

# 研究多相介质运动的意义、内容和方法<sup>1)</sup>

刘大有

(中国科学院力学研究所, 北京 100080)



刘大有, 1939 年生于上海, 1964 年 1 月毕业于中国科学技术大学近代力学系高速空气动力学专业。作为中国科学院力学研究所林同骥研究员的研究生, 于 1967 年毕业。现任中国科学院力学研究所研究员, 博士生导师, 力学所学术委员会委员, 中国科学技术大学和西安石油学院的兼职教授, 中国力学学会多相流、非牛顿流和物理化学流体动力学专业组副组长。

自 1989 年起还在中国科学院化工冶金研究所多相反应开放实验室兼职, 从事快速流化床方面研究。1982 年至 1984 年在德国 Stuttgart 大学航空与航天热力学研究所作为访问学者, 从事高温气体动力学、等离子体技术、航空航天技术、二相流体动力学和环境流体力学等方面的研究。近年来发表的有关二相流的论文 30 多篇, 专著《二相流体动力学》一本。

**摘要** 本文从连续介质假设、守恒方程、本构关系和固壁上的边界条件等方面的分析出发, 指出二相流体动力学虽是流体力学的一个分支, 但在研究内容与流体力学有较大差异。从分析二相流特点与稀薄气体、稠密气体、非平衡流动和可压缩流动特点之间的相似性出发, 指出二相流研究可借鉴相关学科的研究成果和研究方法。本文用弛豫时间概念解释了二相混合物与均相混合物在运动特征上的差异, 以及在描写运动的方法上(双流体模型和单流体模型等)的相应差异。最后以风沙运动、泥沙运动和泥石流运动为例, 说明在二相流研究中突出主要因素进行合理简化的重要性, 并指出: 对于不同类型的二相流、对于具有不同流动参数的同类二相流、对于同一二相流的不同区域或不同的研究目的, 简化的方法都会有所不同。

**关键词** 多相流, 连续介质假设, 二相流近壁层, 弛豫时间, 泥沙运动, 泥石流运动

## 1 引言

多(二)相介质运动就是多(二)相流, 但这种认识目前尚未统一, 许多人把某些多相流(主要是一部分液-固流)划为与多相流并列的非牛顿流, 为了使人们对本文主题能准确理解, 故采用“多相介质运动”一词。按照我们的观点<sup>[1]</sup>, 根据运动介质的物理组成, 流动可分为单相流和多(二)相流; 对于多(二)相流, 根据其内部是否存在组元之间的相对运动(很多人称为滑移运动)和这种相对运动是否重要, 描写多相介质运动可以分为单流体模型、双流体模型或多流体模型, 而非牛顿流模型是单流体模型的一种。应该区分多(二)相流与多(双)流体模型两类不同的概念<sup>[1]</sup>。

如果除去许多名为研究多相流, 实为用多流体模型研究二相流的论文, 那么真正研究多相流的论文就不多了。多相流的特点在二相流研究中基本上都能反映, 多相流研究的主

<sup>1)</sup> 国家自然科学基金和中国科学院山地灾害——泥石流、滑坡研究特别支持经费资助项目。

主要内容是把多相流问题分解为二相流问题,运用二相流的研究成果解决多相流问题.因此,从科学研究的角度看,重点是二相流研究,本文主要研究二相流.

在工业中有许多多相介质运动的例子,如流态化技术和多相反应,雾化,煤粉燃烧,水煤浆输送和燃烧,锅炉和反应堆中的多相传热,颗粒物料的制备、粉碎、分选和输送,采油管和输油管中的流动,生化反应器中的流动等.自然界也有很多多相介质运动的现象,如泥沙运动,泥石流运动,风沙和风雪运动,飘尘和烟灰的大气扩散等.在经典流体力学处于蓬勃发展阶段,对于多相介质运动基本上仍只能采用经验的方法,缺乏系统的研究.到20世纪后半期,研究多相介质运动的要求越来越迫切,条件也越来越成熟,因而多相流的研究得到迅速发展,70年代以后,发展尤为迅速.

流体运动的研究经过漫长岁月的摸索,到18世纪, Euler、Bernoulli 和 Lagrange 等的出色工作,为流体力学奠定了基础,开始了流体力学的蓬勃发展.经过几代科学家的努力,流体力学发展已相当成熟,为工业、农业和航空、航海业等作出了巨大贡献.随着单相流体经典问题一个个地解决,人们开始瞄准更复杂的流体力学问题:单相介质的更复杂运动(如旋涡运动、分离运动、湍流运动和化学流体运动等)和多相介质的运动.

二相流体力学虽然是流体力学的一个分支,但在研究的内容和方法上都与流体力学有较大差异.有些人认为,研究二相流与研究流体力学的差别仅在于多了一组运动方程,增加了一些相同作用项,这是相当普遍存在的一种误解.

