

* 研究通讯 *

湍流边界层外区大尺度相干结构 不稳定波模型的改进

陆利蓬 罗纪生

熊忠民

(天津大学力学系, 天津 300072)

(中国科学院力学研究所, 北京 100080)

关键词 湍流边界层 大尺度相干结构 涡粘系数 三维波

实验已证实,在湍流边界层外区存在着大尺度的相干结构.目前对这种大尺度相干结构研究的文献较多^[1-4],其中 Antonia^[5]的实验结果给出了湍流边界层中不同 Reynolds 数上经相位平均后的大尺度相干结构的拓扑结构以及等涡线图.罗纪生、周恒^[6]基于流动稳定性理论提出了一种二维不稳定波模型,计算中采用了沿壁面法向变化的复涡粘系数,他们的计算结果与实验^[5]符合较好,但仍存在2个问题:(1)实验中流线的两个鞍点中间是一个发散的焦点,而计算结果为中心点;(2)计算得到的涡量分布突出的部分对应于流线的中心点,而实验中接近于流线的焦点与鞍点的中间.导致这一结果的主要原因可能是由于计算是纯二维而造成的.

本文提出了一种三维波的理论模型来代表外区大尺度相干结构.近年来湍流的二维数值模拟所得的壁湍流相干结构在定性上与三维数值模拟的结果有不少相似之处.文献[6]的结果也表明,二维波模型在一定程度上较好地反映出了湍流边界层外区大尺度相干结构的特征.由此,本文模型选为:一个二维波上叠加一对对称的三维波,其流向波数与二维波相同.按此模型计算所得流线与等涡线图与实验结果符合甚好.另外,作者曾对只取一个三维波或一对对称三维波的情况分别进行了计算,所得结果,虽然流线与实验符合尚好,但等涡线图与实验结果相差很大.

1 方程及涡粘系数

将所有与流动有关的量 q 分解为

$$q = \bar{q} + \tilde{q} + q',$$

其中 \bar{q} 是长时间平均值, \tilde{q} 是相位平均值减去 \bar{q} 之后的部分,相当于相干结构引起的值, q' 是小尺度脉动,其长期平均与相位平均都为零.将有关量代入 Navier-Stokes 方程,取长期平均及相位平均,从后者减去前者,就可得到 $\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}, \tilde{p}$ 满足的方程.这里 $\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}$ 分别表示流向、法向及展向的速度分量, \tilde{p} 表示压力项.另外,从实验上看,外区相干结构的幅值并不很大,因此在本文的计算中略去了相干结构运动本身产生的非线性项.这样,利用连续性方程消去相干结构引起的压力项可得到 $\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}$ 所满足的方程:

1995-11-27 收稿, 1996-03-11 收修改稿

$$\left(\gamma \nabla^2 - \frac{\partial}{\partial t} - \bar{U} \frac{\partial}{\partial x}\right) \nabla^2 \tilde{v} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} \bar{U}'' = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{\partial}{\partial y} (\tilde{\gamma}_{11} - \tilde{\gamma}_{22}) + \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \left(\frac{\partial}{\partial x} \tilde{\gamma}_{12} + \frac{\partial}{\partial z} \tilde{\gamma}_{23}\right) + 2 \frac{\partial^3 \tilde{\gamma}_{31}}{\partial x \partial y \partial z} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \frac{\partial}{\partial y} (\tilde{\gamma}_{33} - \tilde{\gamma}_{22}), \quad (1)$$

$$\left(\gamma \nabla^2 - \frac{\partial}{\partial t} - \bar{U} \frac{\partial}{\partial x}\right) \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} - \frac{\partial \tilde{w}}{\partial x}\right) - \frac{\partial \tilde{v}}{\partial z} \frac{d\bar{U}}{dy} = \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} (\tilde{\gamma}_{33} - \tilde{\gamma}_{11}) + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \tilde{\gamma}_{13} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial}{\partial x} \tilde{\gamma}_{23} - \frac{\partial}{\partial z} \tilde{\gamma}_{12}\right), \quad (2)$$

