

# 热-塑变形局部化的有限元分析 及其对激光破坏效应的应用

段祝平 黄晨光 周益春

(中国科学院力学研究所, 北京, 100080)

宋顺成

(内蒙古金属研究所, 包头, 014030)

**摘要** 本文给出了热力耦合的热弹粘塑性材料的有限元分析方法, 并讨论与之相关的时间积分算法, 为改善线性插值函数所引起的不协调性及提高运算速度, 应力协调迭代理论被引入相应的算法及程序中, 最后对非绝热过程中热-塑变形局部化及激光诱导的剪切变形集中进行了数值模拟, 其结果与理论分析有良好的吻合。

**关键词** 剪切带, 有限元, 激光, 应力协调理论

## 1 引言

自从 1944 年 Zener 和 Hollomon<sup>[1]</sup> 在冲压钢板中发现白色剪切带以来, 这一领域就一直是冲击动力学工作者关注的热点, 大量的实验及理论分析模型相继出现, 对绝热剪切带形成机理、剪切带的宽度、中心处的温度及应变, 都取得了许多有益的认识。

绝热剪切带形成这一蕴含着物理、几何、材料强烈非线性的过程, 其理论分析一直是粗略的, 最初的小扰动理论虽预言了失稳点, 但对变形、温度快速集中的过程分析则显得无能为力, 于是, 剪切带或变形高速集中的数值分析就显得意义重大, R. C. Batra, T. W. Wright 等人<sup>[2-5]</sup>在这一领域作出了许多有益的探索, 本文的工作即是基于他们所取得的进展。

激光对材料的破坏作用是一个非绝热过程, 它已为许多科学工作者所重视, 特别是在国防、军事部门有着深远的应用前景, 在段祝平、周益春等人<sup>[6,7]</sup>的工作中, 首次发现了激光诱导的反冲塞这一有趣的现象, 而对这一复杂的热力耦合破坏过程, 有限元数值研究显示了相当的优越性。

在热力耦合的冲击动力学问题中, 由于热量场和力学量场具有不同的迭代尺度, 因此最理想的方法是在计算这两种不同场量的迭代中, 采用不同的时间步长, 但是这无疑使结构复杂化而且耗费大量机时, 这一问题已引起广泛的重视, 现在一般采用的整体迭代格式有两种, 一是一个等热过程加上一个热传导过程, 另外是一个等熵过程加上一热传导过程<sup>[8]</sup>, 前一种亦称为等热分解 (Isothermal Split), 而在这种分解理论中, 又有所谓显式和隐式格式之分, 在本文中, 我们将采用 Newmark 时间积分格式, 它是一种自稳定的格式, 较之其它的显

• 本项目得到国家自然科学基金委重大基金的资助。

1994-01-27收到第1稿, 1994-12-16收到修改稿。

式、隐式格式有良好的迭代性能。

另外,本文采用了应力协调理论<sup>[9]</sup>来改进有限元分析的精度,并且较之其它的高阶单元理论,能大量地节约 CPU 时间.通过计算实验表明,这种理论在数值分析中有较好的应用前景。

本文中,作为算例,我们计算和分析了冲塞非绝热剪切带的产生过程及局部化的形成机理.另外,对激光诱导的应变快速集中现象也作了数值模拟,其结果能较好地符合理论分析和实验观察结果。

## 2 控制方程及初值和边界条件

为研究薄片激光诱导的变形集中及绝热剪切过程,首先我们建立如下的参考坐标系, $r$ 代表激光光斑半径的方向, $z$ 表示受剪方向, $H$ 为整体受剪区的长度,剪切区的厚度为 $\omega$ ,其控制方程的无量纲形式为:

$$\rho\omega \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial(\omega S)}{\partial r} + \frac{\omega S}{r} \quad (1)$$

$$\rho c\omega \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r k \omega \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) + \omega S \dot{\gamma}_p + \omega A \quad (2)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{\partial v}{\partial r} = \dot{\gamma}_e + \dot{\gamma}_p \quad (3)$$

$$\dot{S} = \mu(\theta) \dot{\gamma}_e \quad (4)$$

其中, $v$ 为 $z$ 方向的剪切速度; $\rho$ 为材料密度; $t$ 为剪切时间; $\theta$ 为剪切带内的温度分布; $c, k, \mu$ 分别为比热、热传导系数及剪切模量; $\dot{\gamma}_e, \dot{\gamma}_e, \dot{\gamma}_p$ 分别为应变率、弹性及塑性应变率; $A$ 为激光热源的功率。