## 2 二相流与经典流体力学在研究内容上的差异

经典流体力学研究介质运动时,事先已假设该介质是一种连续介质,并具有已知的应力本构式<sup>1)</sup>,而且绝大部分内容是研究具有牛顿型应力本构式的流动介质,还假设在固壁上流体速度无滑移、无渗透或堆积.流体力学一般不研究什么样的介质可近似地视为连续介质<sup>2)</sup>,也不研究应力本构式与介质结构的关系,以及无滑移条件的近似性质,等等.只有在湍流流动中,湍流应力的关系式(模式理论)尚处于研究发展阶段.对于层流流动,流体力学的研究内容就是对于各种几何形态的流场求解给定的定解方程组(包括守恒方程组、各种本构关系、初始条件和边界条件),其中包括提出各种简化假设(如无粘假设和边界层假设等)和在这些简化假设下的求解方法研究等.

以气体为例,描写气体运动,连续介质假设并不总是适用.但是,连续介质假设的适用范围、不满足连续介质假设时如何描写气体运动以及固壁附近气体运动的特点等问题,有专门的分支学科——稀薄气体力学研究,不属于经典流体力学范畴.气体的应力本构式与气体构成的关系,也有专门的物理学分支——气体分子动理学(kinetics)研究,也不属于流体力学范畴.

从应用观点看,湍流研究的目的是要解决湍流应力的表达式.

在二相流中,以气-固流和液-固流为例,首先要研究颗粒群运动的描写方法:离散粒子系的描写方法和连续介质的描写方法等,研究它们的适用范围和限制.当颗粒数量很多,尤其当浓度很高时,离散粒子系的方法在应用上有很大困难,这就需要考虑将颗粒群当作连续介质的问题.象视气体为连续介质一样,颗粒群在一定条件下可近似视为连续介质,条件不满足时就不宜当作连续介质研究.当作连续介质应满足的条件,在原则上(无量纲准

<sup>1)</sup> 可压缩运动方程还涉及热流量  $q$ , 它的本构式也认为是已知的.

<sup>2)</sup> 连续介质是理想化的介质,真正的连续介质是不存在的.

则), 颗粒群与气体分子是一样的, 但从带量纲的参数看, 把颗粒群视为连续介质的条件就不象气体那样容易满足. 颗粒群运动常表现出某些“稀薄气体”效应.

在固壁附近, 气体有一特殊层——Knudsen层<sup>[2]</sup>, 在该层内气体的应力和其它宏观量受固壁微观状态影响显著, 通常的气体动力学方程对该层不适用. 但在通常的温度、压强条件下, 该层很薄(分子平均自由程 $l$ 的量级), 它对范围很大的主流的影响, 可近似用一“固壁上的边界条件”代替; 在极端条件下(对于气体, 实际上并不算“极端”, 这条件常能满足), 该边界条件就是无滑移条件. 对于二相流, 在固壁附近也有一特殊层——二相流近壁层, 在那里颗粒群的行为受固壁的直接影响显著. 二相流近壁层常常不太薄, 它对主流的影响并不一定能用“固壁上的边界条件”代替. 如何研究二相流近壁层内的流动, 以及如何估计该层对主流的影响, 是目前二相流研究中最薄弱的一环.

二相流中的应力本构式常常不是牛顿型的. 两相运动接近平衡时, 混合物的应力-应变率关系基本上可用流变仪测定. 在一般情况下, 由于二相流的非平衡性, 实验和参数测量方面都有许多困难, 因此分相的应力本构式目前主要靠理论分析方法近似给出. 没有别的学科研究二相混合介质中的应力本构式, 二相流工作者只能借鉴气体分子动力学理论自己去研究. 应力本构式也是二相流研究中较薄弱的一环. 由此可见, 气体分子动力学知识对于研究二相流是十分有用的.

在经典流体力学中不成问题的连续介质假设, 应力本构式和边界条件等等, 恰恰成了二相流研究的主要内容, 不太成熟, 需要不断探索. 这些问题的研究, 常需要有较坚实的流体力学基础, 对流体力学的基本概念非常清楚, 在这些方面, 它比从事流体力学研究有更高的要求. 当然, 针对各类具体问题发展起来的各种流体力学理论和方法, 对于二相流研究并不一定都很重要. 给定方程组、本构式和边界条件后的求解(一般是数值解), 相对来说比较单纯和成熟. 由此可见二相流与经典流体力学在研究内容上的差异.