其中 x, y, z 分别为流向、法向及展向坐标, $\bar{U}(y)$ 为平均流流向速度, $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, $\tilde{\gamma}_{ij} = -(\langle u'_i u'_j \rangle - \overline{u'_i u'_j})$ ($i, j = 1, 2, 3$) 表示小尺度脉动对大尺度相干结构的应力, $\langle u'_i u'_j \rangle$ 和 $\overline{u'_i u'_j}$ 分别为 $u'_i u'_j$ 的相位平均和长期平均. γ 为流体的粘性系数. 如上所述, 在计算时, 用涡粘系数模型来表达 Reynolds 应力, 有 $\tilde{\gamma}_{ij} = \bar{\gamma}_T \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i}\right)$, $\bar{\gamma}_T$ 为涡粘系数, 下标 1, 2, 3 分别表示 x, y, z 方向.

用来流速度 U_e , 边界层厚度 δ 为特征量, 对方程(1)进行无量纲化, 把涡粘系数 $\bar{\gamma}_T$ 与运动粘性系数之比仍记为 $\bar{\gamma}_T$, 并设 $\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}$ 有行进波形式, 记为 $\tilde{u} = u(y)e^{i(\alpha x + \beta z - \omega t)}$, $\tilde{v} = v(y)e^{i(\alpha x + \beta z - \omega t)}$, $\tilde{w} = w(y)e^{i(\alpha x + \beta z - \omega t)}$, 其中 α, β, ω 分别为流向波数、展向波数和频率. 则 u, v, w 满足方程

$$\{[D^2 - (\alpha^2 + \beta^2)]^2 - i\alpha R[(D^2 - (\alpha^2 + \beta^2))(\bar{U} - c) - \bar{U}']\}v + \{\bar{\gamma}_T''[D^2 + (\alpha^2 + \beta^2)] + 2\bar{\gamma}_T' D[D^2 - (\alpha^2 + \beta^2)] + \bar{\gamma}_T[D^2 - (\alpha^2 + \beta^2)]\}v = 0, \quad (3)$$

$$\{[D^2 - (\alpha^2 + \beta^2)] + i\alpha R(c - \bar{U})\}(i\beta u - i\alpha w) = i\beta Rv \frac{d\bar{U}}{dy} - \bar{\gamma}_T' D(i\beta u - i\alpha w) - \bar{\gamma}_T[D^2 - (\alpha^2 + \beta^2)](i\beta u - i\alpha w); \quad (4)$$

同样连续方程为

$$i\alpha u + i\beta w = -Dv, \quad (5)$$

其中 Reynolds 数 $Re = \frac{U_e \delta}{\gamma}$, 波速 $c = \frac{\omega}{\alpha}$, $D = d/dy$.

根据文献[6]边界条件为:

$$y = 0.05\delta, y \rightarrow \infty, u = Du = 0, v = Dv = 0, w = Dw = 0.$$

本文模型中 3 个波的波数满足: $\alpha_M = \alpha_L = \alpha_R, \beta_M = 0, \beta_L = -\beta_R$, 其中 M, L, R 分别代表二维波和 2 个对称的三维波, 同样涡粘系数表达式为:

$$\bar{\gamma}_T = \gamma_T e^{i\Delta\theta} [1 - \operatorname{sech}(13 \cdot y/\delta)],$$

其中 γ_T 为 $\bar{\gamma}_T$ 的幅值, $\Delta\theta$ 为相位差.

2 计算结果

实验表明, 外区相干结构的流向尺度约为 2δ , 因此, 本文模型中 3 个波的流向波数应为 $2\pi/\lambda = 3.14$. 如何选取三维波的展向波数, 目前还没有具体的实验结果为依据. 本文对不同

的展向波数进行了计算, 结果表明: 当三维波展向波数的绝对值为流向波数的一半左右时所得流线和等涡线图与实验结果符合均好. 3个波的参数见表1.

计算采用的是时间模式, 一般地讲, C 应是复数 $C = C_r + iC_i$, C_r 表示波的相速度, αC_i 表示波幅的增

长率. 方程(3) 在给定 R , α 后, 对于不同的 γ_T 和 $\Delta\theta$ 可以得到不同的波速. 在湍流边界层的外区, 大尺度相干结构的强度变化不大, 更准确地说其能量变化率很小, 基本上处于中性状态. 另外, 文献[5] 给出的大尺度相干结构向下游传播的速度约为 $0.8 U_e$, 因此, 本文对 γ_T 和 $\Delta\theta$ 的选取原则是使 C_i 很小, 同时 C_r 近似等于 0.8 . 图1、图2分别给出了由此得出的三维波与二维波的 γ_T 和 $\Delta\theta$ 随 Re 的变化曲线.

