

坡面降雨径流和土壤侵蚀的数值模拟¹⁾

戚隆溪

黄兴法

(中国科学院力学研究所, 北京 100080) (中国农业大学东校区, 北京 100083)

摘要 利用水力学原理建立了坡面降雨径流和土壤侵蚀模型, 分别采用特征线法和有限差分法对径流量和土壤侵蚀量进行了求解, 并针对具体降雨事件进行了模拟计算, 计算结果与试验小区实测值基本一致. 本研究表明水土流失随着降雨强度和坡度的增大而加剧, 特别是坡度引起的土壤侵蚀.

关键词 降雨, 坡面径流, 土壤侵蚀, 数值模拟, 特征线法, 有限差分法

引 言

土壤的加速侵蚀已构成了对农业生产和人类生存的严重威胁, 成为全球性环境灾害之一. 它既是土地生产力退化的主要原因, 又是水体非点源污染的重要方面, 这对于象我国这样的发展中国家表现得尤为严重. 我国是世界上水土流失最严重的国家之一, 对土壤侵蚀及其防治途径的研究十分重要, 也日益引起人们的关注.

60 年代初, Wischmeier 及其合作者们提出了通用土壤流失方程 (USLE), 它是最早形成的土壤水蚀预报理论^[1]. USLE 是一种经验性的预报模型, 已不能满足当代人们对土壤侵蚀预报的要求. 例如, 它不能反映现场数据的变化趋势, 不能给出单次侵蚀事件所造成的实际侵蚀量, 亦不能反映水力侵蚀诸过程等. 因此, 根据可靠的物理-力学基础来建立新一代预报体系成为国内外土壤侵蚀研究的热点^[2].

目前, 我国对土壤侵蚀过程的发生、发展规律及其物理-力学机制的研究正待发展, 我们应用流体力学原理和方法, 建立基于过程的数学模型来分析土壤侵蚀机理, 这对提高我国的预测预报水平是十分重要的. 本文拟就某一次降雨事件在坡面引起的地表径流和土壤侵蚀情况进行探讨.

1 坡面降雨径流和土壤侵蚀模型

水蚀是水引起的土壤表层的移动, 它全要来自降水事件. 当降雨量大于入渗率时, 就会出现地表径流. 在斜坡上, 降水是导致土壤颗粒分离的主要因素, 而径流造成了颗粒移动和分离, 成为土壤侵蚀的主要原因. 坡面径流及侵蚀的物理图像如图 1 所示. 根据坡面上水流和泥沙的质量和动量的守恒定理, 可得到如下的径流方程^[3]和泥沙输运方程^[4]

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{\partial u}{\partial x} = r \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = g(i_0 - i_f) - \frac{ur}{h} \quad (2)$$

1) 国家自然科学基金资助课题.

1996-04-16 收到第一稿, 1996-11-19 收到修改稿.

$$\frac{\partial(hc)}{\partial t} + \frac{\partial(huc)}{\partial x} = D_r + D_i \tag{3}$$

式中 h 为径流水深; u 为径流流速; r 为旁侧入流, 在此为净雨强度, 即 $r = I - f$, 其中 I 为降雨强度, f 为入渗率, 可取 $f = at^{b[7]}$, a 和 b 为系数, $a = 2.16$, $b = -0.571$; g 为重力加速度; i_0 为坡面坡降(%); i_r 为阻力坡降(%), 根据水力学原理, $i_f = \frac{n^2 u}{h^{4/3}}$ (其中 n 为曼宁糙率系数); c 为径流水中的泥沙含量, D_r 为坡度径流引起的土壤分离率; D_i 为雨滴击溅引起的土壤分离率, 由文献[8]取

$$D_r = \frac{a_1}{\rho} i_0 h, \quad D_i = \frac{b_1}{\rho} (I^2)$$

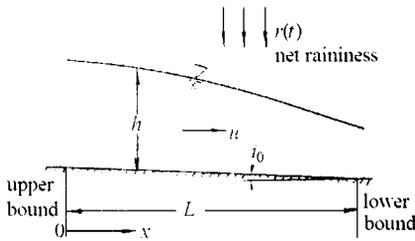


图1 坡面径流和侵蚀示意图

Fig. 1 Schematic of slope runoff and erosion

其中 ρ 为水的比重; ρ_s 为土壤密度; a_1, b_1 为系数, 可取 $a_1 = 0.155 (g^2 N^{-1} \cdot \min^{-1} \cdot m^{-2})$, $b_1 = 0.110 (g^2 \cdot \min \cdot m^{-6})$ [4]. x 是顺坡向下的距离(见图1), t 为降雨时间, $q = u \cdot h$ 称为单宽流量. 因此, 式(1)可写为