### 3 从二相流与其它学科的关系看二相流的特点

#### 3.1 二相流与稀薄气体力学的联系

气体十分稀薄时, 气体的行为表现出某些非连续介质的性质. 衡量气体稀薄程度、偏离连续介质的程度的无量纲参数是Knudsen数 $K_n$

$$K_n \equiv \frac{l}{L} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi n d^2 L} = \frac{1}{6\sqrt{2}\alpha} \frac{d}{L} \quad (1)$$

式中 $l$ 是分子平均自由程,  $L$ 是流场的特征长度,  $n$ 是分子数密度,  $d$ 是用刚性球模型代替分子时的分子直径,  $\alpha$ 是分子球所占的体积分数, 显然 $\alpha = (\pi/6)nd^3$ . 上式中已代入了分子平均自由程 $l$ 的计算公式, 以便后面引用.

类似地, 衡量颗粒群的“稀薄”程度和偏离连续介质的程度的无量纲参数是 $l_p/L$ . 由于除颗粒以外还有流体存在, 所以颗粒平均“自由”程 $l_p$ 的计算比较复杂<sup>1)</sup>. 但是, 如果颗粒-颗粒相互作用与颗粒-流体相互作用相比占优势, 即颗粒-颗粒碰撞的特征时间 $\tau_p$ (碰撞频率的倒数)远小于颗粒-流体弛豫时间 $\tau$ , 那么 $l_p/L$ 也可近似表示为

$$\frac{l_p}{L} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi n_p d_p^2 L} = \frac{1}{6\sqrt{2}\alpha_p} \frac{d_p}{L} \quad (2)$$

<sup>1)</sup> 由于流体的存在, 严格意义上的自由程已不存在. 但仍可以引入广义的自由程, 它标志颗粒PL型无规则运动(它是由颗粒-颗粒碰撞和颗粒-壁面碰撞引起的)的特征长度.

式中  $n_p$ 、 $d_p$  和  $\alpha_p$  分别是颗粒的数密度、直径和体积分数。颗粒浓度很高时，例如  $\alpha_p > 0.1$  时，上式不再适用，至少系数应该修正。由于  $d_p/L$  并不十分小（与气体情况相比较），所以，当  $\alpha_p$  不太小时，颗粒群就可能表现出某些稀薄气体的行为。

### 3.2 颗粒群表现出某些稠密气体的性质

在通常条件下，气体分子本身所占的体积非常小， $\alpha \sim O(10^3)$ ，所以在总应力中碰撞应力所占比例很小，常忽略不计。当气体十分稠密时，例如当压强达到 10MPa 时， $\alpha \approx 0.05$ ，碰撞应力在总应力中就占有相当的比例了。状态方程的 van der Waals 修正中就有碰撞应力的贡献。

颗粒群的体积分数  $\alpha_p$  常不太小，所以常需计入碰撞应力的贡献。

对于气体，由于  $(\frac{1}{6\sqrt{2}} \frac{d}{L})$  是个非常小的数，所以几乎不会有同时需要计入稀薄气体效应和稠密气体效应的情况（除非  $L$  非常小），而经常遇到的情况倒是这两种效应都不需要计入。对于颗粒群， $(\frac{1}{6\sqrt{2}} \frac{d_p}{L})$  常常不太小，常需要计入稀薄气体效应或稠密气体效应，甚至可能会有需要同时计入这两个效应的情况。

听起来有些奇怪，因为稀薄和稠密是两个相反的概念，这两种效应怎会在同一流体中表现出来呢？实际上，它们是在两个不同的方面表现的：在介质性质与理想的连续介质偏离程度方面可能有“稀薄”效应，在应力的构成中碰撞应力的相对重要性方面可能表现出“稠密”效应。所以，这是不矛盾的。

### 3.3 二相流是一种非平衡流动

如果两相的速度总是很接近（这种二相流是有的），混合物平均速度基本上能代表每一相的运动，那么可以用普通流体力学或非牛顿流的方法来处理这类二相流（即单流体模型）。这些都是平衡流，相对来说比较简单。在二相流中，两相的速度常有显著差异，表现出显著的非平衡流动特征。二相流研究的困难，大部分起源于流动的非平衡性。因此，非平衡的二相流是二相流研究的重点。

对于非平衡流动，最重要的参数是两相间弛豫过程的特征时间，即弛豫时间  $\tau$ 。关于弛豫时间，在第 5 节还有详细讨论。

### 3.4 固相拟流体运动是一种可压缩流动

在气-固流和液-固流中，每个颗粒都是不可压缩的，而固相拟流体都是一种压缩性很好的流体，要用可压缩流动方法处理它的运动。

所以，二相流研究应借鉴稀薄气体力学、非平衡流和可压缩流的研究方法，可参考稠密气体中处理碰撞应力的方法。

## 4 单相混合物和二相混合物运动特征和研究方法的主要差异

本节假定单相和二相混合物以及其中的每一组元都可以视为连续介质。经典流体力学有时也研究混合物的运动，那些都是单相混合物，如混合气体和溶液等。由于这类混合物中各组分的运动速度几乎相等，所以可用流体力学方法描写这种混合物的平均运动，求出混合物速度  $v_m$ ，而每一组分，如组分  $k$  的速度  $v_k$  都近似等于  $v_m$ 。事实上，各组分的速度之间还是有一定差异（扩散运动），但通常很小，仅每秒数厘米或数毫米，甚至更小，所以常可忽略。例如，人们都知道空气是由氮、氧和其它多种成分组成的混合物，但研究常温空气运动的空气动力学论文中大概 99% 以上都只引入空气速度，而不关心各组分的速度。