本文中所采用热弹-粘塑性本构方程为 Bodner-Partom 定律<sup>[10]</sup>,其表达式为:

$$\dot{\gamma}_p = D_0 \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{z^2}{3S^2} \right)^n \right], \quad n = \frac{a}{\theta} + b \quad (5)$$

$$z = z_1 - (z_1 - z_0) \exp(-mW_p), \quad W_p = S \dot{\gamma}_p \quad (6)$$

其中: $D_0, z_1, z_0, m, a, b$ 分别是材料常数; $W_p$ 为材料剪切变形功率.应该注意的是,上述方程无屈服面假设。

给定无量纲的初始条件和边界条件为:

$$\begin{aligned} v(r, 0) &= 0, & S(r, 0) &= 0, & \theta(r, 0) &= \theta_R \\ W_p(r, 0) &= 0, & \frac{\partial \theta}{\partial r}(0, t) &= 0, & \frac{\partial \theta}{\partial r}(z, t) &= 0 \\ v(d_1, t) &= 0, & v(d_2, t) &= v_0(t). \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $v_0, d_1, d_2$ 见算例。

在绝热剪切的分析过程中,考虑材料的缺陷,引入一个厚度的扰动

$$\omega(r) = \omega_0 \left[ 1 + \frac{\delta}{2} \sin \left( \frac{1}{2} + 2r \right) \pi \right] \quad (8)$$

这样,在整个剪切区域内,将出现一些厚度薄弱点,呈周期分布, $\delta$ 为厚度变化的最大值。

### 3 有限元算法及应力协调迭代理论

利用变分原理或加权残值法,由方程(1)可推导出有限元的控制方程,其中我们引入相同的形函数和位移插值函数为

$$N_1 = (r - r_1)/(r_2 - r_1), \quad N_2 = (r_2 - r)/(r_2 - r_1) \quad (9)$$

上式中,  $r_1, r_2$  分别为单元  $e$  上的两结点坐标值. 于是单元  $e$  上的有限元特征方程为:

$$A_{ij} \frac{\partial v_j}{\partial t} = - \int_e \omega S_i N_i dr + \int_e \omega N_i \frac{S}{r} dr \quad (10)$$

$$B_{ij} \frac{\partial \theta_j}{\partial t} = - C_{ij} \theta_j + \int_e N_i \omega (W_p + A) dr \quad (11)$$

其中:  $i, j = 1, 2$  且遵循张量求和法则;  $N_i$  是  $N_i$  对  $r$  的导数, 时间积分可用 Newmark 方法.  $A_{ij}, B_{ij}, C_{ij}$  为  $2 \times 2$  矩阵且分别为:

$$A_{ij} = \alpha \int_e \omega N_i N_j dr \quad (12)$$

$$B_{ij} = C \int_e N_i N_j \omega dr \quad (13)$$

$$C_{ij} = \beta k \int_e \omega N_i N_j dr - \beta k \int_e \frac{1}{r} \omega N_i N_j dr \quad (14)$$

众所周知, 利用线性插值函数, 将产生常数单元, 即引起单元间的物理参数不协调. 而协调性却又是有限元控制方程(10), (11)能推导出的一个重要前提假设.

于是, 本文中引入了应力协调理论, 因而在在不引起 CPU 时间增加的前提下, 很好地改善了单元间的协调性, 从而提高计算的精度及可信度.

为此, 定义  $t$  时间结点  $i$  上的应力  $S_i^t$  为:

$$S_i^t = \sum_i S_i^t l / \sum_i l \quad (15)$$

其中:  $S_i^t$  为  $t$  时刻  $i$  结点相邻单元的应力;  $l$  为该单元长度.

重新构造后单元  $e$  内的应力  $S_e^t$  为:

$$S_e^t = \sum_{i=1}^2 N_i^* S_i^t \quad (16)$$

其中,

$$N_1^* = N_1 + \lambda_e N_1 N_2, \quad N_2^* = N_2 + \lambda_e N_1 N_2 \quad (17)$$

系数  $\lambda_e$  可由总动量守恒导出为:

$$\lambda_e = 3(2S_e^t / \sum_{i=1}^2 S_i^t - 1) \quad (18)$$

至此, 我们已完成一个封闭的有限元算法格式的系统.

### 4 算例分析

作为考证程序的算例, 我们首先分析了碳素钢材料中绝热剪切带的形成及局部化过程, 各种参数为:

$H=0.25\text{mm}$ ,  $v_0=2.5\text{m/s}$ ,  $\omega_0=0.38\text{mm}$ ,  
 $\delta=0.05$ ,  $\rho=7850\text{kg/m}^3$ ,  $C_R=426\text{J/kgK}$ ,  
 $K_R=63.6\text{W/mK}$ ,  $z_1=3.778$ ,  $z_0=3.185$ ,  
 $m=2.5$ ,  $\mu_R=78.3\text{GPa}$ ,  $d_1=0$ ,  $\theta_R=300\text{K}$ ,  
 $a=1800\text{K}$ ,  $D_0=3300$ ,  $b=0$ ,  $\dot{A}=0$ ,  $d_2=1$ .

