

用子波变换检测壁湍流信号局部标度指数^{*}

姜楠 舒玮 王振东

(天津大学力学系,300072)

(中国科学院力学研究所 LNM,100080)

摘要 本文用子波变换检测了刻画壁湍流脉动信号自相似性的局部标度指数,研究了不同尺度的湍流结构的自相似性,发现在湍流边界层猝发过程中,喷射和扫掠发生时刻小尺度脉动速度信号的局部标度指数为负值,说明在大尺度猝发事件发生的时刻小尺度结构具有奇异的自相似性,在猝发过程中其作用不仅仅是对湍能的耗散.

关键词 子波变换,猝发事件,喷射,扫掠,局部标度指数.

1 引言

平板湍流边界层中的猝发过程对于壁湍流的维持、演化和发展起着重要作用.目前研究的热点问题之一就是如何从物理或数值实验得到的湍流信号中客观地辨识出猝发事件,提取猝发过程的速度波形信号,研究猝发过程的动力学特征.与此同时,小尺度的湍流结构在壁湍流中的作用也不可忽视,它在湍流的演化和能量的传递过程中的作用也值得研究.

子波变换是新近发展起来的一种数学方法^[1],通过信号与一个被称为子波的解析函数进行卷积,将信号在时域空间与频域空间同时分解开来.其中子波函数是具有有限支集的时间窗函数,这说明信号在距离时间窗中心较远处的行为不起作用,因而它是一种时域局部化方法.而付里叶分析由于三角函数在时域空间是无限延伸的,因而是先天地非局部化的.另一方面,由于子波函数的时间窗宽度可以调节,因而它在频域空间也是一种局部化方法.因此,子波变换是一种时频双局部化方法.

将子波变换作为一种新的工具来检测平板湍流边界层中的猝发事件是一种新尝试.姜楠^[2]用子波变换的方法对用热膜测速仪得到的湍流边界层流向脉动速度信号在时域空间和频域空间同时进行分解,根据子波系数研究了湍流边界层脉动动能随尺度的分布,提出了确定湍流边界层猝发事件的时间尺度的能量最大准则,提取了平板湍流边界层猝发过程的速度信号波形,发现猝发过程的内尺度无量纲平均周期约为1138,与实验测量及理论模型计算结果符合得较好.

本文研究了壁湍流信号的局部标度指数,提出了用子波变换检测信号的局部标度指数的

* 国家自然科学基金资助项目

本文于1996年5月22日收到第1稿,1997年3月26日收到修改稿

方法,在利用子波变换辨识壁湍流的猝发信号波形的基础上,利用子波系数研究了湍流脉动速度信号的局部自相似性,发现具有高剪切特性且各向异性的湍流边界层中的小尺度结构与均匀各向同性湍流具有本质的不同,根据 Kolmogorov 的 $-5/3$ 理论,均匀各向同性湍流脉动速度信号的局部标度指数为 $1/3$. 而在具有高剪切特性且各向异性的湍流边界层中,发生猝发处的小尺度脉动速度信号的局部标度指数为负值,这说明在猝发过程中一部分的小尺度湍流结构具有奇异的自相似性,其在猝发过程中的作用不仅仅是对湍流的耗散.

2 子波变换与信号的局部标度指数

定义 1 一维信号 $s(t)$ 在子波函数 $W_{ab}(t)$ 下的子波 $W_s(a, b)$ 定义为:

$$W_s(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \overline{W_{ab}(t)} dt \quad (1)$$

其中子波函数族 $W_{ab}(t)$ 是由子波母函数 $W(t)$ 经过平移(参数 b)和伸缩(参数 a)变换而来:

$$W_{ab}(t) = \frac{1}{a} W\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (2)$$

子波母函数 $W(t) \in L^1(R) \cap L^2(R)$ 是容许的:

$$C_W = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|W(\tau)|^2}{|\tau|} d\tau < \infty \quad (3)$$

其中 $\hat{W}(\omega)$ 是子波母函数 $W(t)$ 的付里叶变换.