在某些情况下，人们也关心某组分相对于混合物的扩散运动，因为扩散会引起该组分的浓度变化。所谓组分  $k$  的扩散速度  $\mathbf{V}_k$ ，就是组分  $k$  与混合物之间的速度差：

$$\mathbf{V}_k = \mathbf{v}_k - \mathbf{v}_m \quad (k = 1, 2) \quad (3)$$

$\mathbf{V}_k$  虽然很小，但  $\mathbf{V}_k$  的散度  $\text{div}\mathbf{V}_k$  不一定很小，所以扩散引起的组分浓度变化常不可忽略。

一般说来，当两种组分有较大速度差时，应采用两组运动方程分别描写两组分的运动，即采用双流体模型。若速度差较小，就可以用混合物速度  $\mathbf{v}_m$  代表每一组分的速度，只要一组描写混合物的运动方程就够了，这是单流体模型。如果速度差不大，但扩散引起的组分浓度变化不能忽略时，就可以采用扩散模型。扩散模型是在单流体模型方程的基础上加一个扩散方程和一个扩散速度本构式组成，所以，可将它视为修正的单流体模型。根据 Fick 定律，扩散速度正比于浓度梯度，即

$$\mathbf{V}_k = -\frac{D_k}{Y_k} \text{grad} Y_k \quad (4)$$

Fick 定律基本上是一种经验规律。仅对于均匀流场，用统计物理方法可证明它是正确的。总结出 Fick 定律的经验主要来自均相介质中的扩散，将它应用于二相介质中，是经验的外推，未必正确。事实上，Fick 定律对于二相介质的适用性并未经很好地考察。

在非均匀流场中，除浓度梯度外很多因素都可以引起扩散，例如压强梯度等。在二相流中，压强梯度引起的扩散显得尤为重要，相当普遍地存在。

一般说来，二相混合介质与均相混合介质的运动有以下几点主要差异：(1) 二相介质各组分之间可能有较大的速度差，用混合物平均运动近似代替各组分的运动不一定恰当；(2) 即使各组分的速度  $\mathbf{v}_k (k = 1, 2, \dots)$  都接近混合物平均速度  $\mathbf{v}_m$ ，但它们之差（即扩散速度） $\mathbf{V}_k$  采用 Fick 定律计算不一定恰当；(3) 混合物的应力不一定与应变率成正比（即混合介质不一定是牛顿流体）。

在这里，我们只是说“不一定恰当”和“不一定适用”，而不是“一定不恰当”和“一定不适用”。事实上，二相混合物种类很多（如气-固、液-固和气-液混合物等），浓度、粒度等参数的变化范围广，所以很难一概而论。例如，对于粒度不太小的气-固流，两相的速度差常相当大，常采用双流体模型；对粒度较小、浓度较低的液-固管流，两相速度差不大，而且应力-应变率关系基本上是牛顿型的。即使两相间速度差较大，也不一定都采用双流体模型。因为双流体模型虽然精细，但求解时困难多，计算量大，而且，与之相应需要较精细的分应力和相间力等的各种本构关系，这些本构式都不太成熟，需要化大力量去研究，所以，如果相间相对运动在被研究的问题中不是关键因素，作为一级近似，不妨先忽略之，以便集中精力研究并处理好其它关键因素，求得有意义的解。一味追求模型的精细，在数学上搞得很复杂，无法求解，结果什么也得不到。当然，如果两相速度差是该问题的核心，完全忽略后可能引起严重的失真，那就必须采用双流体模型，这时其它因素的重要性下降了，可以采用较粗的模型，或完全忽略之。

由于二相流动的复杂性，处理中引入一些简化是必要的，也是不可避免的。重要的是要从问题的物理、力学分析出发，分清各因素的主次关系，根据它们的相对重要性，引入适当的模型。这些工作在二相流研究中比单相流研究重要得多。进行简化时，首先要保证保留了

最重要的因素,使求得的解是有意义的;其次,简化后的方程是可以求解的,能得到对问题的定量描写;在可解的前提下,改进模型,提高研究的精度.

在二相流研究中,例如在泥石流和泥沙运动研究中,分析问题,提出合理的简化模型,常常意味着工作已完成了一半.在单相流研究中,主要工作量常是方程的求解,在二相流研究中则不然.对于二相流,由于介质类型和运动参数变化大,选择简化模型无一般法则可循;对于单相流,简化模型有许多定式,如不可压缩假设,无粘性假设,边界层假设等.