图1显示了宏观应力-应变曲线,说明在剪切应变的开始,应力随应变的增加而增加,但随着塑性变形的产生,当热软化超出材料的强化而引起应变集中白色剪切带后,应力出现松弛.

图2显示的是不同阶段下,塑性应变集中的程度即塑性应变的空间分布.图3和图4显示的是在激光诱导的反冲塞效应中温度和塑性应变的分布.从中可以发现,在激光光斑的边缘的温度比光斑内的温度大致高一倍,而且整体的塑性应变则几乎完全集中在此区域内.

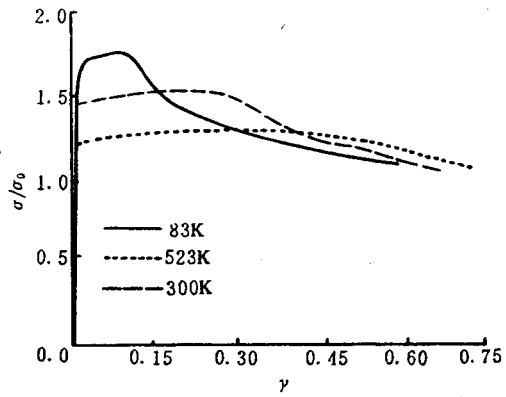


图1 宏观应力-应变曲线

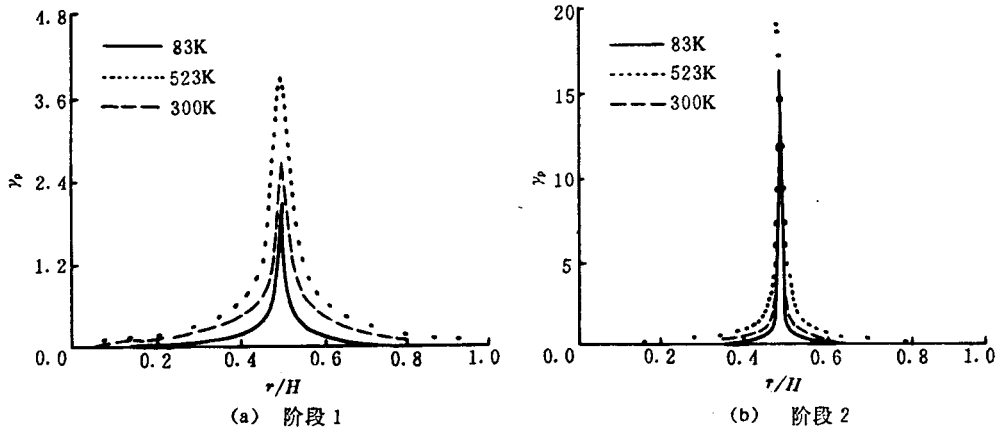


图2 不同环境温度下,塑性应变的空间分布

靶材的材料参数及其它物理参数为:

$H=2.5\text{mm}$ ,  $\omega_0=0.1\text{mm}$ ,  $\delta=0.05$ ,  $\rho=8900\text{kg/m}^3$ ,  $\sigma_0=2.0 \times 10^2\text{MPa}$ ,  
 $C_R=373.65\text{J/kg}\cdot\text{m}\cdot\text{K}$ ,  $K_R=376.2\text{J/kg}\cdot\text{K}$ ,  $z_1=4.345\sigma_0$ ,  $z_0=3.41\sigma_0$ ,  $m=1.74/\sigma_0$ ,  
 $\theta_R=300\text{K}$

$$\mu_R = \frac{1 - \frac{h_4 \theta}{1 - T_0/T_m} \exp\left[-\xi \left(1 - \frac{h_4 \theta}{1 - T_0/T_m}\right)\right]}{7.4 \times 10^{-3}}$$

$$\xi = 4.23, \quad a = 1200\text{K}, \quad T_0 = 300\text{K}, \quad D_0 = 0.374 \times 10^4$$

$$v_0 = \sqrt{6.5 \times 10^{12} \times \left[ \frac{1}{A'}(1 - e^{-A't}) - \frac{1}{B'}(1 - e^{-B't}) \right] \eta_0 (e^{-A't} - e^{-B't})}$$

