对长度与板宽相比仍然可以认为是较短的

本文采用大应变有限元计算方法^[5]和空单元技术^[6]模拟这类短裂隙的后继效应或称后分叉效应 但以往的空单元算法^[6]未曾交待如何处理单元空化前所残留的应力释放问题 为符合受损材料性能的情况, 本文设计了释放空单元内残余应力的方法, 以模拟应力松弛

计算模拟的结果表明, 短裂隙确实会在斜角方向上引发局部化带, 带内有明显的厚度颈缩和平面错动 文中还研究了空单元内残余应力的释放速度和其他因素对平板的宏观性能和局部化带的作用

1 计算的模型和方法

设有一单向受拉平板试样 由于它的几何和受力的对称性, 计算分析时仅需取其四分之一区域即可, 如图 1(a) 所示 图中四边形网格(除过渡区以外)又被分为四个等应变三

¹⁾ 本文受到中国科学院基金、中国科学院力学研究所非线性连续介质力学开放研究实验室和国家自然科学基金(19572074)联合资助

1995-03-08 收到第一稿, 1996-01-04 收到修改稿

角形 当试样被拉伸到一定名义应变之后(以后取为 $\Delta L / L = 0.1$), 在中心区假设分叉引发一排空单元代表裂隙 图 1(b) 给出了裂隙的细部放大情况, 短的取两个(黑色单元), 长一些的取到六个(加长到阴线区); 分别相当于裂隙的长宽比为 4: 1 与 12: 1. 因此均可作为细长的裂隙条, 但这样的长度相对板宽而言仍然是短的

试件两端的均匀拉伸受控于逐渐增大的名义应变 $\Delta L / L$. 计算时, 取它为广义时间 t , 每个增量计算增加一个 δt . 加载端的切向是自由的, 即各结点无切向力 以后也会比较加载端受约束(切向位移为零)的情况 试样的侧边为无应力的自由边 两个对称轴上的条件是各自的法向位移和切向力均为零

采取逐极更新拉氏坐标体系下的大应变有限元计算的原理和方法已有过详细论述^[5], 这里不再赘述 图 1(a) 中共有 1 427 个结点和 2 742 个平面应力三角形单元 在名义应变 $\Delta L / L = 0.1$ 时先按图 1(b) 所示情况取空单元 之后, 任一单元内的等效应变达到规定的临界值 ϵ_c , 也将被空化

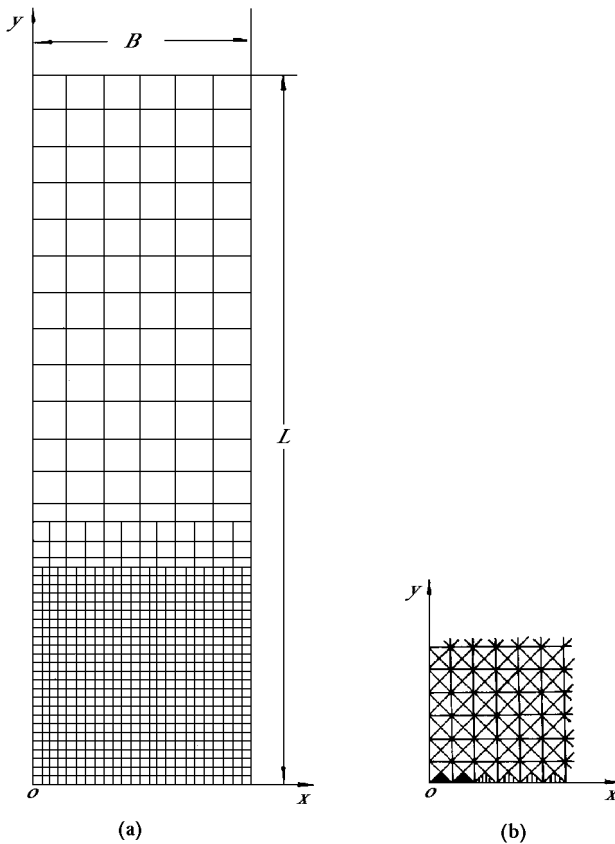


图 1 (a) 有限元网格, (b) 起始空单元
Fig. 1 (a) Finite element mesh, (b) the initiation of empty elements

图 2 示意了空单元内应力的松弛方案 受损单元内应力 σ 本应随应变 ϵ 的增加而降低, 但直接引用应变软化模型会在计算过程带来刚度矩阵的不稳定以致发散现象 本文设计的模型是将实线所示的软化过程在数值上分解为虚线所示的锯齿型虚拟路径 每一齿代表一个计算增量过程 其中, p 是空单元受周围单元带动而随意变形; 由于该单元不再提供刚度, 因此是在维持原有残余应力控制下的塑性变形 e 则是弹性卸载路径, 在每个