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r$$

本文以某个径流试验小区为模拟对象. 开始降雨为起始时刻, 此刻坡面上无径流和泥沙出现, 即方程组(1) ~ (3)的初始条件为

$$\left. \begin{aligned} h(x, t) /_{t=0} &= 0 \\ u(x, t) /_{t=0} &= 0 \\ c(x, t) /_{t=0} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (0 \leq x \leq L) \tag{4}$$

式中 L 为坡面长度. 在坡面顶部 ($x=0$) 没有径流和侵蚀, 故边界条件可写为

$$\left. \begin{aligned} h(x, t) /_{x=0} &= 0 \\ u(x, t) /_{x=0} &= 0 \\ c(x, t) /_{x=0} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (t > 0) \tag{5}$$

方程组(1) ~ (3)加上初边值条件(4) ~ (5)构成了降雨坡面径流和土壤侵蚀的一维模型. 由此可对坡面上各点的径流速度 u , 径流水深 h 和泥沙含量 c 进行求解.

2 模型求解

方程(1)和(2)为双曲型偏微分方程, 一般有两条特征线, 用特征线方法可得到它们的简化型式[7]. 这里引入变换因子, 则可得到沿特征线的常微分方程

$$\left. \begin{aligned} \frac{dh}{dt} + \frac{du}{dt} &= r + G \\ \frac{dx}{dt} &= u + g \end{aligned} \right\} \quad (t > 0) \tag{6}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dh}{dt} + \frac{du}{dt} &= r + G \\ \frac{dx}{dt} &= u + G \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

为旁

式中 $G = g(i_0 - i_f) - \frac{ru}{h}$, $\pm = \pm \sqrt{h/g}$.

对方程(6), (7)进行时间及空间上的离散化,网格剖分及其特征线状况如图2所示.特征线方程为: $w_{\pm} = \frac{dx}{dt} = u \pm g \sqrt{h/g} = u \pm g$, 离散化后可进行数值解.

假设 t_k 时刻节点 j 点为 p_j , t_{k-1} 时刻节点 $j-1$, j 和 $j+1$ 点分别为 D , M 和 E (参见图2), 则 t_k 时刻 p_j 点的变量 h_j^k 和 u_j^k 分别为

$$h_j^k = \frac{1}{2} (HL + HR) + r t + (UL - UR) \quad (8)$$

$$u_j^k = UR + \frac{1}{2} [(HR - HP) + (r + G) t] \quad (9)$$

式中

$$HL = HM + \frac{(W_+)M t}{x} (HD - HM), \quad UL = UM + \frac{(W_+)M t}{x} (UD - UM)$$

$$HR = HM + \frac{(W_-)M t}{x} (HM - HE), \quad UR = UM + \frac{(W_-)M t}{x} (UM - UE)$$

其中 HM, HD, HE 分别是 t^{k-1} 时刻 D, M, E 点的径流深度(即 $h_j^{k-1}, h_{j-1}^{k-1}, h_{j+1}^{k-1}$); UM, UD, UE 分别是 t^{k-1} 时刻 D, M, E 点径流水速度(即 $u_j^{k-1}, u_{j-1}^{k-1}, u_{j+1}^{k-1}$); $(W_{\pm})M$ 为 M 点沿特征线 W_+, W_- 的特征值; x_{\pm} 为空间离散步长 ($x_+ = x_j - x_{j-1}, x_- = x_{j+1} - x_j$), 若网格剖分均匀, 则 $x_+ = x_- = x = x_j - x_{j-1}$, t 为时间步长.

当由式(8)和(9)求得 t_k 时刻节点 j 的径流深度 h_j^k 和水流速度 u_j^k 后, 利用有限差分法来求解: 方程(3)及初边值条件(4)和(5)可求得水流中的泥沙含量 c_j^k .

$$\frac{(hc)_j^k - (hc)_j^{k-1}}{t} + \frac{(qc)_j^k - (qc)_{j-1}^k}{x} = (D_r + D_i)_j^k \quad (10)$$

其中 $q_j^k = h_j^k u_j^k, q_{j-1}^k = u_{j-1}^k$.