(4) 式成立要求子波母函数 $W(t)$ 必须是零均值的:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} W(t) dt = 0 \quad (4)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} W(t) dt = 0 \quad (5)$$

因而子波函数 $W_{ab}(t)$ 也是零均值的.

(4) 式说明子波函数必须具有一定的局部波动振荡性.

图 1 是 Gauss 子波的图形. 其解析表达式为:

$$W(t) = t e^{-\frac{t^2}{2}} \quad (6)$$

对于湍流来说,子波函数 $W_{ab}(t)$ 具有特定的物理意义. 如果 b 是空间位置参数,则 $W_{ab}(x)$ 表示物理空间中 b 处的一个空间尺度参数为 a 的湍涡(eddy)结构;如果 b 是时间参数,则 $W_{ab}(t)$ 表示在时刻 b 有一个持续时间尺度参数为 a 的湍涡结构经过测量探头所处的位置. 将一个信号 $s(t)$ 进行子波分析就相当于将该信号与子波 $W(\frac{t}{a})$ 在位置 b 处进行局部互相关分析,如果其相关性高,则表明该信号在该处含有子波成分,使得信号在该处与该子波具有较好的相似性.

定义 2 称信号 $s(t)$ 在 $t = t_0$ 点具有局部标度指数 $h(t_0)$, 当且仅当存在常数 $\alpha > 0$, 使得当 $0 < |t - t_0| < \alpha$ 时, 恒有

$$s(t) - s(t_0) = O(|t - t_0|^{h(t_0)}) \quad (7)$$

等式(7)称为信号 $s(t)$ 在 $t = t_0$ 点的结构函数. 可以证明^[2], 若信号 $s(t)$ 在 $t = t_0$ 点具有局部标度指数 $h(t_0)$, 则当 $\max(a, a) < \frac{1}{t^* + t}$ 时, $s(t)$ 的子波变换满足

$$W_s(a, t_0) = |t_0|^{h(t_0)} W_s(a, t_0) \quad (8)$$

因此,信号 $s(t)$ 在 $t = t_0$ 点的局部标度指数 $h(t_0)$ 满足

$$h(t_0) = \frac{\log \left| \frac{W_s(a, t_0)}{W_s(a, t_0)} \right|}{\log / /} \quad (9)$$

其中 a 为尺度参数 a 的放大或缩小倍数.

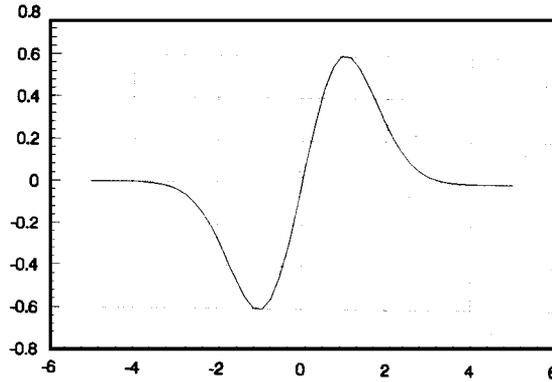


图1 Gauss子波母函数 $W(t) = te^{-\frac{t^2}{2}}$

3 用子波变换检测壁湍流局部标度指数

在湍流机理的研究中,湍流中不同尺度的结构的自相似性以及这些不同尺度的结构之间的能量传递过程对湍流的维持和演化所起的作用一直是人们所关心的问题.这对于人们认清湍流的本质具有重要的意义.以往人们对这个问题的研究还只限于均匀各向同性的充分发展湍流的惯性子区内用各种方法对 Kolmogorov 的 $-5/3$ 能谱律进行验证或解释.根据 Kolmogorov 的 $-5/3$ 能谱律,在惯性子区内,脉动速度的局部标度指数只能为 $1/3$.最近 Bacry 等人^[4]指出,高雷诺数充分发展湍流脉动速度的局部标度指数在 0 到 2 的范围之内,然而也确实存在着局部标度指数为负值的情况,而且,这种情况与湍流中的奇异性结构以及 Navier-Stokes 方程的奇异性相对应,在物理上,这些奇异性结构对解释一些物理现象和过程的性质是非常重要的.在实验中这种情况表现为脉动速度剧烈变化的事件,对应着脉动速度信号的奇异性部分.这些事件和湍流的能量传递密切相关,对于湍流的维持和演化具有重要作用.