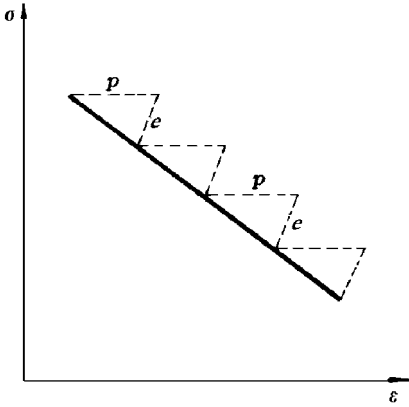


图 2 残余应力释放的示意图

Fig. 2 Schematic demonstration for the relaxation of residual stress

计算增量中同时对空单元施加与原有残余应力相反的松弛应力 实现 p 路径很简单, 只要在各增量计算所形成的总体刚度矩阵中不让该单元的局部刚度进入即可. 下面着重介绍如何计算反向结点力 $\{f\}$ 以实现 e 路径卸载 计算所得反向结点力应归入载荷列的有关位置上, 这样左端项的总体刚度就不受影响

设已知在达到需要空化时单元内的应力状态 σ 现给定在下一个计算增量中应力的松弛量为 $-d\sigma$ 在各向同性损伤时可以假定各个松弛分量是按同一比例卸载 也可以对不同方向规定不同的松弛比例, 以模拟损伤的各向异性 计算反向结点力共需三个步骤

(1) 由给定的应力松弛量 $\{d\sigma\}$ 确定应变增量 $\{d^{(e)}\}$

一般地可以写作

$$[D] \{d^{(e)}\} = - \{d\sigma\} \quad (1)$$

其中 $[D]$ 是弹性刚度 各松弛应力量相对各自原有的分量可以是同比例缩小(各向同性), 也可以是不同比例的(各向异性).

(2) 求解相应的结点位移回弹量 $\{\delta\}$.

由有限元计算可知位移与应变的增量关系

$$[B] \{\delta\} = \{d^{(e)}\} \quad (2)$$

矩阵 $[B]$ 的元素都是常量, 决定于结点位置和单元面积 显然(2)式所包含的方程个数尚不足以求解各个位移回弹量 所差的方程可借助于有限元方法中单元刚体位移和刚体转动为零的条件

(3) 确定反向的结点松弛力 $\{f\}$

$$\{f\} = [B]^T [D] [B] \Delta \{\delta\} \quad (3)$$

此式为有限元方法中熟知的根据结点位移回弹来计算结点力的公式 在平面问题中每个单元

$$\{f\} = [X_i Y_i X_j Y_j X_k Y_k] \quad (4)$$

共有六个结点力分量

这样在每个计算增量中, 一方面不使空单元介入左端总体刚度以体现该单元无刚度的自由扩展 p 中径, 同时又在右端载荷列中加入(3)式所规定的反向结点力以达到弹性卸载的 e 路径 两个路径合二为一后成为图 2 所示的实线路径

为得到稳定的计算结果, 计算增量应取得足够小 例如, 本文所作算例均采用了约 1000 个计算增量, 每次名义应变值的增量仅为 2×10^{-4} . 每个增量的计算无需迭代, 可使

执行程序简单, 每个计算增量后都要按所求得位移增量更新各结点的空间位置, 各单元内的应力, 应变及塑性模量等也要逐项更新. 在已达到空化的单元内, 则要将松弛的应力从原有的残余应力中扣除并规定下一步增量中所需松弛的百分数

2 空单元应力松弛对宏观响应的作用

取试样的长宽比 $\rho = 3.25$. 经过计算在名义应变达到 $\Delta L/L = 0.1$ 之前, 试件中确实为均匀的单向拉伸状态, 当名义应变 $\Delta L/L = 0.1$ 之后, 取中心区有一排单元被空化(如图 1(b) 所示的两个黑色三角). 单元内应力松弛率可定为

$$\theta = \delta\sigma / \delta\epsilon \quad (5)$$

其中 $\delta\sigma$ 为在计算增量 $\delta\epsilon$ 内尚存残余应力所要松弛的百分数, 因此 θ 不会是正值, 以下计算中选用了 $\theta = 0, -5, -25, -50, -500$. 以 $\theta = -50$ 为例, 其含意是: 试样中每增加 2×10^{-4} 的名义应变则空单元内应力就松掉 1%, 其他情况可依次类推. 为便于比较, 以下各算例中 $\delta\epsilon$ 值被固定为 2×10^{-4} .