令

$$ac = h_j^k \cdot x + q_j^k \cdot t$$

$$bc = (D_r + D_i)_j^k \cdot x \cdot t + q_{j-1}^k \cdot C_{j-1}^k \cdot t + h_{j-1}^{k-1} C_{j-1}^{k-1} \cdot x$$

则有: $c_j^k = bc/ac$.

3 计算结果与讨论

本文利用式(6)~(10)对一些实际降雨事件进行了模拟计算.

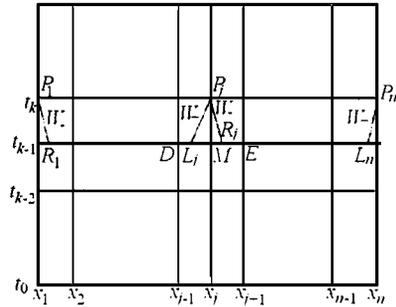


图2 网格划分及特征线状况
Fig.2 Computational grid and corresponding characteristics

3.1 径流量的计算及验证

文献[8]中给出了6种不同雨强下径流试验小区径流量的实测值. 径流小区的尺寸为: 长 $L = 5 \text{ m}$, 宽 $B = 1.5 \text{ m}$, 坡面坡度 $i_0 = 7\%$, 降雨时间 $t_R = 15 \text{ min}$, 雨强分别为 $I = 1.28, 1.43, 1.56, 1.74, 1.98$ 和 3.07 mm/min . 为便于比较, 主程序中引入变量 $q = h \cdot u \cdot B \times 6 \times 10^4 = q \cdot B \times 6 \times 10^4 \text{ (l/min)}$. 则降雨过程的径流总量为: $Q = q \cdot t$, 在模拟计算中, 取曼宁糙率系数 $n = 0.020^{[6]}$, 土壤入渗率取为: $f = 2.16(t/60)^{-0.571} \text{ (mm/min)}$, 其中时间 t 的单位为秒. 各雨强下的径流量计算值与实测值列于表1, 从中可以看出计算值与实测值十分接近.

表1 坡面径流的计算值与实测值的比较
Table 1 Comparison between the computational and experimental values of slope runoff

Raininess I (mm/min)	Calculated runoff volume (l)	Observed runoff volume (l)	Relative error (%)
1.28	150.48	154.98	2.9
1.43	170.53	161.88	5.3
1.56	187.90	176.80	6.3
1.98	244.23	262.40	6.9
3.70	391.52	394.10	0.7

3.2 土壤侵蚀的计算及验证

文献[8]给出了8种不同坡度、不同雨强下的径流试验小区的径流输沙率峰值实测值 (g/min). 径流小区尺寸为: 长 $L = 20 \text{ m}$, 宽 $B = 2 \text{ m}$, 坡面坡度分别为 $i_0 = 1\%, 3\%, 7\%, 9\%$, 降雨强度为 $I = 1.69, 1.35, 3.03, 1.60, 1.08, 0.87, 3.20$ 和 1.58 (mm/min) . 为便于与实测值比较, 引入变量 $cv = 10^{-3} \cdot qv \cdot c \text{ (g/min)}$, 模型中的系数 n 和 f 的选取同前. 计算结果给出在下列图表中. 表2列出坡地降雨侵蚀计算值与试验实测值, 图3给出了在坡度相同情况下不同降雨强度的水土流失过程, 而图4给出了在降雨强度相同时坡度对水土流失的影响.

表2 坡地降雨侵蚀计算与实测的比较
Table 2 Comparison between the computational and experimental values of slope erosion

Slope i_0 (%)	Raininess I (mm/min)	Calculated maximum Erosion (g/min)	Observed maximum Erosion (g/min)	Relative error (%)
1	1.69	122.43	126.0	2.8
1	1.35	60.98	61.0	0.03
3	3.03	1 203.58	1 018.0	18.2
3	1.60	366.11	390.0	6.1
7	1.08	509.08	500.0	1.8
7	0.87	337.31	315.0	7.1
9	3.20	4 961.97	4 976.0	0.3
9	1.58	1 537.39	1 780.0	13.6

结果表明:

- 1) 计算值和实测值在多数情况下相当一致, 可以认为本文给出的侵蚀模型是合理的, 可应用于实际土壤侵蚀过程的定量化研究.
- 2) 各种情况下的径流和侵蚀过程图形基本相似, 只是具体的数值大小不同. 从开始降雨, 径流和输沙率曲线都有起始段、上升段和稳定段, 在降雨停止以后, 曲线陡然下降乃至缓慢回零.