湍流边界层是一种比较常见的典型的剪切湍流,而且具有广泛的应用背景.其中的猝发过程是一种大尺度事件,它对于边界层中湍流能量的传递和湍流的维持演化具有重要作用.另一方面,在猝发过程,小尺度湍流结构并不象均匀各向同性湍流那样仅仅起着对湍能的耗散作用,它的局部标度指数为负值,因而具有奇异的自相似性.

水槽中来流速度为 $U = 0.20$ 米/秒.用热膜测速仪测量零压力梯度平板湍流边界层的流向速度;测点当地的时均速度为 $\bar{U} = 0.145$ 米/秒,测量是在距离壁面 $y = 2$ 毫米处进行,用内尺度无量纲 $y^+ = \frac{yu}{\nu} = 32$, $\bar{U}^+ = \frac{\bar{U}}{u} = 9.06$ (其中 u 为壁面摩擦速度, ν 为流体运动粘性系数)用瞬时速度减去时均速度得到壁湍流流向脉动速度信号的时刻序列.采样频率 $f = 500\text{Hz}$,采样时间长度 $T = 10.24$ 秒,数据长度 $N = 5120$.

对壁湍流流向脉动速度信号 $u(t)$ 利用公式 (1) 或 (2) 进行子波变换,得到其子波系数

$W_u(a, b)$. 图 2 为平板湍流边界层流向脉动速度信号. 图 3 为利用子波变换的能量最大准则^[2]得到的猝发过程对应的大尺度速度信号波形, 图 4 为利用子波变换得到的小尺度脉动速度信号波形, 图 5 为根据公式(9)计算得到的信号在每一时刻的局部标度局部指数. 从图 3、图 4 和图 5 中可以看到, 在猝发过程中的喷射和扫掠时刻(子波系数为正的峰值和负的峰值的时刻), 信号的局部标度指数为负值. 这说明在猝发过程中的喷射和扫掠时刻, 小尺度的湍流结构具有奇异的自相似性特征.

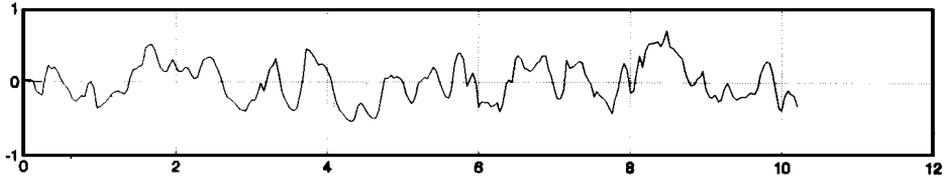


图 2 壁湍流流向脉动速度信号 $u(t)$ 波 ($y^+ = 32$)

Fig. 2 Streamwise fluctuating velocity $u(t)$ in wall turbulence ($y^+ = 32$)