表1

	M	L	R
α	3.14	3.14	3.14
β	0.00	1.57	-1.57

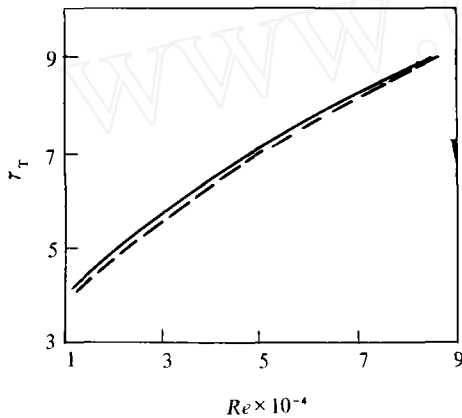


图1 湍系数幅值随 Reynolds 数变化

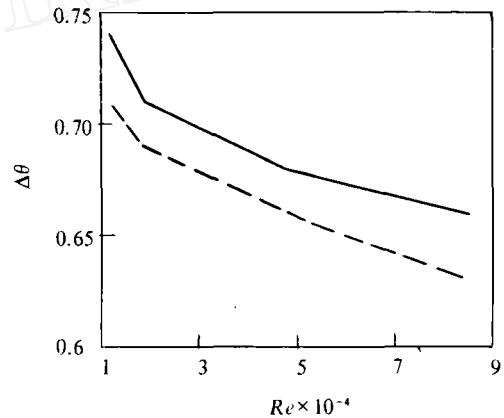


图2 湍系数相位差随 Reynolds 数的变化

图中实线对应二维波的情况, 虚线对应三维波的情况. 计算所得出三维波模型的值小于相应二维波模型的值. 尤其是相位差 $\Delta\theta$ 变化更为明显. 导致这一结果的主要原因可能是由于在二维波模型中, 大尺度相干结构的变形以及由于小尺度的脉动而引起的流体微团间的动量交换是在平面内进行的. 而在三维波情况下, 由于展向分量的存在, 这种大尺度相干结构的变形以及流体微团间的动量交换是在空间进行的. 那么, 从理论上讲, 这种在3个方向上的大尺度相干结构的变形和小尺度脉动所引起的在空间上发生的流体微团的动量交换相对于在平面上发生的流体微团的动量交换更充分, 速度更快, 这就体现为应力与大尺度运动变形之间的滞后将减小, 即相位差减小. 最后计算所得流线和等涡线图与实验符合甚好也可以看成是对此分析的一种验证.

最后, 计算出了4种 Reynolds 数下的流线和等涡线图(图4), 为了便于比较, 同时给出了文献[5]的实验结果(图3)和文献[6]的计算结果(图5). 图中(a)(d)(g)(j)为流线图, (b)(e)(h)(k)为等涡线图, 分别对应 $Re = 11\ 800, 19\ 005, 47\ 949, 84\ 427$. 从图中可见, 三维模型计算所得的流线图在2个相邻的鞍点的中间是一个发散的焦点, 而不是原二维模型计算的中心点, 这与实验结果是一致的. 从图4的流线上还反映出, 由于大涡卷曲而使得涡的左上部和涡的右下部的流线密集, 这一点与图3的流线图一致. 同时, 整体流线图也与实验结果非常相象.