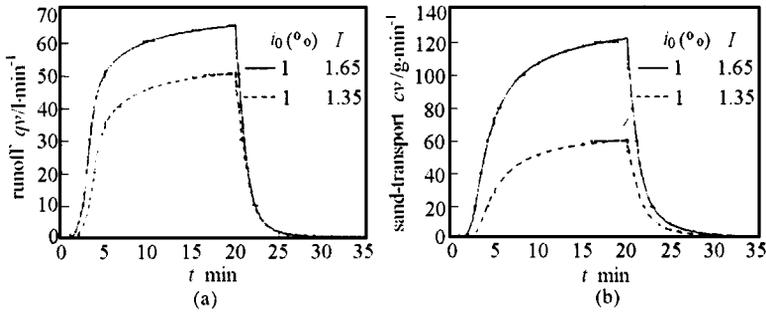


图 3 降雨强度对坡面径流形成过程和输沙率变化过程的影响
Fig. 3 Effect of raininess on slope runoff and sand-transport

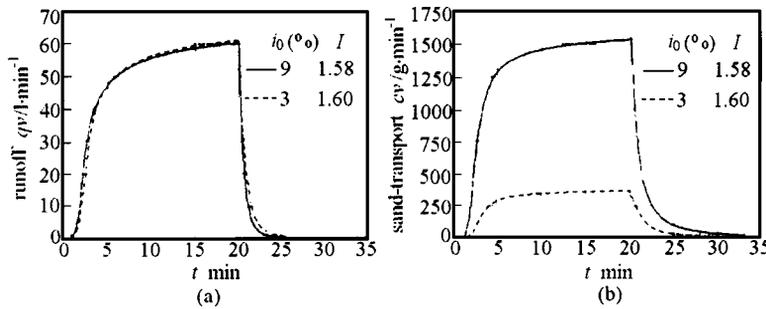


图 4 不同坡度时水土流失过程的对比
Fig. 4 Effect of slope on runoff and sand-transport

3) 随着坡度和雨强的增大, 启动段缩短, 上升段变陡, 也即水土流失加快. 特别是坡度对土壤侵蚀影响很大, 因此坡度大的山地不宜垦种.

参 考 文 献

- 1 Wischmeier WH, Smith DD and Uhland RE. Evaluation of factors in the soil loss equation. *Agr Eng*, 1958, 39: 458 ~ 462, 474
- 2 戚隆溪, 王柏懿. 土壤侵蚀的流体力学机制(I) — 水蚀. *力学进展*, 1995, 25(4): 501 ~ 504
- 3 文康, 金管深, 李琪等. 地表径流过程的数学模拟. 北京: 水利电力出版社, 1990. 137 ~ 151
- 4 Thomas W, Haster, et al. Predicting sediment yield in storm-water runoff from urban areas. *J of Water Resources Planning and Management*. 1994, 120(5): 630 ~ 650
- 5 卞振举, 周雪漪. 一种圣维南方程的隐式特征线解法. *水动力学研究与进展*, 1991, 6(3): 29 ~ 34
- 6 范荣生, 李占斌. 坡地降雨溅蚀及输沙模型. *水利学报*, 1993(6): 24 ~ 29
- 7 沈冰, 王文焰. 降雨条件下黄土坡地表层土壤水分运动实验和数值模拟研究. *水利学报*, 1992(6): 29 ~ 35
- 8 沈冰, 沈晋. 坡地降雨漫流的有限元模拟. *水利水电技术*, 1988(9): 1 ~ 6

SIMULATION ON SLOPE RUNOFF AND SOIL EROSION IN A RAINING EVENT

Qi Longxi

(*Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China*)

Huang Xingfa

(*East Campus of China Agricultural University, Beijing 100083, China*)

Abstract The paper deals with the model of runoff and erosion in slope land. The solution to the one-dimensional hyperbolic runoff equations and sediment equation are obtained respectively by using the characteristics method and finite difference method. The simulation calculations were conducted for real rain processes and compared with experimental data of field test. The results show that the model and the program are reasonable and practical, and they are useful in the study of the soil erosion.

Key words raining event, slope-land runoff, soil erosion, numerical simulation, characteristics method, finite difference method