设平板材料遵循熟知的 Prandtl-Reuss 增量规律, 即不可压缩的塑性幂硬化公式

$$\sigma_e / \sigma_y = (\epsilon_e / \epsilon_y)^n \quad (6)$$

其中 σ_y 和 ϵ_y 分别是屈服应力和屈服应变(取为 $\epsilon_y = 0.0018$), σ_e 和 ϵ_e 则为各单元内的等效应力和等效应变, 硬化指数 $n = 0.14$. 在拉伸过程中其他单元被空化的条件是: 单元内等效应变达到临界值 $\epsilon_c = 0.8$.

基于以上参数, 图 3 绘制了选用不同应力松弛率 θ 的计算结果. T 是加载端所承受的平均名义应力, 为标准化, 除以屈服应力 σ_y . 横坐标是名义应变 $\Delta L/L$. 在 $\Delta L/L = 0.1$ 之前, 试样中无损伤并处于均匀应力状态, 名义应力-应变曲线遵循 $n = 0.14$ 幂硬化的部分可以略去不表. 由图可见, θ 值的变化将极大地影响材料的可拉伸度. 没有应力松弛的 $\theta = 0$ 情况对应着最大的拉伸度. 松弛愈快, 韧性愈小. 试算也表明, 改变临界值 ϵ_c 也会影响拉伸度. 大体上说, 拉伸度与 ϵ_c 值的大小成正比, 不再一一列举. 需要说明的是, 所取 θ 值的效果是使空化单元在每个计算增量 $\delta\epsilon$ 过程中按 $\delta\sigma$ 百分比松弛所残余的应力, 因此残余应力只会随着计算增量次数的增加逐步接近零但不会达到或超过零.

3 带状局部化变形的演化

以图 3 中 $\theta = -25$ 为例, 图 4 展现了拉伸到不同名义应变值(a) $\Delta L/L = 0.153$, (b) 0.164 和(c) 0.176 的局部化变形状态. 图中标注了厚度变化 $\Delta h/h_0 (= (h_0 - h)/h_0)$, 其中 h_0 与 h 分别为初始和瞬时板厚. 在平面内的分布情况. 由具有等值的轮廓线可以清楚地看到, 在最早被空化的板中心区域厚度减薄最为严重. 由此幅射出带状颈缩变形. 初始时局部化带与水平轴线的夹角为 30° 左右(见图 4(a)), 发生在名义应力 T 开始下降时. 以后, 随变形增大倾角逐渐接近 40° . 按照零法向应变准则的实验判断, 受单向拉伸时的倾角应是 35.30° ^[1]. 以上模拟结果与这一结论很接近.

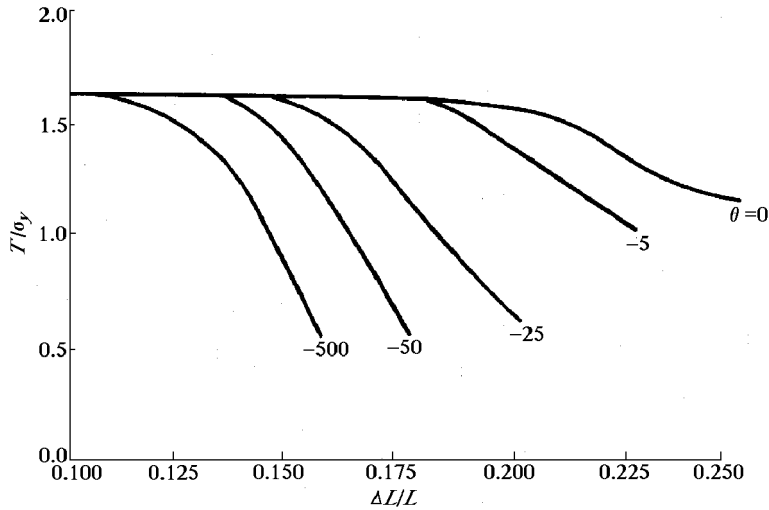


图 3 单向拉伸板材受损后在不同松弛率下($\theta = 0, -5, -25, -50, -500$)的宏观响应
 Fig 3 The overall response of plane sheet loaded uniaxially and damaged with different rate of relaxation ($\theta = 0, -5, -25, -50, -500$)