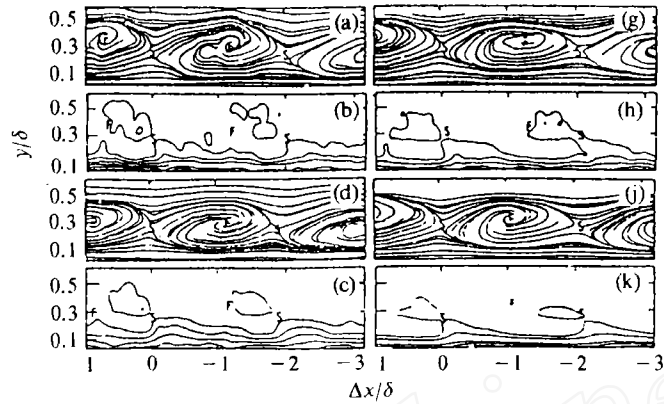
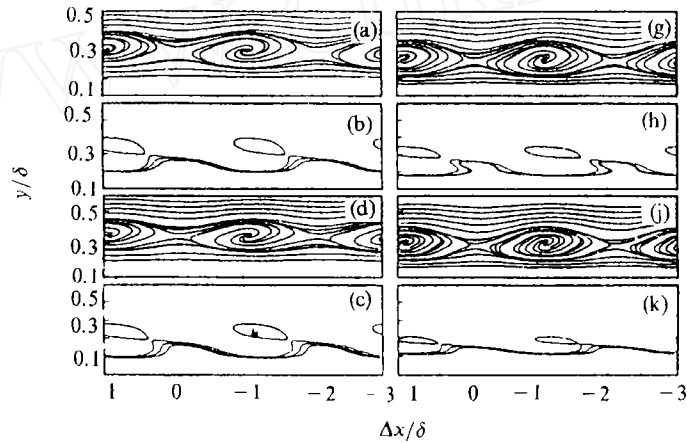
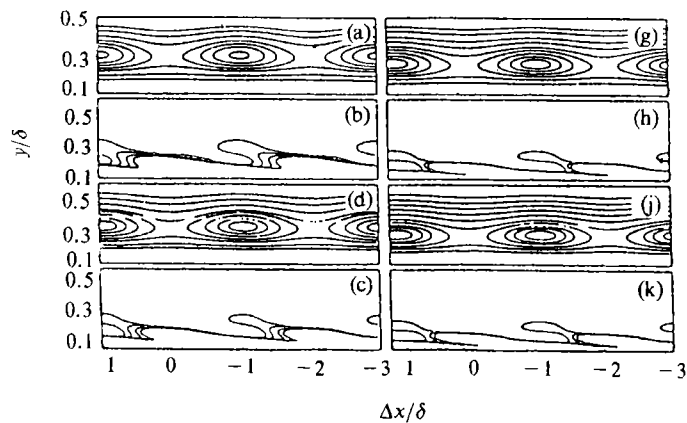
图3 流线及等涡线图⁵⁾

图4 流线及等涡线图(本文计算结果)

图5 流线及等涡线图⁶⁾

从图4的等涡线图可见,在底部,等涡量线相对平缓,即使凸出部分也并不象图5那样弯折得很厉害.另外,凸出部分顶端附近也与图5不同,出现一封闭环线,这些变化都与图3更为接近.

3 结论

湍流边界层外区大尺度相干结构是可以不稳定波的模型加以描述的,本文所提出的三维不稳定波模型更接近实际流动情况. 本文的计算所得流线图与等涡线图在流向的相对位置与实验结果还稍有不同,其主要原因可能是由于没有考虑边界层内区的猝发对外区大尺度相干结构的影响所致.

致谢 在本文的完成过程中得到了周恒教授的指导,在此表示衷心地感谢.

参 考 文 献

- 1 Brown G L, Thomas A S W. Large structure in a turbulent boundary layer. *Phys of Fluids*, 1977, 20: S243~S252
- 2 Falco R E. Coherent motions in the outer region of turbulent boundary layers. *Phys of Fluids*, 1977, 20: S124~S132
- 3 Reynolds W C, Hussian A K M F. The mechanics of an organized wave in turbulent shear flow. *J Fluid Mech*, 1972, 54: 263~288
- 4 Wu Xuesong Zhou Heng. Linear instability of turbulent boundary layer as a mechanism for the generation of large scale coherent structures. *Chinese Science Bulletin*, 1989, 34: 1 685~1 688
- 5 Antonia R A, Bisset D K, Brown L W. Effect of Reynolds number on the topology of the organized motion in a turbulent boundary layer. *J Fluid Mech*, 1990, 213: 267~288
- 6 罗纪生,周 恒. 湍流边界层外区大尺度相干结构的理论模型及与实验的比较. *中国科学, A 辑*, 1993, 23(1): 56~62