### 5 弛豫时间是确定相间相对运动的关键因素<sup>[3]</sup>

对二相流简化时,首先要分析两相相对运动的大小,以便确定采用双(多)流体模型还是单流体模型.因此,在解方程之前,若能找到一种简便的估算两相相对速度的方法,是十分有意义的.

由于混合物中不同组分对外部作用有不同的反应——产生不同的加速度,使两组分的速度差逐渐增加.随着组分间速度差的增加,组分间作用力也随之增加,以削弱外力引起的加速度差.当速度差达到某一值 $\Delta u$ 时,组分间作用力能完全抵消外力引起的加速度差,使速度差保持不变.设 $a_1$ 和 $a_2$ 分别是某外部作用引起的组分1和组分2的加速度, $\tau$ 是弛豫时间,则当运动充分发展时两组分的速度差 $\Delta u$ 为<sup>[3]</sup>

$$\Delta u \equiv u_1 - u_2 = \tau(a_1 - a_2) \quad (5)$$

例如,设两组分的(相)密度分别为 $\rho_1$ 和 $\rho_2$ ( $\rho_2 > \rho_1$ ),在某压强梯度 $\frac{\partial p}{\partial x}$ 的作用下两组分分别产生加速度 $(-\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p}{\partial x})$ 和 $(-\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p}{\partial x})$ ,当组分间速度差达到

$$\Delta u = -\tau \left( \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \tau \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 \rho_2} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (6)$$

时,两组分就具有相同的加速度

$$\left( \frac{du}{dt} \right)_m = -\frac{1}{\alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2} \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_m} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (7)$$

式中, $\alpha_1$ 和 $\alpha_2$ 分别为组分1和2的体积分数, $\rho_m$ 为混合物的平均密度.这时,单位混合物体积中两组分之间的作用力 $f_1$ 和 $f_2$ 为

$$f_1 = -f_2 = -\frac{\alpha_1 \alpha_2 (\rho_1 - \rho_2)}{\alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2} \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{\alpha_1 \alpha_2 \rho_1 \rho_2}{\alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2} \frac{\Delta u}{\tau} \quad (8)$$

对于一定的压强梯度,两组分的(相)密度越接近,则两组分对外力的反应越接近,两组分的速度差就越小,这在式(6)中可明显看出.弛豫时间 $\tau$ 越小(这表示组分间的耦合越紧密),则组分间的速度差也越小.当两组分给定后,(相)密度 $\rho_1$ 和 $\rho_2$ 就确定了,这时颗粒越细小,则弛豫时间 $\tau$ 越小, $\Delta u$ 也越小.说明颗粒越细小,(对流体运动的)跟随性就越好.

设单位混合物体积中组分1和2所受到的外力分别是 $\alpha_1 \rho_1 F_1$ 和 $\alpha_2 \rho_2 F_2$ ,在这两个外力作用下,组分1和2分别获得加速度 $F_1$ 和 $F_2$ ,使两组分的速度差逐渐增大.当速度差达到

$$\Delta u = \tau(F_1 - F_2) \quad (9)$$

时, 两组分就有相同的加速度

$$\left(\frac{du}{dt}\right)_m = \frac{\alpha_1 \rho_1 F_1 + \alpha_2 \rho_2 F_2}{\alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2} \quad (10)$$

这时, 单位混合物体积上组分间的作用  $f_1$  和  $f_2$  为

$$f_1 = -f_2 = \frac{\alpha_1 \alpha_2 \rho_1 \rho_2}{\alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2} (F_2 - F_1) = -\frac{\alpha_1 \alpha_2 \rho_1 \rho_2}{\alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2} \frac{\Delta u}{\tau} \quad (11)$$

由式 (9) 可见, 外力作用使两组分产生的加速度差越大, 则达到稳定时, 两组分的速度差也就越大. 由于重力对各组分产生相同的加速度, 所以重力对于组分间速度差的产生无直接贡献<sup>1)</sup>.

由式 (5), 或者由式 (6) 和 (9) 可见, 给定  $\frac{\partial p}{\partial x}$  或  $(F_1 - F_2)$  (由它们可求出组分加速度  $a_1$  和  $a_2$ ) 以后, 为了估计两组分间的速度差的大小, 以便决定是否采用双流体模型, 弛豫时间  $\tau$  具有十分重要的意义.

混合气体中的两种组元, 在压强梯度作用下从静止状态开始运动, 两组元的初始加速度可差数倍, 十多倍, 甚至数十倍, 但由于气体中两种组分的耦合非常紧, 即弛豫时间  $\tau$  非常小, 约  $10^{-9} \sim 10^{-10}$ s, 所以两组元的速度差总是很小 (约 mm/s 或 cm/s 量级), 几乎总可采用单流体模型或扩散模型.