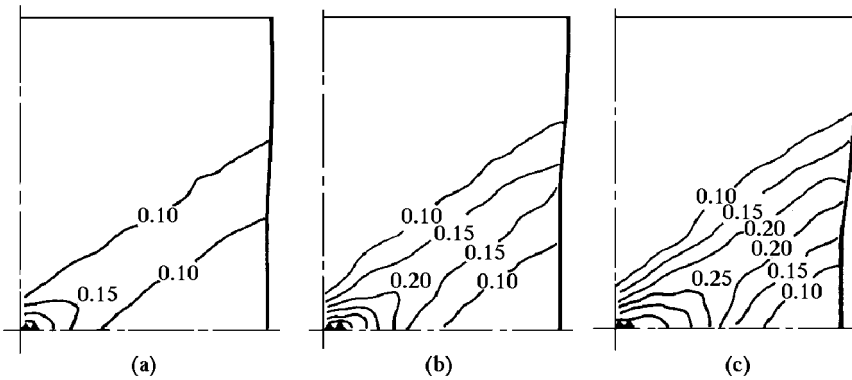


图 4 不同拉伸度下(a) $\Delta L/L = 0.153$, (b) 0.164 , (c) 0.176 局部化带内厚度颈缩 $\Delta h/h_0$ 的轮廓图
 Fig 4 The contours of thickness necking $\Delta h/h_0$ in localization band at different stages of elongation ((a) $\Delta L/L = 0.153$, (b) 0.164 , (c) 0.176)

取 θ 为其他值时, 也有类似结果。一般来说, 可拉伸度愈大, 材料韧性愈好, 在局部化带内厚度颈缩也愈为突出。由图 4 可见, 板平面内也会出现板宽颈缩, 由此带动, 在外缘线的反弯点处会有明显的剪切错动变形。错动值随名义应变的增大而增大。此外, 局部化带的带宽及带内的厚度颈缩也与名义应变成正比地增加。这些情况都与已有的实验报导^[2]定性相符。

如将 $\Delta L/L = 0.1$ 时所启动的空单元由图 1(b) 所示的二个延长为阴影线区的六个单元, 计算结果也与以上相似。只是倾斜的局部化带会以新的裂隙端口射出, 因此整体向侧边外缘推移。为模拟损伤的各向异性, 可以对平板的 x 和 y 两向取不同的松弛率 θ 值。结果表明, 在单向拉伸情况下, 材料的宏观力学响应和局部化特征将主要服从于拉伸轴 y 方向的 θ 值, 而与 x 方向的取值基本无关。最后, 若保持试件长宽比 $p = 3.25$, 但改变加载端的边界条件, 从自由拉伸时无剪切约束改为加载端侧向位移为零。计算结果也相类似, 只是倾角会略微减小。由此可见, 启动裂隙的长短(相对板宽仍然较短)、表征受损材料的空单元在各方向上的异性以及具有足够大长宽比板材加载端的侧向约束均不影响局部化带

演化的主要特征 这就为出现局部化带的必然性提供了说明

4 结 论

广泛的算例表明, 由板中心的损伤裂隙会激发倾斜的局部化变形带. 带内变形特征与实验现象相符. 由此支持了我们在前文[3]中的猜想: 局部化带是一种后分叉现象. 为抑制这类局部化变形提高板材韧性, 应从推迟分叉抑制空洞化发展入手.

参 考 文 献

- 1 Chakrabarti A K, Spretnak J W. *Metallurgical Transactions A*, 1975, 6A (4): 737
- 2 Zhu C, Hong Y S, Li G C. *Materials Science and Technology*, 1993, 9(11): 1037
- 3 李国琛, 朱辰. *力学学报*, 1994, 26(1): 31
- 4 Li G C, Zhu C. *Int J Plasticity*, 1995, 11(5): 605
- 5 李国琛, 耶纳 M. *塑性大应变微结构力学* (第七章). 北京: 科学出版社, 1993
- 6 Tvergaard V. *J Mech Phys Solids*, 1982, 30(6): 399

LOCALIZATION BAND OF POST-BIFURCATION IN PLANE SHEET

Li Guochen Huang Tao

(Institute of Mechanics, Academia Sinica, Beijing 100080, China)

Abstract In order to simulate the subsequent effect caused by the flaw which is initiated at shear-band bifurcation, a large-strain finite-element analysis is employed with an empty-element technique designed to automatically release the residual stresses in the damaged elements. The damage relaxation can have either isotropic or anisotropic property. It is demonstrated that inclined localization band does radiate from the flaw in plane sheet loaded uniaxially. Thickness necking and plane shearing can be obviously seen in the band. This fact supports the view that such bands observed in experiments are associated with post-bifurcation effects.

Key words localization, post-bifurcation, necking