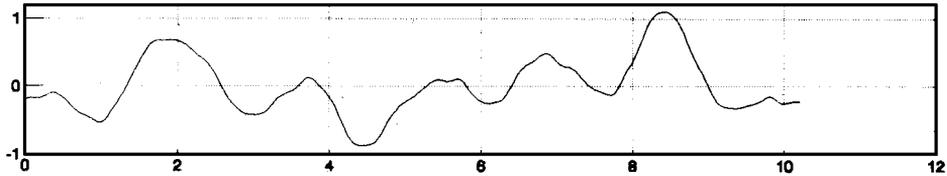


图 3 猝发事件对应的大尺度流向速度信号波形

Fig. 3 large scale streamwise velocity related to burst events

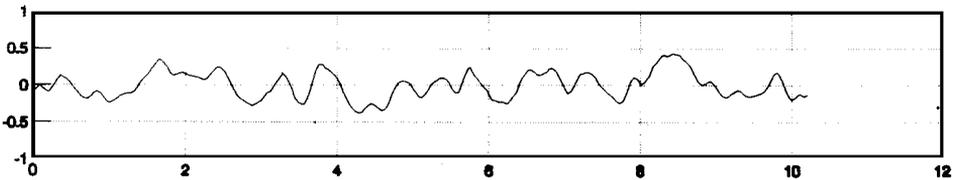


图 4 小尺度脉动速度信号波形

Fig. 4 small scale streamwise velocity extracted from fluctuating signal

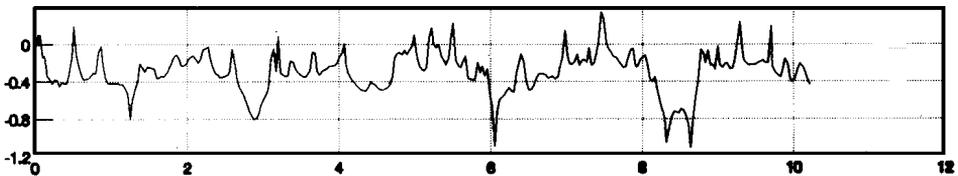


图 5 壁湍流流向脉动速度的局部标度指数

Fig. 5 local scaling exponent for streamwise fluctuating velocity in wall turbulence

4 主要结论

子波变换可以检测壁湍流信号的局部标度指数 $h(t)$, 从而研究不同尺度的湍流结构的自相似特征, 分析湍流能量的传递和湍流维持演化的机理.

对壁湍流流向脉动速度信号进行子波分析, 利用子波系数检测其局部标度指数表明, 发现湍流边界层与均匀各向同性湍流的结构具有本质的不同, 根据 Kolmogorov 的 $-5/3$ 理论, 均匀各向同性湍流脉动速度信号的局部标度指数为 $1/3$; 在具有高剪切特性而且各向异性的湍流边界层中, 在喷射和扫掠的发生时刻, 小尺度脉动速度信号的局部标度局部指数为负值, 这说明在猝发过程发生喷射和扫掠的时刻, 小尺度脉动速度信号具有奇异的自相似性, 其在湍流演化中的作用不仅仅是对湍能的耗散.

参 考 文 献

- [1] Farge M. Wavelet transforms and their applications to turbulence. *Annu Rev Fluid Mech*, 1992, 24:395 - 457.
- [2] 姜楠. 壁湍流信号的时间序列分析:[博士论文]. 天津大学力学系, 1996, 46 - 74.
- [3] Mallat S and Wen Liang Hwang. Singularity Detection and Processing with Wavelet. *IEEE Transaction on Information Theory*. 1992, 38(2) :617 - 643
- [4] Bacry E, Arneodo A, et al. Wavelet analysis of fully developed turbulence data and measurement of scaling exponents. In *Turbulence and Coherent Structure*, M. Lesieur and O. Metais, Eds. New York: Kluwer Academic Publishers, 1990.

Measuring the Local Scaling Exponent in Wall Turbulence by Using Wavelet Transform

Jiang Nan Shu Wei Wang Zhendong

(*Department of Mechanics, Tianjin University*)

Abstract Wavelet transform is introduced to measure the local scaling exponent which characterizes the local self-similarity of fluctuating velocity in wall turbulence, and then the self-similarity of the turbulence structures on different scales is examined. It is found that in the process of burst event, while ejections and sweeps occur in a turbulent boundary layer, the local scaling exponent is negative. The fact shows that while large scale burst events take place, the small scale structures may have singular self-similarity, and their roles are not only to dissipate the turbulent energy.

Key words wavelet transform, burst event, ejection, sweep, local scaling exponent

作 者 简 介

姜楠, 1968年生, 天津大学力学系讲师, 1996年3月毕业于天津大学力学系流体力学专业, 获工学博士学位, 主要研究方向为湍流与流动稳定性.