对于气 - 固流, 由于两相的密度相差约 1000 倍左右, 所以两相的初始加速度也可相差约 1000 倍; 而气、固两相之间的耦合程度依粒度而变, 一般都不太紧, 例如, 对于粒度为  $10\mu\text{m}$ ,  $100\mu\text{m}$  和  $1\text{mm}$  的冰粒子, 在气体中的弛豫时间  $\tau$  分别为 0.3ms, 30ms 和 3s, 所以气、固两相之间常有较大的速度差, 通常采用双流体模型 (粒度非常小时除外).

对于液 - 固流, 由于两相的密度比为  $O(1)$  的量级, 相差不悬殊, 所以两相的初始加速度差不大, 而液、固之间的耦合程度与气、固间差不多, 结果液、固间的速度差就远小于气、固间的. 所以, 对于液 - 固流通常采用单流体模型或扩散模型. 但液、固间的速度差还达不到象混合气体中的组元速度差那么小, 所以, 在某些情况下 (当流动状态有急剧变化时), 研究液 - 固流也需要采用双流体模型.

## 6 应用举例

### 6.1 风沙运动

荒漠中的沙子在风力作用下发生迁移. 风沙运动有三种形式: 悬移、跃移和蠕移, 其中跃移最重要. 在风力作用下沙粒在床面上跳跃式地前进, 即跃移运动 (见图 1). 由于某种原因沙粒自床面跃起以后, 它的水平分量在风力作用下不断加速, 垂向分量在重力作用下不断减速, 达到某一高度后开始向下运动, 并不断加速, 到达床面时与床面发生碰撞. 由于空气阻力的存在, 下落到床面时的垂向分速的绝对值必定小于起跃时的垂向风速, 但水平分速大于起跃时的值. 在同床面碰撞过程中, 据统计, 水平分运动的动量和动能损失了, 动量传递给了床面 (构成了固相的床面剪应力), 动能损失的大部分变成了热, 少部分转变为垂向分运动动能; 垂向分运动动能获得补充后又开始起跃 (可能是下落粒子本身, 也可能是被下落粒子击起的原属床面的粒子), 如此反复起跃、下落, 这就是沙粒的跃移运动的特征.

<sup>1)</sup> 重力常可引起一定的压强梯度. 如前所述, 压强梯度可以引起组分间速度差. 这是重力对速度差的间接贡献.

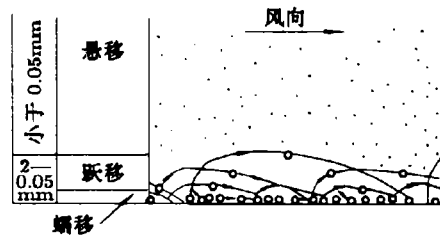


图 1

以上简要陈述说明了沙粒跃移运动的动力来源于气、固两相的水平速度差。若忽略这种速度差，沙粒水平运动没有加速，也就无法补充垂向分运动在克服空气阻力过程中损失的动能。所以，研究风沙运动时采用单流体模型就不可能求得有意义的解。

## 6.2 泥沙运动

假设床面坡度  $\theta$  和水深  $h$  沿程均为常数。下面分别研究流向和垂向的水、沙运动。

流场中任选一个微团，分析流向的力平衡关系。除相间力外，作用于每一相上的力有重力和湍流剪应力。水和沙的重力分量产生的加速度相等，等于  $g \sin \theta$ ；若无相间力，两相运动的差异起因于两相湍流剪应力梯度所产生的加速度之不同。在主流区，由于两相的湍流剪应力相差不大，这种加速度之差也不会大。所以，当计入相间力，两相加速度相等时，两相之间的速度差也不会大。另一方面，主流区的流向速度较大，所以，即使有微小的相间速度差，对各相的运动没有明显影响，一般都被忽略。但在床面附近的推移层中，情况就不同了。由于推移质与床面泥沙的不断交换（由沙粒的跃移运动或其它机理引起的），泥沙在床面附近仍有一定强度的垂向脉动（PL 型脉动），在脉动中泥沙吸收水流的水平动量并向下传输，带到床面。这说明，在床面上固相有大于零的水平速度（有滑移速度），在推移层内两相之间的水平速度差相对来说比较大，也较重要，因为泥沙从床面扬起的速率与它有密切关系，而这种速率又直接影响了水流的挟沙能力。

水流的垂向分速率为零，固相拟流体的垂向分速，也就是两相的垂向速度差，一般说也不大，但很重要，它决定着泥沙的冲淤过程。

因此，对于含沙水流，除很薄的推移层外，它的水平运动可采用单流体模型，它的垂向运动应采用扩散模型。推移层虽然很薄，但很重要，是泥沙运动力学的前沿课题。我们认为，研究那一层的流动应采用双流体模型<sup>1)</sup>