$$A' = 2800, \quad B' = 1.77 \times 10^4, \quad b = 0, \quad h_4 = 70$$

$$A = g(t)f(r)$$

$$g(t) = e^{-At} - e^{-Bt}$$

$$f(r) = \begin{cases} 1 & 0 < r < H \\ 0 & r > H \end{cases}$$

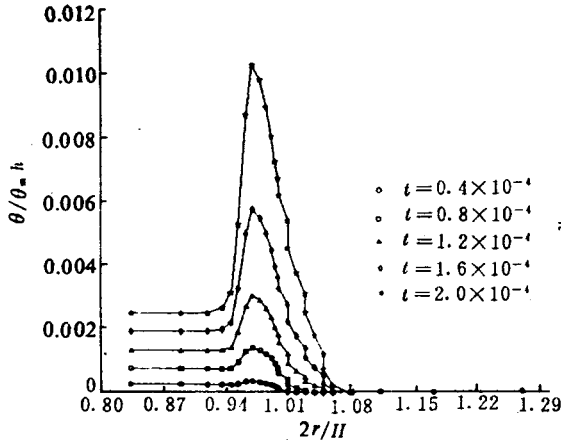


图3 不同时刻温度的空间分布

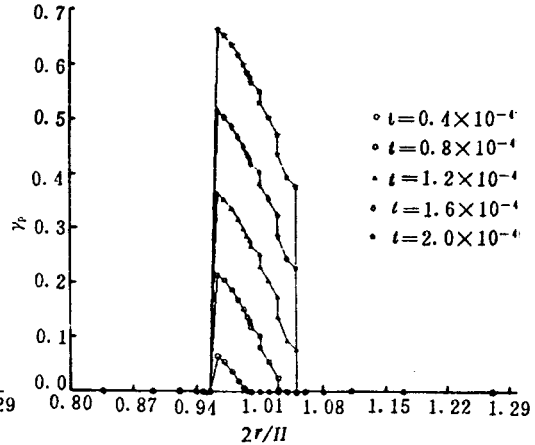


图4 不同时刻塑性应变的空间分布

## 5 结论

本文给出了热粘弹塑性材料承受剪切变形的有限元算法. 通过应力协调迭代理论的引入, 进一步改变了计算精度, 提高了运算速度. 在对碳素钢的绝热剪切带形成机理及局部化过程的数值分析中, 验证了上述理论和程序的可靠性和优越性. 通过对激光诱导色的反冲塞效应的数值模拟, 我们发现, 在激光光斑边缘有较光斑内更高的温度, 且塑性应变大都集中在光斑边缘区. 激光边缘的二维非绝热剪切带及局部化过程的分析是我们正在努力的方向.

## 参 考 文 献

- 1 Zener C, Hollomon J H. Effect of strain rates on plastic flow of steel. *J Appl Phys*. 1944. 22;15
- 2 Batra R C, Kim C H. Adiabatic shear banding in elastic-viscoplastic nonpolar and dipolar materials. *Int J of Plasticity*, 1990, 6;127
- 3 Wright T W. Steady shearing in a viscoplastic solid. AD-A184341. 1987
- 4 Batra R C, Kim C H. Effect of viscoplastic flow-rules on the initiation and growth of shear bands at high strain rates. *J Mech Phys Solid*. 1990. 38;859
- 5 Kim C H, Batra R C. Effect of initial temperature on the initiation and growth of shear bands in a plain carbon steel. *J Mech Phys Solid*. 1991. 39;255
- 6 Duan Z P, Zhou Y C, Huang C G. On-laser-induced reverse plugging effect. *Int Symp on Qyn (IUTAM)*. Beijing. Peking University Press. 1994;176

- 7 周益春, 黄晨光, 段祝平. 薄板中激光产生的反冲塞效应的进一步热弹-塑性分析. 激光与物质相互作用的热和力学效应会议文集. 长沙: 国防科技大学二系, 1993
- 8 Armero F, Simo J C. A priori stability estimates and unconditionally stable product formula algorithms for nonlinear coupled thermoplasticity. *Int J of Plasticity*, 1993, 9:749
- 9 宋顺成. 应力协调迭代法在高速冲击动力有限元中的应用. *应用数学和力学*, 1989, 10:137
- 10 Bodner S R, Partom Y. Constitutive equation for elastic-viscoplastic strain-hardening material. *J Appl Mech.* 1975, 42:385

## A FINITE ELEMENT ANALYSIS FOR THERMAL-PLASTIC DEFORMATION LOCALIZATION WITH APPLICATION TO LASER-INDUCED REVERSE BULGING EFFECT

Duan Zhuping    Huang Chenguang    Zhou Yichun  
(*Institute of Mechanics, Chinese Academy of Science, Beijing, 100080*)  
Song Suncheng  
(*Inner Mongolia Research Institute of Metals, Baotou, 014030*)

**Abstract** This paper aims at presenting a modified method of finite element analysis for thermal elastic visco-plastic materials and discussing on the corresponding time integration algorithm. In order to improve the conventional weighted-residual enhance the calculation speed and save the operation time, a new numerical technique called the compatible stress iterative procedure is proposed, where the Bodner-Partom constitutive relations is used in the associated numerical programming. By this new technique, adiabatic shear banding problem and thermal-plastic shear deformation localization induced by a pulsed laser are studied numerically. The numerical results show a good agreement with theoretical analysis.

**Key word** shear banding, finite element method, laser, stress compatibility