## 6.3 泥石流

泥石流根据其组成和运动特性，可分为泥性泥石流、泥石性泥石流（又称粘性泥石流）和水石性泥石流（又称稀性泥石流）。

### (1) 泥性泥石流

泥性泥石流是由水和大量细颗粒组成。一般的含沙水流，含沙量都较小（一般小于  $10 \text{ kg/m}^3$ ），混合物的应力-应变率关系基本上是牛顿型的。随着粒度变细，含沙量的提高——高含沙水流，混合物的粘性不断增高，液-固两相的相对运动越来越微弱，表现出 Bingham 流体的性质。含沙量继续增加时，就属于泥性泥石流了，一般都可用单流体模型，应力本构式是 Bingham 型的。

### (2) 水石性泥石流

水石性泥石流是由水（或稀泥浆）与石块（或称粗颗粒）组成。细颗粒与水的运动几乎完

<sup>1)</sup> 事实上，那里的颗粒群已显著偏离经典的连续介质性质<sup>[4]</sup>，所以从严格的意义上说已超出双流体模型范围。



全一致，构成浆体，它们与粗颗粒的运动有较大差异，所以常用双流体模型：一种描写浆体运动，一种描写粗颗粒拟流体。

### (3) 泥石流性泥石流

泥石流性泥石流也是由浆体和石块组成，但浆体中细颗粒含量较高，表现出较大的粘性，结果，小石块的运动也几乎与浆体一致。

泥石流性泥石流的运动，多数呈阵性，每一阵都有一明显的“龙头”，龙头中石块含量较多，运动强烈，石块四处飞溅。

对于泥石流性泥石流，原则上应采用双流体模型，两种流体分别描写水和细颗粒组成的浆体运动和石块的运动。但对于占流场大部分的主流区，浆体与石块的相对运动较小，可以忽略它，可采用单流体模型，用 Bingham 型应力本构式。但是，在床面附近，像含沙水流的推移层一样，两种流体的相对运动（包括宏观的相对运动和细观脉动方面的相对运动）比较显著，造成了石块在断面上的不均匀，并且进而造成流向上的不均匀——石块有向龙头集中的趋势。这种沿流向和横向石块浓度不均匀的现象，采用单流体模型是得不到的，也是无法解释的。如果只为求解混合物的运动，用单流体模型求解还是有意义的，至少能定性说明泥石流运动规律。如果石块的无规则运动对床面摩擦阻力不起重要作用，则上述的运动解还具有定量意义。

如欲研究泥石流内部石块浓度的非均匀性，要解释龙头上石块浓度高和石块强烈飞溅，就必须采用双流体模型，而且要用二维（或三维）的运动方程。当然，这种研究的难度很大，需要事先给定浆体 - 石块间的阻力模型，以及浆体与石块两种拟流体的应力本构式和近壁层运动的描写。

## 7 结 论

(1) 对于经典流体力学，至少对于层流运动，守恒方程、本构关系和固壁上的边界条件都是确定的和已知的，主要问题是求解运动方程组；对于不可压缩的湍流运动，在 Reynolds 方程中也只有湍流应力这个量需要建模。然而，在二相流中，从连续介质假设，本构关系到固壁上的边界条件都需要研究，而且常是二相流研究的主要内容。在这些研究基础上求解方程的问题，相对来说要简单一些。由此可见，在研究内容上二相流与流体力学有较大差异。

(2) 二相流中的固相拟流体在某些方面——连续介质假设适用性方面与稀薄气体类似，在另一些方面——碰撞应力的重要性方面又与稠密气体类似，二相流又是非平衡流的一种，所以研究二相流应该而且可以借鉴稀薄气体力学、稠密气体力学和非平衡流的理论和研究方法。

(3) 单相混合物中各组分之间的相对速度（扩散速度）通常很小，Fick 定律也基本上适用，混合物的应力 - 应变率关系一般都是牛顿型的；对于二相混合物，相间速度差常不很小，用 Fick 定律表达扩散速度常常不适当，压强梯度引起的扩散常常有很重要的影响，等等。所以，描写单相混合物的运动模型不一定适用于二相混合物。

(4) 弛豫时间是非平衡流研究中最重要参数。混合物中两种组分之间的速度差，在很大程度上决定于弛豫时间。本文用弛豫时间概念说明了为什么气体混合物内的组分速度差通常很小，可用单流体模型，气 - 固混合物的相间速度差常较大，常采用双流体模型，而液 - 固流的情况则介于上述两种混合物之间。

(5) 研究风沙流一般需采用双流体模型. 含沙水流的水平方向运动, 除推移层外, 两相的速度差很小, 相对于较大的平均速度几乎总是可以忽略, 可用单流体模型描写这种运动; 在推移层内, 两相的相对速度具有十分重要的意义; 两相的垂向相对运动虽然不大, 但对泥沙的冲淤起着决定性作用. 对于泥石性泥石流, 研究混合物的运动时, 单流体模型近似适用, 但它完全不能解释石块浓度的不均匀分布和龙头上石块的飞溅等现象, 只能用双流体模型才能解释.

#### 参 考 文 献

- 1 刘大有. 关于二相流、多相流、多流体模型和非牛顿流等概念的探讨. 力学进展, 1994,24(1): 66-74
- 2 中国大百科全书, 力学卷. 北京: 中国大百科全书出版社, 1985:502
- 3 刘大有. 二相流体动力学. 北京: 高等教育出版社, 1993
- 4 刘大有. 颗粒群与连续介质——关于二相流近壁层的讨论. 第五届全国流体力学学术会议论文集, 1995: 252-256 (1994年12月14日收到第1稿, 1995年4月20日收到修改稿)

## 史 料 拾 零

一些古籍记载, 涉及材料力学问题, 在前此类的拙作中未曾提到. 今作一介绍, 或可供参考<sup>[1]</sup>.

国内一般材料力学教科书中, 往往提到构件设计要兼顾安全(有足够的强度、刚度和稳定性)与经济(以及轻便)的要求. 《墨子·节用上》的一段话似与此有关: “凡为甲盾五兵加轻以利, 坚而难折者, 羊组不加者去之.” “凡其为此物也, 无不加用而为者, 是故用财不费, 民德不劳, 其兴利多矣.” 译成白话: “制造甲、盾、五种兵器, 做到轻便锐利、坚固而难以折断, 这就行了. 超过这种原则的, 就不需要了.” “凡是制造这些东西, 无一不是因其有用而去制作. 因此, 用财不费, 用力不劳, 增加的利益就多了.”

《吕氏春秋·有始览·去尤》说: “邾之故法, 为甲裳以帛. 公息忌谓邾君曰: ‘不若以组. 凡甲之所以为固者, 以满窍也. 今窍满矣, 而任力者半耳. 且组则不然, 窍满则尽任力矣.’” 译成白话: “邾国的旧法规定, 制作甲衣甲裳用帛作连缀的材料. 公息忌对邾国国君说: ‘用帛不如用组. 甲衣之所以牢固, 是因为把空隙缝满了. 用帛缝满空隙, 它只能承受一半的重量. 然而用组却不是这样, 用它缝满空隙, 它就能承受全部的重量了.’” 帛是丝织物的总称, 这里或指丝织的布之类; 组是用丝织成的带子. 帛一般由纵横丝线织成, 设想置于甲片孔洞中帛的纵向丝线与甲片孔洞轴线平行, 于是纵向丝线起主要的承载作用, 而横向的丝线则只占孔洞的体积却基本上不起承载作用, 因此帛的承载能力就不如丝带了. 这样看来, 《吕氏春秋》说得有点道理. 是否有实验作基础, 则难以断定.

《淮南子》与《潜夫论》谈论了选材之道.

《淮南子·主术训》说: “……犹巧工之制木也. 大者以为舟航柱梁, 小者以为楫楔. 修者以为楫楫, 短者以为朱儒枅. 无小大修短, 各得其所宜.” 译成白话: “……就象巧工裁制木头一样. 大的作为舟船、柱子、大梁, 小的用作船桨、木楔, 长的作为屋檐、椽子, 短的作为短柱、方木. 不论大小长短, 各自都得到合适的用途.”

《潜夫论·相列》说: “材木之有常宜. 巧匠因象, 各有所授, 曲者宜为轮, 直者宜为兴, 檀宜作辐, 榆宜作毂, 此其正法通率也”. 译成白话: “树木有不同的用处, 巧匠根据其形状质性, 可以做成不同的东西, 弯曲的适宜做轮子, 直的适宜做车箱, 檀木适宜做轮辐, 榆木适宜做轮毂, 这是各尽其材的通行准则.” 用檀木、榆木制造车辆, 与《诗经》、《论衡》和《天工开物》讲的经验相类似.

《潜夫论·实边》说: “百工制器, 咸填其边, 散之兼倍, 岂有私哉? 乃所以固其内尔.” 译成白话: “工匠制作器皿, 都要加厚它的边缘, 使它有中间的几倍厚. 难道他们是有所偏爱吗? 只是想使里边更加坚固而已.” 这里讲的似指薄壁容器口边增厚以起加固器壁的作用.

《盐铁论·利议》记载了金属疲劳破坏的事例: “吴铎以其舌自破”. 吴铎是指吴地出产的手摇大铃. 译成白话: “吴铎因铃舌敲击太久而毁坏了铎身”. 这是古代有关金属疲劳破坏的罕见事例, 值得注意.

(下转第 50 页)